

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВЕЙВЛЕТОВ ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕРРИТОРИАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ ИНФЛЯЦИИ

DOI: <https://doi.org/10.24891/yfqgwc>EDN: <https://elibrary.ru/yfqgwc>

Михаил Александрович СТАРИЧКОВ

кандидат экономических наук, управляющий Отделением по Новгородской области Северо-Западного главного управления Центрального банка Российской Федерации, Великий Новгород, Российская Федерация

e-mail: mike157z@mail.ru

ORCID: 0009-0008-5165-8888

SPIN: 7037-0732

История статьи:

Per. № 650/2025

Получена 10.10.2025

Одобрена 16.11.2025

Доступна онлайн

26.02.2026

Специальность: 5.2.3

УДК 332.12, 338.57,
519.25JEL: C02, C65, E31,
R11

Ключевые слова:

вейвлет-когерентность,
дискретное вейвлет-
преобразование,
инфляция, энергия
дискретного сигнала,
кластеризация

Аннотация

Предмет. Неоднородность пространственной структуры России.**Цели.** Анализ территориальной дифференциации динамики инфляции за период с января 2002 г. по февраль 2025 г. с помощью современных прикладных вычислительных алгоритмов. Демонстрация возможностей вейвлетов в качестве дополнительного аналитического инструмента регионального анализа.**Методология.** Используются алгоритмы вейвлет-анализа, базирующегося на применении многовариантных преобразований.**Результаты.** Получены вейвлет-оценки степени согласованности ценовой динамики между территориями. Произведена оценка влияния изменений ключевой ставки на высокочастотную составляющую динамики потребительских цен. Выявлена высокая инерционность инфляционных процессов, что указывает на существенное влияние на них фундаментальных, медленно меняющихся факторов.**Выводы.** Вейвлет-когеренция как метод оценки парных связей демонстрирует преимущество перед линейным коэффициентом корреляции Пирсона и функцией когерентности Фурье.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2025

Для цитирования: Старичков М.А. Использование вейвлетов для анализа территориальной неоднородности инфляции // Региональная экономика: теория и практика. – 2026. – № 2. – С. 4 – 29. DOI: 10.24891/yfqgwc EDN: YFQGWC

Введение

Объективным свойством пространственной структуры России является ее неоднородность¹. Она обусловлена как физико-географическими факторами, так и историческим наследием². Игнорирование регионального аспекта приводит к неправильной интерпретации действительности, а именно – к неадекватному восприятию реальных социально-

¹ Настоящая статья отражает личную позицию автора. Содержание и результаты данного исследования не следует рассматривать, в том числе цитировать в каких-либо изданиях, как официальную позицию Банка России или указание на официальную политику либо решения регулятора. Любые ошибки в данном материале являются исключительно авторскими.

² Гранберг А.Г. Основы региональной экономики. М.: Высшая школа экономики, 2001. 495 с.

экономических условий и неоправданным ожиданиям в части перспектив развития, что неизбежно сказывается на эффективности реализуемой федеральной политики и на выборе используемых инструментов, в том числе в банковской сфере³.

По существу, пространственная неоднородность – это факт наличия значимых межрегиональных различий в характеристиках динамики (уровня) каких-либо наблюдаемых индикаторов. Соответствующие тесты можно проводить любыми доступными математическими методами. В этом контексте, как отметил И. Мейер (лауреат Абелевской премии за 2017 г.), преимущество вейвлет-анализа состоит в том, что он «дает информацию (во временной развертке) об определенных сигналах, изображениях и операторах, которая более актуальна, чем та, которая получается из стандартного анализа Фурье» [1]. Вместе с тем на момент написания данной статьи поиск по каталогу Научной электронной библиотеки⁴ не индексирует русскоязычные работы по региональной экономике, в которых используются вейвлеты для выявления территориальных особенностей. Однако мониторинг международных платформ, таких как ResearchGate и Springer Link, показывает наличие научных публикаций по данной тематике. В качестве примера можно привести ряд работ зарубежных авторов⁵ [2–5].

Одним из базовых показателей социально-экономического развития регионов и страны в целом является индекс потребительских цен по соответствующей территории. При этом он давно и на регулярной основе публикуется по каждому субъекту Российской Федерации, то есть можно работать с достаточно длинными числовыми рядами. Исходя из изложенного, представляется актуальным вопрос использования вейвлет-анализа для изучения территориальной дифференциации динамики инфляции на российских данных.

Методологические основы вейвлет-анализа

Современная теория вейвлетов сочетает академическую строгость с гибкостью применения, объединяет мощный математический аппарат с прикладными вычислительными алгоритмами, адаптированными к задачам ML (Machine Learning) и Big Data. В зарубежных научных публикациях теория вейвлетов позиционируется как общепризнанный аналитический инструмент, характеризующийся универсальной применимостью для изучения нестационарных экономических процессов любой «природы», обеспечивающий «лучшую» информативность, детализацию и гибкость в работе в сравнении с традиционными (привычными) эконометрическими методами [6]. Для практической реализации, как правило, используются возможности Matlab или Python, R, Julia, EViews.

Для экспресс-погружения в «мир вейвлетов» с акцентом на прикладные аспекты можно использовать пособие Т.В. Захаровой и О.В. Шестакова⁶, другие исследования⁷. В этих работах изложено краткое введение в вейвлеты, описывается их потенциал и возможности для экономических исследований в части спектрального анализа, работы с нестационарными временными рядами, реализации кратномасштабной декомпозиции данных для

³ Старичков М.А. Неоднородность социально-экономического пространства России в проекции на банковский сектор // Деньги и кредит. 2014. № 10. С. 32–37.

⁴ Научная электронная библиотека. URL: <https://elibrary.ru/defaultx.asp?s=true&ysclid=mlqhg0hle76891850>

⁵ Real and Financial Cycles in EU Countries: Stylised Facts and Modelling Implications. URL: https://www.researchgate.net/publication/328744829_Real_and_financial_cycles_in_EU_countries_Stylised_facts_and_modelling_implications

⁶ Захарова Т.В., Шестаков О.В. Вейвлет-анализ и его приложения. М.: ИНФРА-М, 2024. 158 с.

⁷ Смоленцев Н.К. Основы теории вейвлетов. Вейвлеты в Matlab. М.: ДМК Пресс, 2019. 560 с.; Aguiar-Conraria L.F., Soares M.J. The Continuous Wavelet Transform: A Primer. URL: https://www.suomenpankki.fi/globalassets/en/research/seminars-and-conferences/conferences-and-workshops/documents/fdr2011/fdr2011_aguiarconrariasoares_paper.pdf; Schleicher C. An Introduction to Wavelets for Economists. URL: https://www.researchgate.net/publication/4738860_An_Introduction_to_Wavelets_for_Economists

выявления закономерностей поведения и углубленного частотно-временного анализа (когерентности) взаимосвязей рассматриваемых показателей.

Как и фурье-анализ, развитием (альтернативой) которого он является, вейвлет-анализ строится на использовании специальных функций, выступающих в роли аналога гармонических колебаний, для перевода исходных данных в наглядную форму, которая удобна для изучения и обработки (рис. 1–10). Выступающий в качестве ядра (основы) преобразования вейвлет (от английского wavelet – рябь, всплеск) – это обладающая свойством автомодельности, компактная знакопеременная математическая функция с нулевым средним значением, которая масштабируется и сдвигается. Методологически, в силу наличия значимых отличий в используемых расчетных алгоритмах, выделяют непрерывное (continuous wavelet transform, CWT) и дискретное (discrete wavelet transform, DWT) вейвлет-преобразования.

Так, CWT функции $f(t)$ по вейвлету $\psi(t)$ формирует вейвлет-спектр $W(a, b)$, определяемый как функция:

$$W(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt,$$

где $\bar{\psi}(t)$ – комплексно сопряженная функция функции $\psi(t)$ (если функцию $\psi(t)$ можно разложить на действительную и мнимую части $\psi(t) = u(t) + v(t)i$, то $\bar{\psi}(t) = u(t) - v(t)i$; если $\psi(t)$ действительная функция, то $\bar{\psi}(t) = \psi(t)$); a – переменная, задающая параметр масштаба/частоты (большие значения масштаба соответствуют низким частотам, малые – высоким; по аналогии с преобразованием Фурье: частота $\omega \frac{1}{a}$, что инвертирует картинку вейвлет-спектра); b – переменная, задающая параметр временного сдвига.

Вейвлет-спектр $W(a, b)$ дает количественную оценку «похожести» поведения исследуемого сигнала в каждой его точке и анализирующей функции в двумерной развертке по частоте и времени. В результате можно увидеть, насколько существенно и в какой именно момент проявляют себя те или иные частотные группы, происходят значимые сдвиги в поведении данных.

Для конечного дискретного временного ряда $f(n)$ с единичным шагом длины N вейвлет-спектр $W(a, b)$ рассчитывается по следующей формуле:

$$W(a, b) = |a|^{-\frac{1}{2}} \sum_{n=0}^{N-1} f(n) \psi\left(\frac{n-b}{a}\right),$$

где a – любое положительное число (на практике, в силу неизбежной ограниченности доступных вычислительных мощностей, данную переменную принято квантовать, используя диадическую систему построения шкалы возможных значений⁸; b – целое число от 0 до $N-1$, то есть де-факто результатом CWT реальных статистических данных будет матрица значений $W(a, b)$.

Если необходимо получить детальное представление о сходстве между рядами, то можно произвести расчет перекрестного вейвлет-спектра (cross-wavelet transform, XWT), определяемого следующим образом:

$$W_{xy}(a, b) = W_x(a, b) \bar{W}_y(a, b),$$

где $\bar{}$ указывает на комплексное сопряжение.

⁸ Используется заимствованная из музыки логарифмическая организация разбиения с шагами, кратными степеням 2, что дает плавность: интервалы между масштабами/частотами, отличающимися в два раза, называются «октавами», которые внутри делятся на «голоса», соответствующие дробным степеням 2.

Полученная функция дает информацию о локальной ковариации между анализируемыми наборами данных в каждый момент времени и при каждом масштабе (на каждой частоте), что значительно увеличивает глубину и возможности анализа взаимосвязей между рядами. Так, при использовании комплексного вейвлета значения XWT также будут иметь действительную и мнимую составляющие, причем угол между ними, определяемый через арктангенс (\arctg) соотношения, будет показывать разницу фаз колебаний между x и y (иными словами, наличие некоторого определенного временного лага в движении).

