

pISSN 2073-1477
eISSN 2311-8733

Экономико-математическое моделирование

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СХЕМА ОЦЕНИВАНИЯ МАТРИЦЫ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА ПО ДАННЫМ ТАБЛИЦ «ЗАТРАТЫ–ВЫПУСК» ДЛЯ ЮГА ТЮМЕНСКОЙ ОБЛАСТИ*

Денис Александрович ГОВОРКОВ ^{a,*},
Виктор Петрович НОВИКОВ ^b,
Илья Георгиевич СОЛОВЬЕВ ^c,
Владимир Романович ЦИБУЛЬСКИЙ ^d

^a кандидат технических наук, старший научный сотрудник,
Тюменский научный центр Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация
dagovorkov@mail.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 3687-5960

^b младший научный сотрудник,
Тюменский научный центр Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация
viktor.p.novikov@yandex.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 3111-4819

^c кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник,
Тюменский научный центр Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация
solovyev@ikz.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 4340-6350

^d доктор технических наук, профессор, ведущий научный сотрудник,
Тюменский научный центр Сибирского отделения РАН,
Тюмень, Российская Федерация
v-tsib@yandex.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 4211-9183

* Ответственный автор

История статьи:

Рег. № 374/2021
Получена 28.06.2021
Получена в
доработанном виде
22.08.2021
Одобрена 29.10.2021
Доступна онлайн
14.12.2021

УДК 330.44

Аннотация

Предмет. Вопросы контроля и управления социально-экономическими показателями сбалансированного развития регионов на основе построения и сопровождения моделей межотраслевого баланса Леонтьева.

Цели. Разработка схем устойчивого оценивания агрегированных параметров балансовых моделей регионов по укороченной выборке статистических данных «затраты–выпуск» и правил их последующей регуляризации.

Методология. Применены множественные формы представления модели межотраслевых балансов региональной системы на основе

JEL: B16, B21, D57, H72, R13

агрегирования данных по региональным подсистемам.

Результаты. Первичная оценка агрегированной матрицы прямых затрат для юга Тюменской области получена по статистическим данным «затраты–выпуск» за 2014–2018 гг. Для соблюдения условий продуктивности в алгоритм оценивания была внесена дополнительная априорная информация, отражающая балансовые зависимости для эталонной матрицы прямых затрат, составленной для данных по России в целом и по югу Тюменской области в ретроспективе (2004–2013 гг.).

Выводы. Регуляризация агрегированной матрицы прямых затрат для юга Тюменской области, полученной по статистическим данным «затраты–выпуск» на основе метода наименьших квадратов, свидетельствует, что техника обратного оценивания не может выступать базовым инструментом первичного конструирования балансовых моделей региональных экономик. В то же время алгоритмы обратного оценивания в условиях последующей регуляризации являются удобным средством коррекции «эталонной» матрицы прямых затрат на основе актуальных данных по социально-экономическому развитию региона.

Ключевые слова:

межотраслевой баланс, модель Леонтьева, матрица прямых затрат

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2021

Для цитирования: Говорков Д.А., Новиков В.П., Соловьев И.Г., Цибульский В.Р. Вычислительная схема оценивания матрицы прямых затрат модели Леонтьева по данным таблиц «затраты–выпуск» для юга Тюменской области // *Региональная экономика: теория и практика*. – 2021. – Т. 19, № 12. – С. 2360 – 2383.
<https://doi.org/10.24891/re.19.12.2360>

Введение

Модели межотраслевого баланса были и остаются важным индикатором и конструктивным инструментом социально-экономического контроля и управления в регионе и рассматриваются как ключевой компонент в задачах прогнозирования региональной экономики (Г.Н. Охлопков [1], В.Н. Мякшин [2]), в стратегическом планировании, связанном с инвестиционным (В.Н. Мякшин [3], П.М. Килин [4]) или эколого-социальным развитием региона (В.И. Гурман [5]). Проблемы построения и сопровождения моделей подобного класса в условиях рынка вполне объяснимы.

Многие авторы отмечают принципиальные сложности в определении и стабильном исчислении показателей региональных выпусков и внутреннего

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Проект № 20-47-720001 «Разработка алгоритма цифрового мониторинга развития региона с учетом меняющихся: условий, целевой функции и оценкой восприятия развития населением региона».