Данный вариант вейвлет-преобразования лежит в основе метода вейвлет-когерентности (WC), который по смыслу аналогичен построению функции когерентности Фурье и предполагает оценивание квадратичной меры взаимосвязи между временными рядами x и y в двумерной развертке по масштабу / частоте и времени, определяемой как квадрат модуля сглаженного перекрестного вейвлет-спектра $W_{xy}(a,b)$, нормированный на сглаженные вейвлет-спектры мощности $W_x(a,b)$ и $W_y(a,b)$:

$$R^2(a,b) = \frac{|S(W_{xy}(a,b))|^2}{S(|W_x(a,b)|^2)S(|W_y(a,b)|^2)},$$

где S – это оператор сглаживания, которое выполняется путем вычисления взвешенного скользящего среднего (свертки) как по времени, так и по масштабу/частоте.

Областью возможных значений $R(a,b)$ является диапазон $[0; 1]$. Величины около 0 указывают на слабую локальную согласованность, а значения, близкие к 1, – напротив, на высокую. Более подробную информацию о вейвлет-когерентности можно получить из публикаций [7–9].

В случае DWT процедура вейвлет-преобразования рассматривается как задача разложения анализируемого ряда по некоторому ортогональному вейвлет-базису. Наиболее быстрым и часто используемым вариантом ее решения является алгоритм Малла, в соответствии с которым исходный ряд (сигнал) может быть представлен в виде совокупности последовательных приближений грубой (аппроксимирующей) $A_j(n)$ и уточненной (детализирующей) $D_j(n)$ составляющих, с последующим их уточнением итерационным методом⁹. Характерной особенностью такого кратномасштабного анализа является разложение одного и того же ряда (сигнала) в разных ортонормированных базисах, соответствующих разным масштабам, причем переход от одного базиса к другому происходит определенным образом и не зависит от масштаба¹⁰. При этом используются не только вейвлет-функции

$\psi_{m,k}(n) = 2^{-\frac{m}{2}} \psi(2^{-m}n - k)$, раскрывающие детали, но и специальная масштабирующая (скайлинг) функция $\phi(t)$ ($\int_{-\infty}^{+\infty} \phi(t) dt = 1$), порождающая семейство соответствующих функций $\phi_{m,k}(n) = 2^{-\frac{m}{2}} \phi(2^{-m}n - k)$, которые образуют грубое приближение¹¹.

Переход к следующему базису можно представить как декомпозицию масштабирующих функций текущего базиса через масштабирующие функции и вейвлеты с параметром масштаба (m) на единицу больше. То есть, имеет место фильтрация данных, алгоритмиче-

⁹ Шелухин О.И., Гармашев А.В. Обнаружение DoS и DDoS-атак методом дискретного вейвлет-анализа // Т-Comm. Информационная безопасность. 2011. № S1. С. 44–46.

¹⁰ Павлейно М.А., Ромаданов В.М. Спектральные преобразования в MATLAB. СПб.: Санкт-Петербургский государственный университет, 2007. 160 с.

¹¹ Она отвечает за низкочастотную часть спектра, остающуюся после разложения на конечное число вейвлетов.

ски предполагающая наличие длины ряда $N=2^l$, где l – целое положительное число, что является крайне неудобным (жестким) условием.

$$f(n) = A_1(n) + D_1(n) = A_2(n) + D_2(n) + D_1(n) = \dots = A_M(n) + \sum_{m=1}^M D_m(n) = \sum_{k=1}^{2^{l-M}} a_{m,k} \varphi_{m,k}(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{2^{l-m}} d_{m,k} \psi_{m,k}(n),$$

где M – уровень разложения, который не может быть выше чем l ; $a_{m,k}$ – аппроксимирующие коэффициенты; $d_{m,k}$ – детализирующие коэффициенты; m, k – параметры масштаба и сдвига.

При этом каждый переход на следующий уровень разложения ухудшает качество временного разрешения в два раза. На предельно возможном уровне разложения ряд (сигнал) будет представлен совокупностью $2^l - 1$ детализирующих коэффициентов $d_{m,k}$ и одним аппроксимирующим коэффициентом $a_{l,1}$.

В 90-е гг. XX в. в целях устранения недостатков быстрого алгоритма DWT был разработан и предложен модифицированный алгоритм разложения – дискретное вейвлет-преобразование с максимальным перекрытием (maximal overlap discrete wavelet transform, MODWT) [10]. За счет изменения масштаба фильтра и расширения сигнала путем зацикливания имеющихся данных он дал возможность обрабатывать сигналы любой длины и поддерживать одинаковое временное разрешение без искажений на всех слоях разложения (при уровне l разложения получаем 1 аппроксимирующий и l детализирующих рядов той же длины, что и исходный). Как результат, в публикациях зарубежных авторов, размещенных в том числе на официальных сайтах ряда центральных банков, отмечается преимущество, в силу гибкости, вейвлет-декомпозиции перед стандартной полосовой фильтрацией [11–13].

Анализ территориальной неоднородности инфляции

В качестве информационной базы воспользуемся данными Федеральной службы государственной статистики («Индексы потребительских цен на товары и услуги») в разрезе субъектов Российской Федерации и по стране в целом (отчетный месяц к предыдущему месяцу; за период с января 2002 г. по февраль 2025 г.), представленными как темп прироста – отклонение от 1 (рис. 2). При этом оставим для рассмотрения только те регионы (края, республики, области и города федерального значения, а также Чукотский автономный округ), по которым есть максимально возможное количество наблюдений – 278 (в выборку не попадали Республика Крым и город федерального значения Севастополь, новые регионы, Чеченская Республика, автономные округа в составе краев и областей). Это 80 временных рядов: 1 общий по России и 79 территориальных.

Проверка данных на стационарность¹² дает неоднозначные результаты:

- расширенный тест Дики – Фуллера и тест Филлипса – Перрона показывают, что все рассматриваемые временные ряды стационарны;
- согласно тесту KPSS (Квятковского – Филлипса – Шмидта – Шина) 74 из 80 рассматриваемых временных рядов нестационарны;
- тест отношения отклонения указывает на нестационарность 15 из 80 рассматриваемых временных рядов.

Можно применить и другие тесты, но это уже качественно не изменит наблюдаемую картину – противоречивость оценок. В то же время традиционные методы анализа взаимосвязи временных рядов (расчет «классического» линейного коэффициента корреляции

¹² Все расчеты для статьи производились в Matlab с использованием стандартных функций с параметрами по умолчанию.

Пирсона – РСС или Фурье-функции когерентности – FCF) предполагают стационарность используемых данных. Если это не так, то их применение представляется «рискованным» с точки зрения достоверности формируемых оценок.

Однако такие неоднозначные ситуации при работе с временными рядами не исключение, а, скорее, правило, что сигнализирует о необходимости, во-первых, более глубокой аналитики для достижения консенсуса о том, считать ли рассматриваемые данные стационарными или нет, и, во-вторых, проведения определенных преобразований (например, взятие разниц), если это нужно. Но все это – дополнительные действия, которых можно избежать, если пользоваться методами, которые не накладывают требования стационарности используемых наборов. Одним из таких методов является вейвлет-анализ.

Сравним попарно имеющиеся у нас наборы данных, используя для этого инструментальный вейвлет-когерентности. Вычисления осуществляются с помощью аналитического вейвлета Морле (Габора); в Matlab это $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} e^{i6x}$. Результатом будет множество

массивов значений $R^2(a, b)$ по всем возможным парным комбинациям временных рядов, то есть мы получим «квантованное», в развертке по частоте и времени, представление о степени согласованности динамики инфляционных процессов между территориями. Это позволяет при необходимости «включить» режим «математического микроскопа», то есть оценить сопряженность локального поведения данных в каждый момент времени и по заданному масштабу, ее эволюцию в интересующем направлении. Однако, проводя исследования, иногда удобнее использовать «простую» однокритериальную характеристику общей «тесноты» статистически обоснованной связи: «слабая, не значимая» – «сильная, значимая».

Естественным вариантом решения данной задачи является метрика, предполагающая нахождение среднего по рассматриваемому массиву и извлечение квадратного корня из полученного значения. Для дальнейшего использования в рамках настоящей статьи обозначим данный показатель как AWC (average wavelet coherence). Если полученное значение вычесть из 1, то получится мера условного среднего «расстояния» между сравниваемыми временными рядами в части согласованности поведения: близость к 0 – высокая степень когерентности, около 1 – низкая.

В итоге можно сформировать два набора данных:

- комплект из 79 оценок согласованности поведения федерального и региональных индексов потребительских цен;
- квадратную матрицу 79 x 79 из парных оценок согласованности поведения индексов потребительских цен по всем регионам.

Вычтя рассчитанную посредством AWC матрицу парных оценок согласованности поведения индексов потребительских цен из соответствующей матрицы единиц, получим матрицу расстояний, основываясь на которой проведем агломеративную иерархическую кластеризацию¹⁵ объектов наблюдения (стандартный итерационный алгоритм упорядочивания данных «снизу вверх» исходя из их бинарного сходства¹⁴), визуализировав это в виде дендрограммы (рис. 6).

Результат демонстрирует сепарацию (разделение) регионов на основные четыре группы. Самый большой кластер включает 53 территории из всех федеральных округов, кроме

¹⁵ Алгоритм вычисления расстояния между кластерами – среднее расстояние между всеми парами объектов в любых двух кластерах.

¹⁴ Мандель И.Д. Кластерный анализ. М.: Финансы и статистика, 1988. 176 с.

Дальневосточного федерального округа. Эти территории демонстрируют чрезвычайно высокую сопряженность поведения, совместное согласованное движение.

Второй по числу объектов и относительно близкий к первому кластер включает 16 регионов из Северо-Западного (Республика Коми, Калининградская область), Южного (Республика Адыгея, Республика Калмыкия, Кабардино-Балкарская Республика, Республика Северная Осетия – Алания, Республика Дагестан), Дальневосточного (Приморский край, Забайкальский край, Хабаровский край, Еврейская автономная область) и Сибирского (Иркутская область, Республика Хакасия, Алтайский край, Республика Алтай, Красноярский край) федеральных округов. Его наличие показывает, что у ряда территорий есть определенные особенности в части индексов потребительских цен в сравнении с первой группой, которые, впрочем, нельзя считать очень существенными. По аналогии с физикой, эту общность объектов при необходимости можно воспринимать как некую границу первого кластера с соответствующими «краевыми» эффектами.

Третий кластер включает девять территорий, шесть из которых – это субъекты Дальневосточного федерального округа (Камчатский край, Магаданская область, Республика Саха (Якутия), Республика Бурятия, Амурская область, Сахалинская область), а Уральский (Тюменская область), Сибирский (Республика Тыва) и Северо-Кавказский (Республика Ингушетия) федеральные округа представлены одним регионом. Динамика индексов потребительских цен в этих регионах значимо неординарна в сравнении с регионами из предыдущих кластеров (причем в каждом конкретном случае особенности свои). Регионы третьей группы – как спутники, движущиеся вокруг некоего ядра общности первой и второй групп, то «приближаясь» к общей траектории, то «удаляясь» от нее.

Четвертый кластер (единичный) представлен Чукотским автономным округом, что в целом ожидаемо, исходя из фиксации кардинальных отличий динамики инфляционных процессов в данном регионе в сравнении с общефедеральными показателями. Чукотский автономный округ демонстрирует независимое, самобытное поведение.

Наблюдаемые в условиях постоянно меняющихся обстоятельств и отсутствия централизованного управления согласованность и сплоченность коллективного движения региональных индексов потребительских цен наводят на мысль об их возможном «роевом поведении»¹⁵ (swarm behaviour). Представляется, что дальнейшие исследования в данном направлении будут способствовать лучшему пониманию общероссийской динамики и инерционных характеристик инфляционных процессов в случае воздействия внешних факторов и событий.

Перейдем к анализу территориальной неоднородности инфляции с использованием алгоритмов MODWT. Используя в качестве анализирующей функции вейвлет Добеши порядка 8 (*db8*) (рис. 7), проведем кратномасштабную декомпозицию имеющихся данных до уровня 7 (выбор уровня декомпозиции и вейвлета носит произвольный характер), укрупнив полученные результаты¹⁶: краткосрочные колебания – сумма разложений D_1-D_3 (2–8 мес. / до 1 года), колебания бизнес-цикла – D_4-D_5 (16–32 мес. / от 1 года до 3 лет), среднесрочные колебания – D_6-D_7 (64–128 мес. / от 3 до 10 лет), долгосрочный тренд – A_7 (более 128 мес. / свыше 10 лет).

¹⁵ Тип «природного» коллективного поведения (птицы, рыбы, насекомые и т.д.), предполагающего самоорганизацию множества независимых агентов на основе локальных взаимодействий и простых правил. Характеризуется спонтанным возникновением упорядоченных структур и согласованных действий, нацеленных на адаптацию к внешним воздействиям или изменениям в окружении. Подробное описание этой концепции выходит за рамки данной статьи.

¹⁶ Lubik T.A., Matthes C., Verona F. Assessing U.S. Aggregate Fluctuations Across Time and Frequencies. URL: <https://ideas.repec.org/p/fip/fedrwp/19-06.html>

Результаты представлены на *рис. 8*. В целом они подтверждают ранее сделанный вывод о сопряженности движения региональных индексов потребительских цен. При этом если условно разделить временной диапазон анализа данных на две сопоставимые части (до объявления режима таргетирования инфляции и после), то наблюдается значимое уменьшение средних размахов вариации территориальных показателей в части краткосрочных колебаний (D_1-D_3 ; 2–8 мес. / до 1 года) и колебаний бизнес-цикла – (D_4-D_5 ; 16–32 мес. / от 1 года до 3 лет), то есть динамика региональных индексов в данных масштабах стала демонстрировать большую «кучность»¹⁷. Относительно среднесрочных колебаний (D_6-D_7 ; 64–128 мес. / от 3 до 10 лет) и долгосрочного тренда (A_7 ; более 128 мес. / свыше 10 лет) такой закономерности нет.

Это является ожидаемым эффектом информационной открытости, характерной для режима таргетирования. Если исходить из ранее озвученной гипотезы ролевого поведения инфляционных процессов в регионах на основе локальных взаимодействий и простых правил, то она увеличивает связанность, а значит, сокращает время реакции. Из этого следует, что «мотивационный импульс», формируемый Банком России, проходит достаточно оперативно и без искажений, в силу чего синхронизация высокочастотных составляющих индексов территориальных показателей инфляции происходит быстрее. С низкочастотной составляющей индексов территориальных показателей инфляции ситуация другая, так как они значительно медленнее реагируют на внешние импульсы.

В контексте этого представляет интерес анализ реакции динамики краткосрочных колебаний (D_1-D_3 ; 2–8 мес. / до 1 года) на изменения величины ключевой ставки Банка России. Рассмотрим период с начала 2013 г. подробнее (*рис. 9*), обозначив вертикальными линиями моменты принятия соответствующих решений. Исходя из полученного результата можно сделать два вывода:

- в условиях имевшей место траектории ключевой ставки движение высокочастотных компонент индексов потребительских цен удерживалось в относительно узком, стабильном коридоре значений;
- чем более значимо менялась ключевая ставка, тем быстрее это решение приводило к желаемому вектору изменения поведения высокочастотных компонент индексов потребительских цен.

Далее, чтобы корректно оценить роль каждого из масштабов в наблюдаемом развитии инфляционных процессов, используем такой инструмент, как расчет энергии на разных уровнях разложения (в % к общей сумме, *рис. 10*). Результаты показывают, что с января 2002 г. по февраль 2025 г. общую динамику в наибольшей степени определяли долгосрочные тренды (A_7 , более 128 мес. / свыше 10 лет; 52,1% по России в целом¹⁸). Это свидетельствует о высокой инерционности инфляционных процессов, существенном влиянии на них «фундаментальных», медленно меняющихся факторов. Также наблюдается некоторая, относительно небольшая, асимметрия распределения показателей по регионам на всех уровнях разложения.

Теперь, имея четырехмерные координаты позиционирования территорий в части энергии составляющих инфляционной динамики в рамках укрупненной кратномасштабной декомпозиции, проведем кластерный анализ данных «сверху вниз» исходя из их близости. Для начала оценим количество кластеров, на которое целесообразно разбивать имеющийся массив наблюдений, согласно стандартным критериям:

¹⁷ Если сравнивать периоды с января 2002 г. по декабрь 2013 г. и с января 2014 г. по февраль 2025 г., то снижение оценивается в 1,7 и 1,4 раза соответственно.

¹⁸ Это характерно и для более коротких временных отрезков, причем на отдельные даты внутри рассматриваемого периода данный показатель может достигать 90%.

- Дэвиса – Болдина (Davies – Bouldin criterion) – 7;
- Калиньского – Харабаца (Calinski – Harabasz criterion) – 23;
- силуэта (silhouette value and criterion) – 7;
- значения разрыва (gap value) – 1.

Исходя из повторяемости, выбираем 7, после чего применим популярный алгоритм k -средних¹⁹. Результаты представлены в *рис. 1*.

«Границы» распределения территорий в части энергии составляющих инфляционной динамики задают Чукотский автономный округ (кластер 7; минимальная инерция, преимущественно краткосрочные колебания) и Республика Саха (Якутия) (кластер 1; максимальная инерция, следование долгосрочному тренду). Кластеры 3, 4 и 5 демонстрируют отсутствие заметных перекосов в части энергетического вклада между краткосрочными колебаниями и следованием долгосрочному тренду. Они как бы формируют некое «ядро». Для кластера 6 характерно преобладание краткосрочных колебаний (именно это качество выступает как основной фактор позиционирования; можно рассматривать его как переход к кластеру 7), а для кластера 2 – долгосрочного тренда (оказывает определяющее влияние; можно рассматривать его как переход к кластеру 1). Энергетически колебания бизнес-цикла и среднесрочные колебания не оказывают значимого влияния ни в одном из кластеров, выступая в качестве некоего фона, который вместе с тем влияет на попадание в тот или иной кластер, так как метрикой является общее расстояние.

Смена одного вида вейвлета на другой при том же порядке детализации²⁰ в роли анализирующей функции в целом не меняет общей картины распределения энергии по компонентам. Если сопоставить данные, представленные на *рис. 1* и на *рис. 6*, то они в целом соответствуют друг другу. Это можно считать подтверждением гипотезы «роевого» коллективного движения региональных индексов потребительских цен.

Заключение

В работе обосновывается актуальность использования вейвлет-преобразований (как в SWT-, так и в MODWT-формате) в качестве дополнительного аналитического инструмента регионального анализа на примере рассмотрения пространственной неоднородности динамики потребительских цен. Для иллюстрации возможностей вейвлетов исследован массив российских индексов потребительских цен (месяц к предыдущему месяцу) в разрезе регионов и по стране в целом за период с января 2002 г. по февраль 2025 г. Была представлена следующая палитра алгоритмов:

- вейвлет-когеренция как метод оценки бинарных связей;
- агломеративная иерархическая кластеризация регионов (исходя из матрицы парных вейвлет-оценок согласованности поведения индексов потребительских цен);
- кратномасштабная декомпозиция (использован вейвлет Добеши порядка 8) для последующего отдельного рассмотрения поведения полученных компонент: краткосрочных колебаний (2–8 мес. / до 1 года), колебаний бизнес-цикла (16–32 мес. / от 1 года до 3 лет), среднесрочных колебаний (64–128 мес. / от 3 до 10 лет), долгосрочного тренда (более 128 мес. / свыше 10 лет);
- расчет энергетического вклада каждой компоненты в общий показатель при кратномасштабной декомпозиции (использован вейвлет Добеши порядка 8);

¹⁹ Используется евклидова метрика расстояния.

²⁰ Для проверки использовались вейвлеты Симлета и Фейера – Коровкина порядка 8.

– кластеризация регионов по методу k -средних в части энергий составляющих инфляционной динамики при кратномасштабной декомпозиции (использован вейвлет Добеши порядка 8).

Их использование позволило выявить ряд интересных моментов. Вейвлет-когеренция как метод оценки парных связей демонстрирует преимущество перед линейным коэффициентом корреляции Пирсона и функцией когерентности Фурье (в части практичности и информативности, что повышает обоснованность выводов). Наиболее высокую вейвлет-оценку «связанности» с общероссийской динамикой инфляции продемонстрировало поведение индекса потребительских цен по Свердловской области, а наиболее «самобытное» поведение характерно для Чукотского автономного округа. При межрегиональных сравнениях наиболее «тесное» сопряжение между динамикой индексов наблюдается в паре г. Санкт-Петербург – Ленинградская область, а самое слабое – в паре Республика Башкортостан – Чукотский автономный округ.