потребления из-за нестабильной структуры производств (М.В. Курганова¹), расширения сферы услуг (З.Б.-Д. Дондоков [6]), конъюнктуры рыночных цен и многих других динамических факторов рынка (Р.Р. Дужински [7]). Попытка детального учета объемов производств и услуг текущего периода контроля плохо стыкуется по номенклатуре и объемам с показателями прошлых периодов и не гарантирует воспроизводство той же номенклатуры в будущем.

В условиях детального учета инструменты прогноза и планирования на основе балансовых моделей работают плохо. Переход к агрегированным (суммарным) показателям с выделением подсистем упрощает анализ и повышает надежность планов, увеличивая горизонты прогнозирования. Однако потеря детальности учета при переходе к огрубленным агрегированным моделям снижает эффективность инструментов контроля по показателям текущего социального жизнеобеспечения.

Изложенное свидетельствует, что технологии регионального социально-экономического контроля и регулирования на основе моделей межотраслевых балансов и укрупненных подсистем должны отражать многомасштабную структуру построения как по детальности учета первичной информации, так и по динамике ее изменчивости. Схема балансового анализа должна определяться, с одной стороны, номенклатурой и качеством учетных данных о динамике развития территории (Н.Б. Баева [8] и Д.Ф. Дабиев [9]) а с другой – рассматриваемым комплексом задач регионального управления и, в частности, задачей управления устойчивым развитием региона (М.Ю. Калинин²).

Учитывая важность задач агрегирования и детализации данных и связанных с ними вопросов иерархического масштабирования моделей межотраслевого баланса, рассмотрим следующие темы:

- техника алгебраических трансформаций модели межотраслевых балансов Леонтьева при переходе к агрегированным переменным и анализ возможности обратного восстановления детальных состояний;
- уровни агрегаций и правила оценивания матрицы прямых затрат модели межотраслевых балансов по статистическим данным выпусков и объемов внутреннего потребления.

¹ Курганова М.В., Григорьева К.Д., Понамаренко С.С. Балансовый анализ. Модель Леонтьева // Известия Института систем управления СГЭУ. 2015. № 1. С. 328–332.

² Калинин М.Ю. Анализ управления устойчивым развитием региона // Региональная экономика: теория и практика. 2005. Т. 3. Вып. 11. С. 24–28.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/analiz-upravleniya-ustoychivym-razvitiem-regiona/viewer>

Схемы агрегирования и параметрического оценивания

Пусть региональная модель межотраслевых балансов Леонтьева полного порядка с детальным исчислением выпусков в отчетные периоды $k \in \{1, 2, \dots, nK\}$ представлена моделью вида

$$x(k) = A_x(k) + y(k), \quad (1)$$

где $x(k) = [x_1(k) \dots x_n(k)]^T > 0$ – вектор выпусков, $z(k) = A_x(k)$ – вектор внутреннего потребления или затрат на производство продуктов, работ и услуг, $A_x(k)$, $A > 0$ – n -мерная квадратная матрица нормативов внутреннего межотраслевого потребления, $y(k) \geq 0$ – прибавочный продукт (основа прибыли).

Пусть информация об объеме выпусков и внутреннем потреблении представлена статистическими данными регионального контроля в фиксированных на периоде наблюдения ценах

$$I = \{x(k), z(k), k \in K = \{1, 2, \dots, nK\}\}. \quad (2)$$

Тогда формальная запись алгоритма оценивания матрицы межотраслевых балансов региона A на основе метода наименьших квадратов (МНК) [10] может быть представлена матричной системой уравнений вида

$$\hat{A} \left(\sum_{k=1}^{nK} x(k) \mu(k) x(k)^T \right) = \left(\sum_{k=1}^{nK} z(k) \mu(k) x(k)^T \right), \quad (3)$$

где $\hat{A}$ – искомая оценка матрицы A , а $\mu(k) > 0$, $\sum_{k=1}^{nK} \mu(k) = nK$ – нормированные коэффициенты значимости данных $(x(k), z(k))$ на контролируемом периоде $k \in K$. Система уравнений имеет единственное решение, если информационная матрица

$$F(K) = \sum_{k \in K} x(k) \mu(k) x(k)^T \quad (4)$$

обратима. Тогда справедлива запись

$$\hat{A} = B(K) F(K)^{-1}, \quad B(K) = \sum_{k \in K} z(k) \mu(k) x(k)^T. \quad (5)$$