Согласно результатам агломеративной иерархической кластеризации, регионы образуют четыре существенно разных по размеру группы. Одна из них состоит из единственной территории – Чукотского автономного округа, что еще раз подчеркивает его «особенность». В рамках кратномасштабной декомпозиции (при сравнении средних размахов вариации территориальных показателей до объявления режима таргетирования инфляции и после) значимое уменьшение средних размахов вариации характерно только для краткосрочных колебаний и колебаний бизнес-цикла. Относительно среднесрочных колебаний и долгосрочного тренда такой закономерности нет. По мнению автора, это является следствием информационной открытости режима таргетирования.

Движение высокочастотных компонент индексов потребительских цен в условиях имевшей место динамики ключевой ставки Банка России удерживалось в относительно узком, стабильном коридоре значений. При этом, чем более значимо менялась ключевая ставка, тем быстрее это решение приводило к желаемому вектору изменения поведения высокочастотных компонент индексов потребительских цен, что позволяет предположить нелинейный характер временных лагов.

Расчет энергетического вклада каждой компоненты кратномасштабной декомпозиции данных показывает, что с января 2002 г. по февраль 2025 г. доминировала долгосрочная составляющая (52,1% общей энергии). Краткосрочные колебания – это только второй фактор (36,9%). Вклад колебаний бизнес-цикла и среднесрочных колебаний заметно менее значим.

Кластеризация регионов по методу k -средних (учитывалась энергия составляющих инфляционной динамики) показывает наличие некоего «ядра» территорий со сбалансированным (в целом) соотношением энергетических вкладов долгосрочной и краткосрочной составляющих. Картина распределения энергии по компонентам в рамках кратномасштабной декомпозиции данных в целом устойчива при смене вида вейвлета при том же порядке его детализации.

Также автор выдвинул гипотезу о применимости концепции «роевого» поведения в отношении совместного движения территориальных индексов потребительских цен.

Рисунок 1

Кластеризация регионов Российской Федерации по методу k -средних по результатам укрупненной кратномасштабной декомпозиции (учитывается энергия составляющих инфляционной динамики)

Figure 1

Clustering of the Russian Federation regions using the k -means method based on the results of aggregated multi-scale decomposition (taking into account the energy of the components of inflation dynamics)

Номер кластера		1	2
Параметры центроидов, %	D_1-D_3	26,5	35,7
	D_4-D_5	4,4	7,2
	D_6-D_7	3,9	3,6
	A_7	65,2	53,5
Регионы		Республика Саха (Якутия)	Брянская область
			Тамбовская область
			Ленинградская область
			Челябинская область
			Республика Тыва
			Иркутская область
			Забайкальский край
			Приморский край
			Амурская область
			Сахалинская область

Продолжение

Номер кластера		3	4
Параметры центроидов, %	D_1-D_3	40	44
	D_4-D_5	7,5	7,4
	D_6-D_7	3,7	3,4
	A_7	48,8	45,2
Регионы		Воронежская область	Белгородская область
		Калужская область	Владимирская область
		Костромская область	Орловская область
		Липецкая область	г. Москва
		Московская область	Мурманская область
		Рязанская область	Новгородская область
		Смоленская область	г. Санкт-Петербург
		Тульская область	Республика Адыгея
		Республика Коми	Кабардино-Балкарская Республика
		Вологодская область	Республика Башкортостан
		Псковская область	Удмуртская Республика
		Краснодарский край	Нижегородская область
		Ставропольский край	Пензенская область
		Республика Марий Эл	Самарская область
		Республика Мордовия	Саратовская область
		Пермский край	Ульяновская область
		Кировская область	Свердловская область
		Курганская область	Республика Хакасия
		Тюменская область	Новосибирская область
		Алтайский край	Омская область
		Кемеровская область – Кузбасс	Республика Бурятия
		Томская область	Хабаровский край
		Еврейская автономная область	Магаданская область

Продолжение

Номер кластера		5	6	7
Параметры центроидов, %	D_1-D_3	48	54,9	71,4
	D_4-D_5	7,3	7,7	5,5
	D_6-D_7	3,3	2,8	3,7
	A_7	41,4	34,6	19,4
Регионы	Ивановская область		Калининградская область	Чукотский автономный округ
	Курская область		Республика Калмыкия	–
	Тверская область		Республика Дагестан	–
	Ярославская область		Республика Ингушетия	–
	Республика Карелия		Республика Северная Осетия – Алания	–
	Архангельская область		–	–
	Астраханская область		–	–
	Волгоградская область		–	–
	Ростовская область		–	–
	Карачаево-Черкесская Республика		–	–
	Республика Татарстан		–	–
	Чувашская Республика		–	–
	Оренбургская область		–	–
	Республика Алтай		–	–
	Красноярский край		–	–
Камчатский край		–	–	

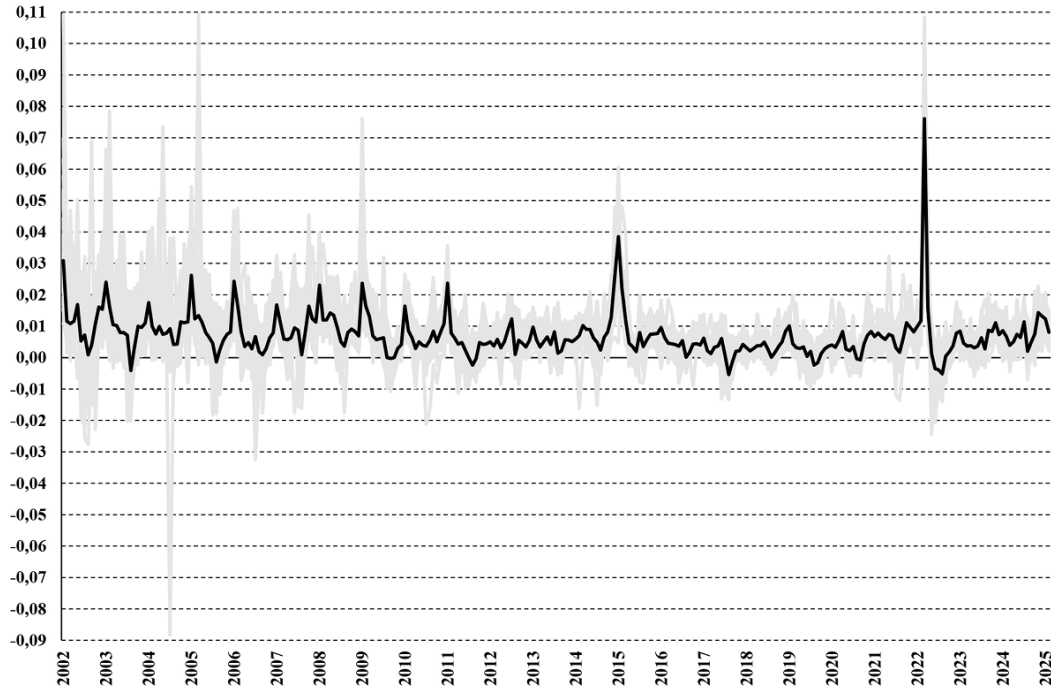
Источник: авторская разработка*Source:* Authoring

Рисунок 2

Темпы прироста индексов потребительских цен по регионам Российской Федерации и по стране в целом (январь 2002 г. – февраль 2025 г.), месяц к месяцу, CPI-1

Figure 2

Rates of growth of consumer price indices by region of the Russian Federation and for the country as a whole (January 2002 – February 2025), month to month, CPI-1



Примечание. Черная линия – данные по Российской Федерации.

Источник: Росстат

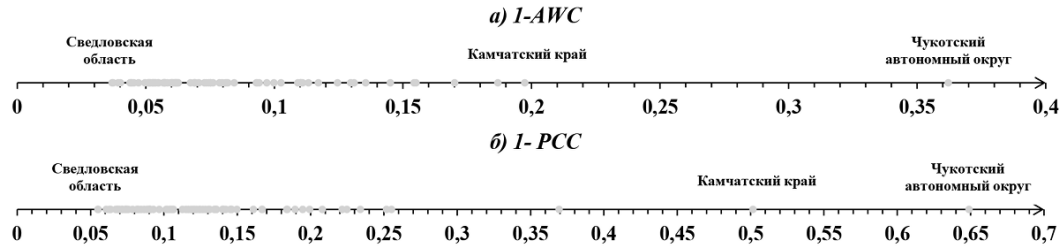
Source: The Rosstat data

Рисунок 3

Результаты попарного сравнения федерального и региональных темпов прироста индексов потребительских цен по некоторым регионам Российской Федерации (январь 2002 г. – февраль 2025 г.), месяц к месяцу, CPI-1

Figure 3

Results of pairwise comparison of federal and regional consumer price index growth rates in some regions of the Russian Federation (January 2002 – February 2025), month-to-month, CPI-1



Источник: авторская разработка

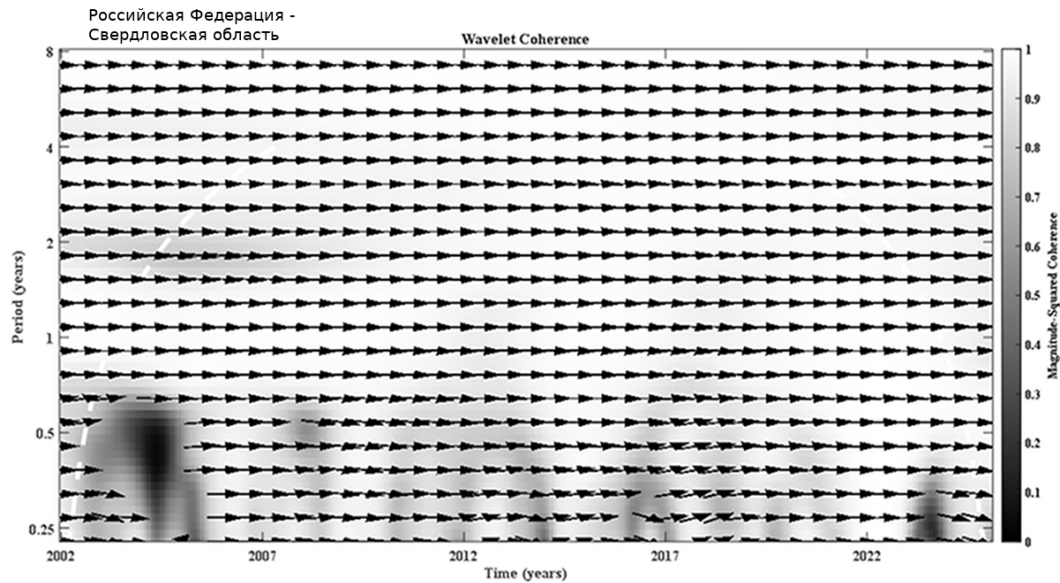
Source: Authoring

Рисунок 4

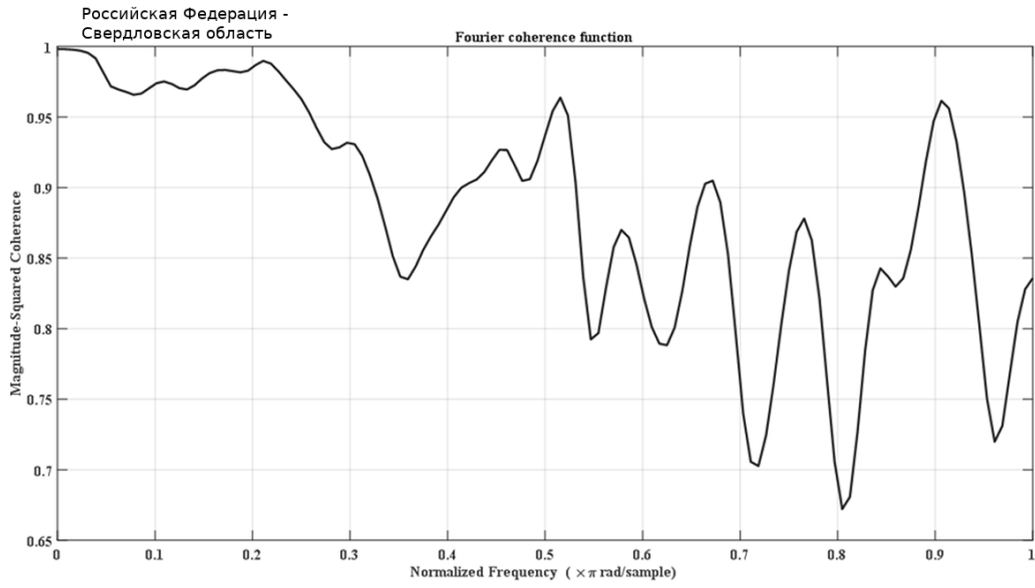
Российская Федерация – Свердловская область, Российская Федерация – Чукотский автономный округ: вейвлет-когерентность и функция фурье-когерентности темпов прироста индексов потребительских цен

Figure 4

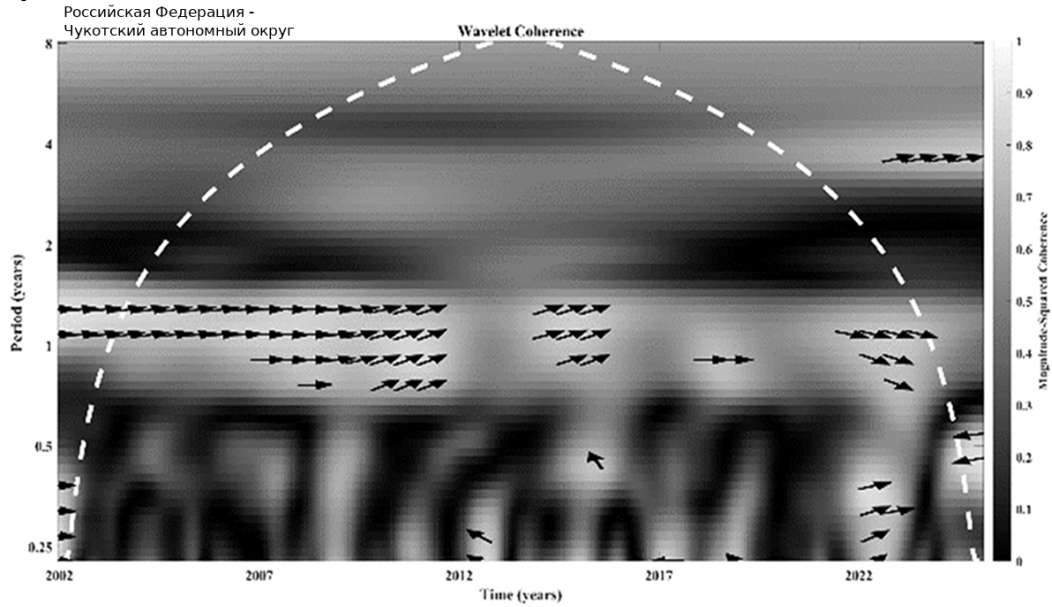
Russian Federation – Sverdlovsk Oblast, Russian Federation – Chukotka Autonomous Okrug: Wavelet coherence and Fourier coherence function of consumer price index growth rates



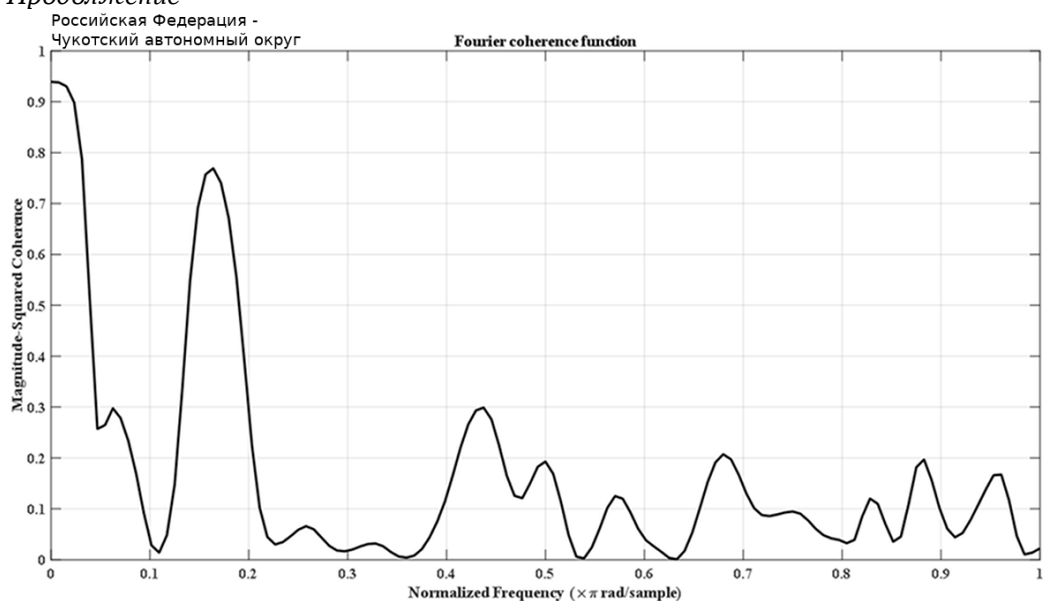
Продолжение



Продолжение



Продолжение



Примечание. Белая пунктирная линия – конус влияния, показывающий, где краевые эффекты становятся значительными; порог отображения фазы 0,7.

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Рисунок 5

Санкт-Петербург – Ленинградская область, Республика Башкортостан – Чукотский автономный округ: вейвлет-когерентность темпов прироста индексов потребительских цен

Figure 5

St. Petersburg – Leningrad Oblast, Republic of Bashkortostan – Chukotka Autonomous Okrug: Wavelet coherence of consumer price index growth rates