Необходимое условие обратимости матрицы $F(K)$ связывается с двумя обстоятельствами. Первое и очевидное: длительность периода наблюдений (2) должна иметь длину не ниже размерности контролируемого вектора выпусков $x(k)$, то есть

$$nK \geq n \quad . \quad (6)$$

Второе обстоятельство, более общее и неявно заданное: погодная статистика выпусков $x(k)$ должна быть информативна, то есть линейно независима, что в общем случае оценивается по уровню обусловленности $\text{cond}F(K)$ матрицы $F(K)$ [11]. При высокой размерности (детальности) вектора выпусков $x(k)$ обеспечение условий корректного оценивания (5) по схеме метода МНК $\text{cond}F(m) < 10^n$ остается труднопреодолимой проблемой. Главный путь решения проблемы – это понижение размерности модели (1) посредством перехода к подсистемам со скалярными агрегированными выпусками.

Представим (1) в блочном виде

$$\begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \dots \\ x_m(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ \dots \\ x_m(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ \dots \\ y_m(k) \end{pmatrix} \quad (7)$$

с выделенными выпусками m подсистем

$$x_i(k) = [x_{n(i-1)+1}(k) \dots x_{n(i)}(k)]^T \in R^{n(i)-n(i-1)} \quad , \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad ,$$

которой сопоставим m -мерную модель меньшей размерности

$$\begin{pmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ \dots \\ v_m(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{v11} & a_{v12} & \dots & a_{v1m} \\ a_{v21} & a_{v22} & \dots & a_{v2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{vm1} & a_{vm2} & \dots & a_{vmm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ \dots \\ v_m(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ \dots \\ w_m(k) \end{pmatrix} \quad , \quad (8)$$

где новые агрегированные переменные состояния определяются как суммы выпусков выделенных подсистем

$$v_i(k) = \sum_{j=n(i-1)+1}^{n(i)} x_j(k) \quad ,$$

$$w_i(k) = \sum_{j=n(i-1)+1}^{n(i)} y_j(k) \quad ,$$

$$\eta_i(k) = \sum_{j=n(i-1)+1}^{n(i)} z_j(k) \quad , \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad .$$

По подобию (1), модель (8) запишем в компактной форме

$$v(k) = A_v v(k) + w(k) ,$$

где векторы выпусков, внутреннего потребления и прибыли имеют представление

$$v(k) = [v_1(k) \dots v_m(k)]^T ,$$

$$\eta(k) = [\eta_1(k) \dots \eta_m(k)]^T ,$$

$$w(k) = [w_1(k) \dots w_m(k)]^T .$$

Как и в случае (3), алгоритм МНК оценивания редуцированной матрицы сводится к решению системы уравнений вида

$$\hat{A}_v F_v(K) = B_v(K) , \quad (9)$$

где по аналогии с (4) и (5) можно записать

$$B_v(K) = \sum_{k \in K} \eta(k) \mu(k) v(k)^T ,$$

$$F_v(K) = \sum_{k \in K} v(k) \mu(k) v(k)^T .$$

Пусть для нового огрубленного представления модели межсистемных (отраслевых) балансов (8) условие (6) по длине выборки данных

$$nK \geq m \quad (10)$$

выполнено с запасом. В этом случае можно ожидать, что для редуцированной модели (8) результаты оценивания по схеме МНК (9) будут более устойчивыми.

Основываясь на изложенном (8, 9), введем ряд новых представлений модели со смешанной структурой агрегации выпусков (2) для последующей детализации описания выделенных подсистем по ограниченной длине ряда данных наблюдений. На основании (7) сформируем m образов региональных балансовых систем (введем m подсистем) со смешанной структурой агрегации данных следующего вида

$$\begin{vmatrix} A_{ii} & a_{0,i} \\ a_{i0} & a_i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_i(k) \\ v_{i0}(k) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} z_i(k) \\ \eta_{i0}(k) \end{vmatrix} , \quad i \in I = \{1, \dots, m\} , \quad (11)$$

где, согласно определениям в (7) и (8), сохраняется детальное представление данных о выпусках, внутреннем потреблении

$$I = \{x_i(k), z_i(k), k \in K = \{1, 2, \dots, nK\}\} \text{ и матрице самозатрат } A_{ii} \text{ каждой}$$

подсистемы, но внешние связи предельно огрубляются введением интегральных агрегатов $v_{i0}(k) = \sum_{j \in I \setminus i} v_j(k)$, $\eta_{i0}(k) = \sum_{j \in I \setminus i} \eta_j(k)$ окаймляющих подсистем.