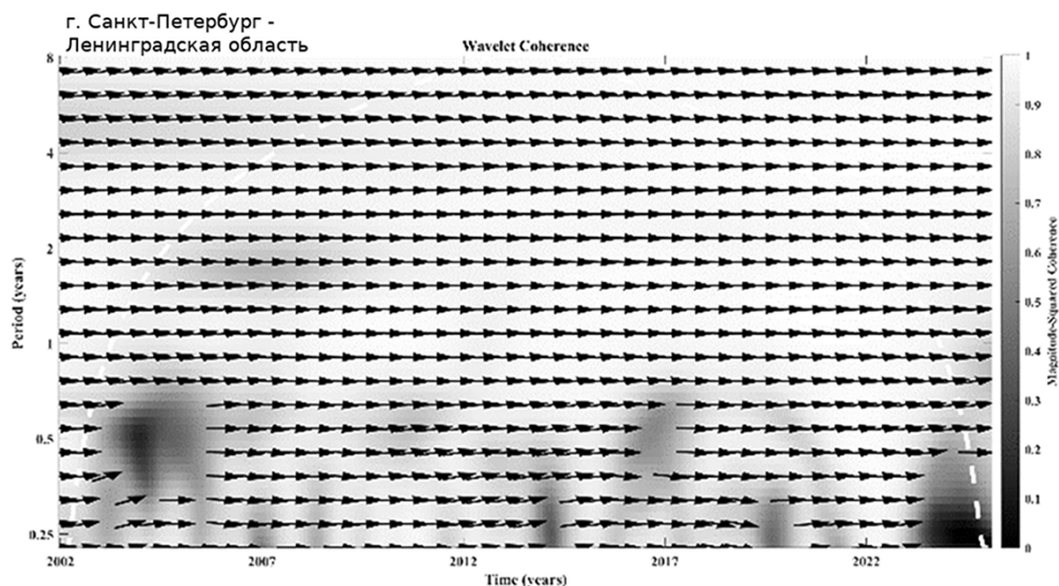
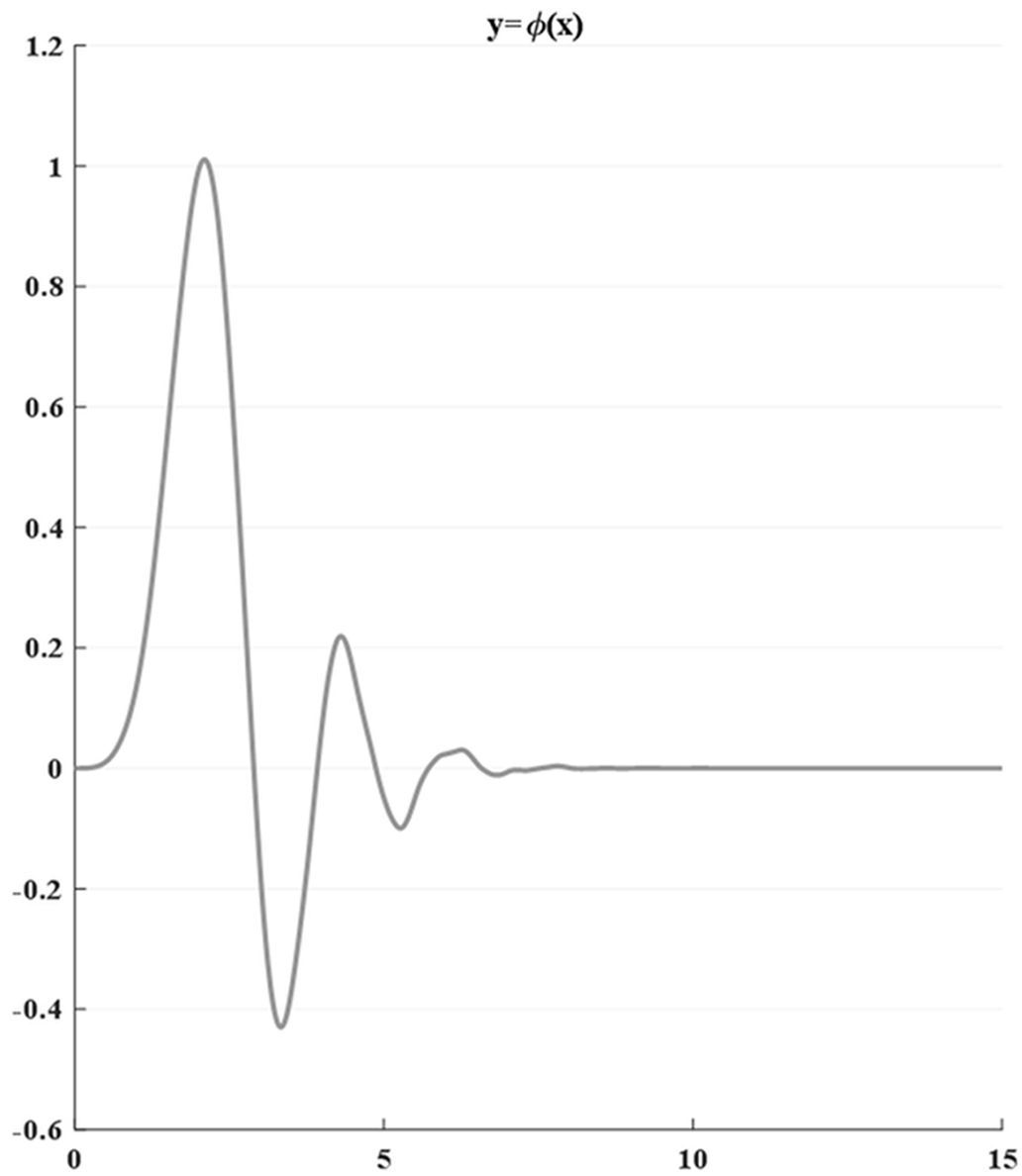
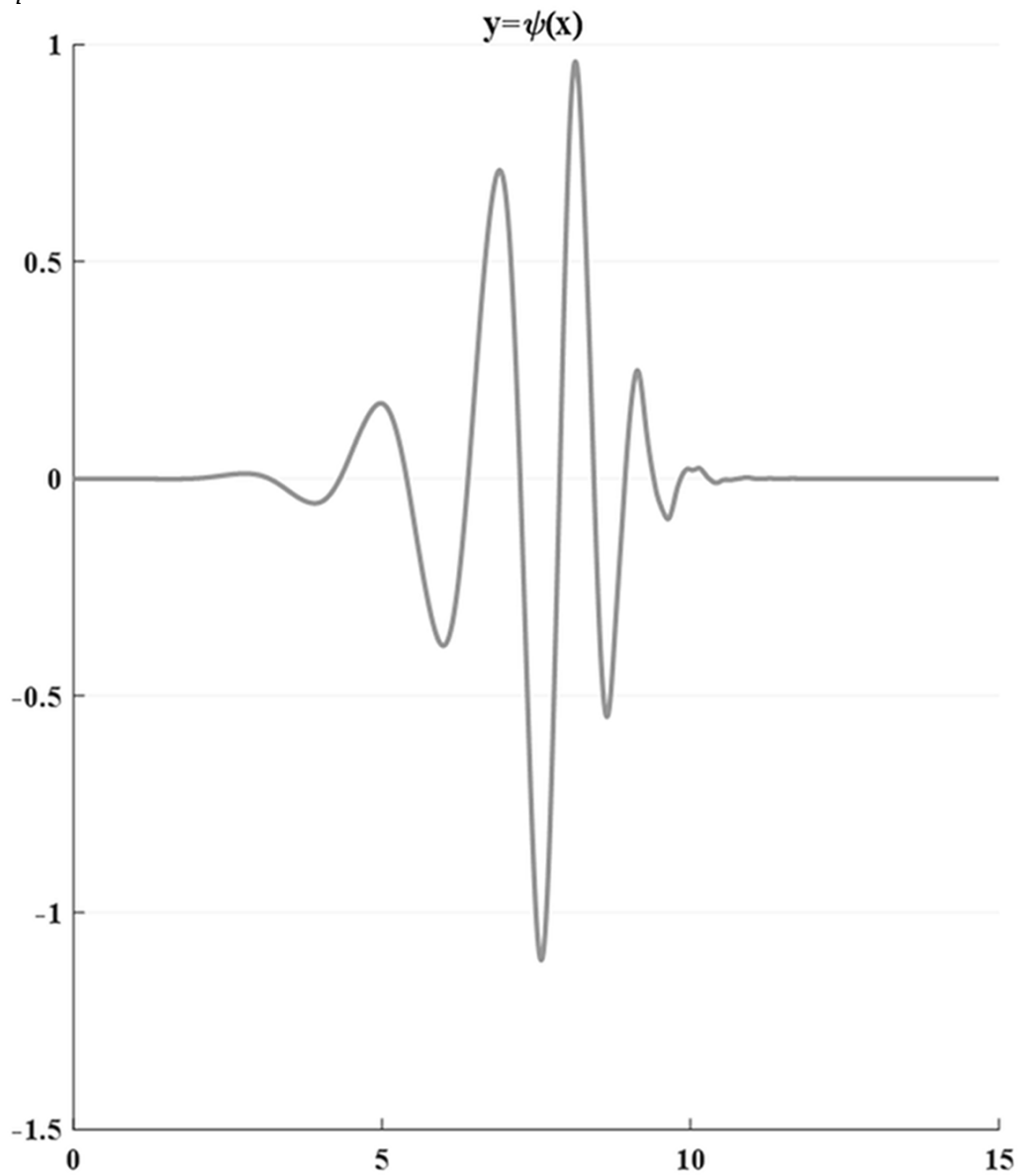


Рисунок 7
Визуализация вейвлета Добеши порядка 8

Figure 7
Visualization of Daubechies 8-tap wavelet



Продолжение



Источник: авторская разработка

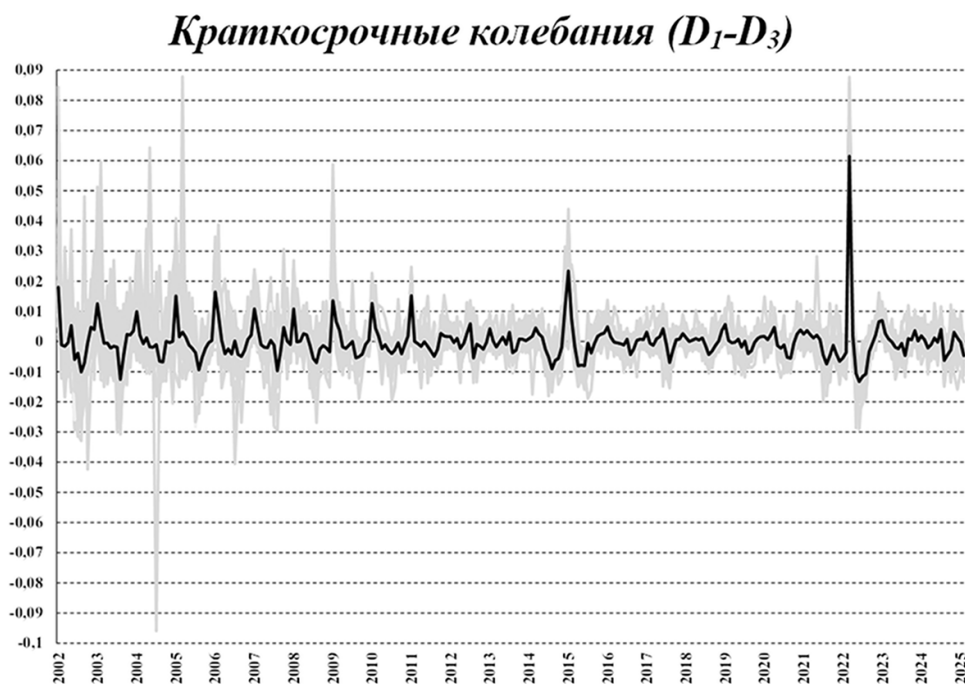
Source: Authoring

Рисунок 8

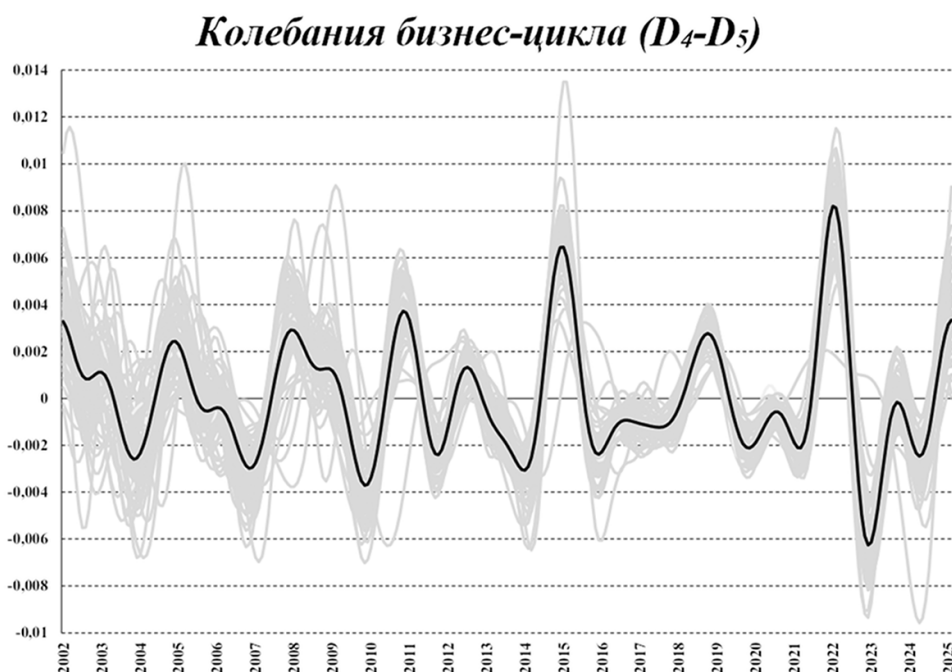
Российская Федерация и ее регионы: кратномасштабная декомпозиция темпов прироста индексов потребительских цен на основе вейвлета Добеши порядка 8 (январь 2002 г. – февраль 2025 г.), месяц к месяцу, CPI-1

Figure 8

The Russian Federation and its regions: a multi-scale decomposition of consumer price index growth rates based on an Daubechies 8-tap wavelet (January 2002 – February 2025), month to month, CPI-1

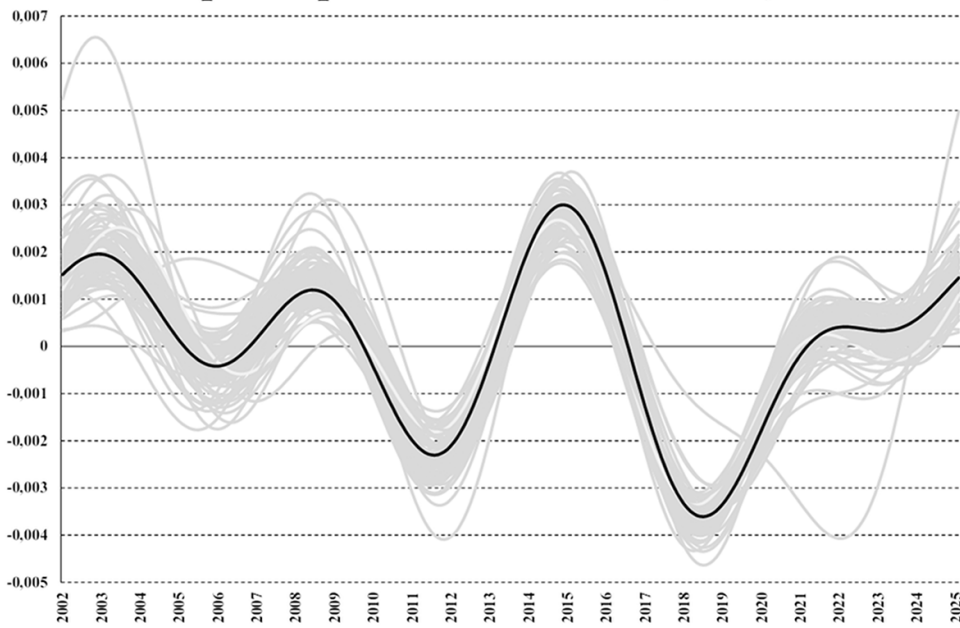


Продолжение



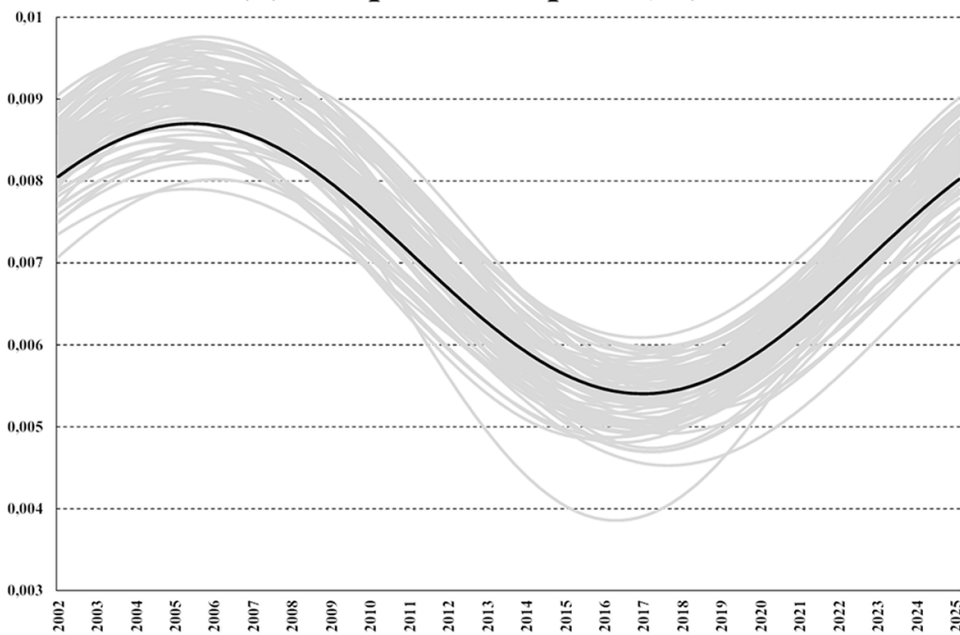
Продолжение

Среднесрочные колебания (D_6-D_7)



Продолжение

Долгосрочный тренд (A_7)



Примечание. Черная линия – данные по Российской Федерации.

Источник: авторская разработка

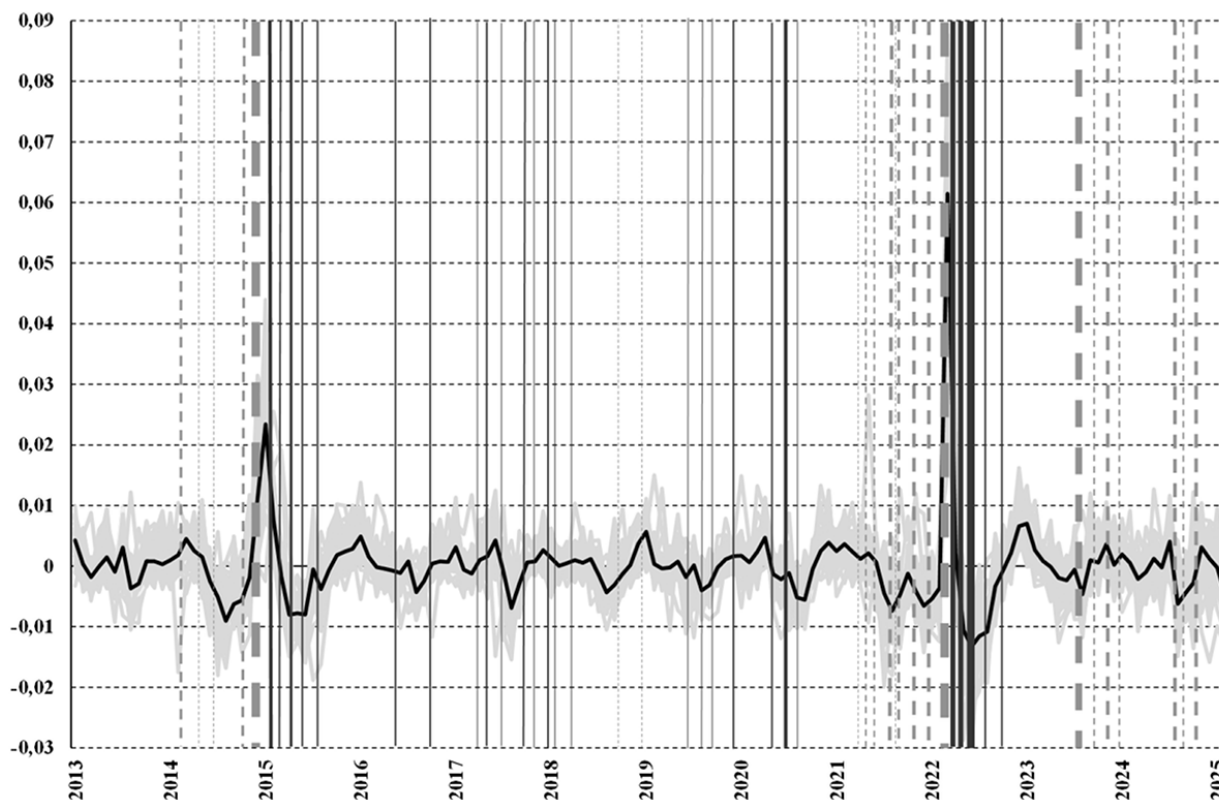
Source: Authoring

Рисунок 9

Российская Федерация и ее регионы: краткосрочные колебания в рамках декомпозиции индексов потребительских цен на основе вейвлета Добеши порядка 8 (январь 2013 г. – февраль 2025 г.), месяц к месяцу, CPI-1

Figure 9

The Russian Federation and its regions: short-term fluctuations within the decomposition of consumer price indices based on an Daubechies 8-tap wavelet (January 2013 – February 2025), month to month, CPI-1



Примечание. Черная линия – данные по Российской Федерации. Пунктирная вертикальная линия – увеличение. Сплошная вертикальная линия – снижение. Толщина линии зависит от величины шага. Если событие происходит не позднее 16 числа, то оно относится к текущему месяцу. Если событие происходит после 16 числа, то оно относится к следующему месяцу.

Источник: авторская разработка

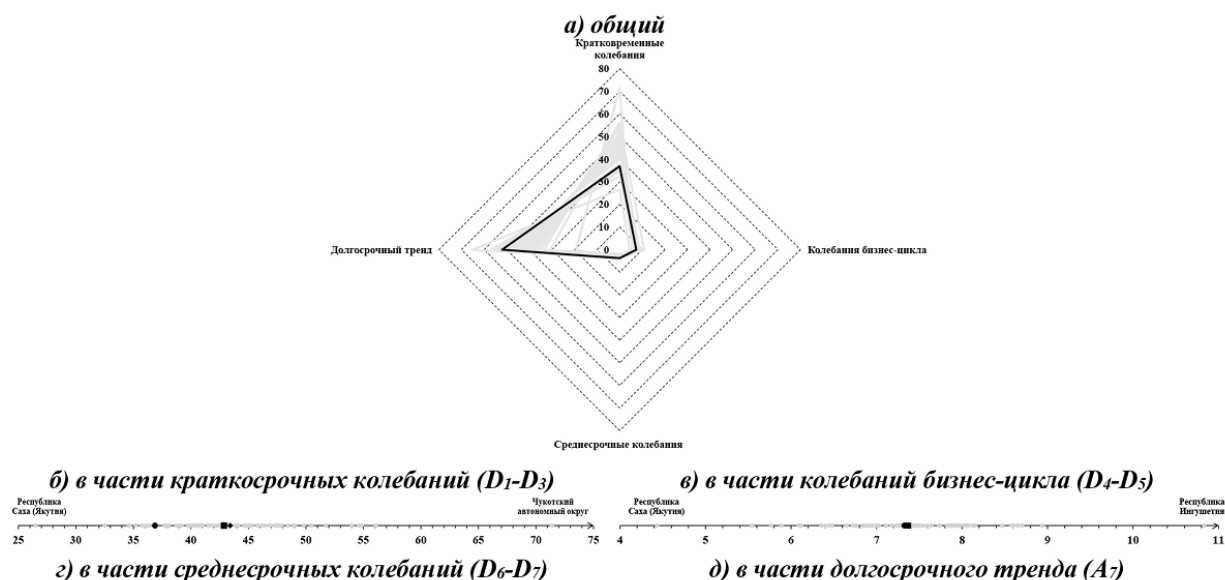
Source: Authoring

Рисунок 10

Энергетические спектры динамики темпов прироста индексов потребительских цен по некоторым регионам Российской Федерации, определенные на основе вейвлета Добеши порядка 8, %

Figure 10

Energy spectra of the dynamics of consumer price index growth rates for certain regions of the Russian Federation, determined based on an Daubechies 8-tap wavelet, percentage



Примечание. Верхняя часть рисунка: черная линия – данные по Российской Федерации.

Нижняя часть рисунка: черный круг – данные по Российской Федерации,

черный квадрат – медиана по регионам, черный ромб – среднее по регионам.

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Meyer Y. Wavelets and Operators. Cambridge University Press, 1992, 223 p.
2. Frankem G.S.G., Cedric F.M.L. Business Cycle Synchronization and African Monetary Union: A Wavelet Analysis. *Journal of Macroeconomics*, 2023, vol. 77, iss. 12. DOI: 10.1016/j.jmacro.2023.103527
3. Lo Cascio I. A Wavelet Analysis of the Ripple Effect in UK Regional Housing Markets. *International Review of Economics & Finance*, 2021, vol. 76, iss. 2. DOI: 10.1016/j.iref.2021.08.001
4. Tiwari A.K., Abakah E.J.A., Gil-Aiana L.A., Abakah M.K. Inflation Co-Movement Dynamics: A Cross-Country Investigation Using a Continuous Wavelet Approach. *Journal of Risk and Financial Management (JRFM)*, 2021, vol. 14, iss. 12. DOI: 10.3390/jrfm14120613
5. Xu J., Lu Y., Su F., Ai N. R/S and Wavelet Analysis on Evolutionary Process of Regional Economic Disparity in China during Past 50 Years. *Chinese Geographical Science*, 2004, vol. 14, iss. 3, pp. 193–201. DOI: 10.1007/s11769-003-0047-y
6. Старичков М.А. Использование вейвлетов для анализа динамики инфляционных процессов // Деньги и кредит. 2025. Т. 84. № 1. С. 105–128. EDN: ZRWJXG

7. Torrence C., Compo G.P. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1997, vol. 79, iss. 1, pp. 61–78.
DOI: 10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2
8. Torrence C., Webster P.J. Interdecadal Changes in the ENSO–Monsoon System. *Journal of Climate*, 1999, vol. 12, iss. 8, pp. 2679–2690.
DOI: 10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2
9. Macedo A. Signal Analysis and Coherence Using the Continuous Wavelet Transform. Ontario, Department of Computer Science and Mathematics Nipissing University North Bay, 2013, 122 p.
10. Percival D.B., Mofjeld H.O. Analysis of Subtidal Coastal Sea Level Fluctuations Using Wavelets. *Journal of the American Statistical Association*, 1997, vol. 92, iss. 439, pp. 868–880. DOI: 10.1080/01621459.1997.10474042
11. Charpe M., Bridji S., McAdam P. Labor Share and Growth in the Long Run. *Macroeconomic Dynamics*, 2020, vol. 24, iss. 7, pp. 1720–1757. DOI: 10.1017/S1365100518001025
12. Alvarez L.J., Gomez-Loscos A. A Menu on Output Gap Estimation Methods. *Journal of Policy Modeling*, 2018, vol. 40, iss. 4, pp. 827–850. DOI: 10.1016/j.jpolmod.2017.03.008
13. Akkoyun H.Ç., Atuk O., Koçak N.A., Özmen M.U. Filtering Short Term Fluctuations in Inflation Analysis. *İktisat İşletme ve Finans*, 2011, vol. 27, iss. 319, pp. 31–52.
DOI: 10.3848/iif.2012.319.3437

Информация о конфликте интересов

Я, автор данной статьи, со всей ответственностью заявляю о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

USING WAVELETS TO ANALYZE THE TERRITORIAL HETEROGENEITY OF INFLATION

DOI: <https://doi.org/10.24891/yfqgwc>EDN: <https://elibrary.ru/yfqgwc>**Mikhail A. STARICHKOV**

Novgorod Regional Division of the North-Western Main Branch of the Central Bank of the Russian Federation, Veliky Novgorod, Russian Federation

e-mail: mike157z@mail.ru

ORCID: 0009-0008-5165-8888

Article history:

Article No. 650/2025

Received 10 Oct 2025

Accepted 16 Nov 2025

Available online

26 Feb 2026

JEL Classification:

C02, C65, E31, R11

Keywords: wavelet

coherence, discrete wavelet transform, inflation, discrete signal energy, clustering

Abstract**Subject.** The heterogeneity of Russia's spatial structure.**Objectives.** Analysis of the territorial differentiation of inflation dynamics from January 2002 to February 2025 using modern applied computational algorithms. Demonstration of the capabilities of wavelets as an additional analytical tool for regional analysis.**Methods.** Wavelet analysis algorithms are used, based on the application of multivariate transformations.**Results.** Wavelet estimates of the degree of coherence of price dynamics between regions have been obtained. An assessment has been made of the impact of changes in the key interest rate on the high-frequency component of consumer price dynamics. A high inertia of inflationary processes has been identified, indicating a significant influence of fundamental slowly changing factors on them.**Conclusions.** Wavelet coherence as a method for assessing pairwise connections demonstrates an advantage over the Pearson linear correlation coefficient and the Fourier coherence function.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2025

Please cite this article as: Starichkov M.A. Using wavelets to analyze the territorial heterogeneity of inflation. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2026, iss. 2, pp. 4–29. DOI: 10.24891/yfqgwc
EDN: YFQGWG

References

1. Meyer Y. Wavelets and Operators. Cambridge University Press, 1992, 223 p.
2. Frankem G.S.G., Cedric F.M.L. Business Cycle Synchronization and African Monetary Union: A Wavelet Analysis. *Journal of Macroeconomics*, 2023, vol. 77, iss. 12. DOI: 10.1016/j.jmacro.2023.103527
3. Lo Cascio I. A Wavelet Analysis of the Ripple Effect in UK Regional Housing Markets. *International Review of Economics & Finance*, 2021, vol. 76, iss. 2. DOI: 10.1016/j.iref.2021.08.001
4. Tiwari A.K., Abakah E.J.A., Gil-Aiana L.A., Abakah M.K. Inflation Co-Movement Dynamics: A Cross-Country Investigation Using a Continuous Wavelet Approach. *Journal of Risk and Financial Management (JRFM)*, 2021, vol. 14, iss. 12. DOI: 10.3390/jrfm14120613

5. Xu J., Lu Y., Su F., Ai N. R/S and Wavelet Analysis on Evolutionary Process of Regional Economic Disparity in China during Past 50 Years. *Chinese Geographical Science*, 2004, vol. 14, iss. 3, pp. 193–201. DOI: 10.1007/s11769-003-0047-y
6. Starichkov M.A. [Using wavelets to analyse the dynamics of inflation processes]. *Den'gi i kredit*, 2025, vol. 84, iss. 1, pp. 105–128. (In Russ.) EDN: ZRWJXG
7. Torrence C., Compo G.P. A Practical Guide to Wavelet Analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 1997, vol. 79, iss. 1, pp. 61–78. DOI: 10.1175/1520-0477(1998)079<0061:APGTWA>2.0.CO;2
8. Torrence C., Webster P.J. Interdecadal Changes in the ENSO–Monsoon System. *Journal of Climate*, 1999, vol. 12, iss. 8, pp. 2679–2690. DOI: 10.1175/1520-0442(1999)012<2679:ICITEM>2.0.CO;2
9. Macedo A. Signal Analysis and Coherence Using the Continuous Wavelet Transform. Ontario, Department of Computer Science and Mathematics Nipissing University North Bay, 2013, 122 p.
10. Percival D.B., Mofjeld H.O. Analysis of Subtidal Coastal Sea Level Fluctuations Using Wavelets. *Journal of the American Statistical Association*, 1997, vol. 92, iss. 439, pp. 868–880. DOI: 10.1080/01621459.1997.10474042
11. Charpe M., Bridji S., McAdam P. Labor Share and Growth in the Long Run. *Macroeconomic Dynamics*, 2020, vol. 24, iss. 7, pp. 1720–1757. DOI: 10.1017/S1365100518001025
12. Alvarez L.J., Gomez-Loscos A. A Menu on Output Gap Estimation Methods. *Journal of Policy Modeling*, 2018, vol. 40, iss. 4, pp. 827–850. DOI: 10.1016/j.jpolmod.2017.03.008
13. Akkoyun H.Ç., Atuk O., Koçak N.A., Özmen M.U. Filtering Short Term Fluctuations in Inflation Analysis. *İktisat İşletme ve Finans*, 2011, vol. 27, iss. 319, pp. 31–52. DOI: 10.3848/iif.2012.319.3437

Conflict-of-interest notification

I, the author of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.