Пусть размерности полученных моделей (11) $m(i) = n(i) - n(i-1) + 1$ удовлетворяют необходимым условию идентифицируемости (10)

$$nK \geq m \geq m(i) \quad .$$

Тогда алгоритм МНК оценивания матрицы нормативов внутреннего потребления для (11) сводится к решению системы уравнений

$$\hat{A}_{i0} F_{i0}(K) = B_{i0}(K) \quad , \quad (12)$$

где:

$$\hat{A}_{i0} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{ii} & \hat{a}_{0i} \\ \hat{a}_{i0} & \hat{a}_i \end{bmatrix} \quad ,$$

$$B_{i0}(K) = \sum_{k \in K} u(k) = \begin{bmatrix} z_i(k) \\ \eta_{i0}(k) \end{bmatrix} [x_i(k)^T v_{i0}(k)^T] \quad ,$$

$$F_{i0}(K) = \sum_{k \in K} u(k) = \begin{bmatrix} x_i(k) \\ v_{i0}(k) \end{bmatrix} [x_i(k)^T v_{i0}(k)^T] \quad .$$

Заключительный этап детализации оценивания моделей подсистем (7) по укороченной статистике $\langle x_i(k), z_i(k), k \in \{1, 2, \dots, nK\} \rangle$ данных детального регионального контроля на основе вторичного МНК осреднения связан с представлением подсистем со смешанной структурой агрегации выпусков в виде

$$x_i(k) = \hat{A}_{ii} x_i(k) + A_{vi} v_{0i}(k) + y_i(k) \quad , \quad i \in I \quad ,$$

где искомая матрица A_{vi} образована вектор-столбцами связей i -ой подсистемы с агрегированными выпусками $v_j(k)$ подсистем окаймления $j \in I \setminus i$, так что выполнено

$$A_{vi} v_{0i}(k) = \sum_{j \in I \setminus i} a_{vj} v_j(k) \quad .$$

Отсюда, алгоритм МНК оценивания матриц связей подсистем через агрегированные переменные, согласно (13) примет вид

$$\hat{A}_{vi} F_{vi}(K) = B_{vi}(K) \quad , \quad (14)$$

где:

$$B_{vi}(K) = \sum_{j \in I \setminus i} u(k) \Delta z_j(k) v_j(k)^T, \quad ,$$

$$F_{vi}(K) = \sum_{j \in I \setminus i} u(k) v_j(k) v_j(k)^T, \quad ,$$

$$\Delta z_j(k) = z_j(k) - A_{ij} x_i(k) \quad .$$

Правила регуляризации

Рассмотренная схема расчета параметров балансовых моделей по технологии решения обратных задач на основе контроля входо-выходных данных о выпусках и затратах экономической системы региона на выделенном промежутке времени доставляет, как правило, некорректные решения [12]. Причина некорректности – в низком уровне информативности монотонных входо-выходных траекторий поведения системы, имеющих нестрогую факторную природу исчислений, которая сама по себе в условиях рынка регулярно корректируется. Данное обстоятельство применительно к задаче по обработке исходных данных при разработке таблицы «затраты–выпуск» отмечается в работе А.Р. Саяповой³, а к задаче построения уравнений экономической модели – в работе С.Ю. Ширнаевой [13].

Монотонность траекторий развития порождает низкий уровень обусловленности искомым многопараметрических связей, оценки которых могут сильно искажаться нестрогими «зашумленными» данными исчислений выпусков и затрат, что, в частности, отражено в работе Т.А. Киященко [14]. Понижение размерности моделей за счет перехода к суммарным (агрегированным) входо-выходным показателям выделенных подсистем сокращает количество связей, снижая уровни некорректности, что позволяет применять технологию обратного оценивания по МНК.

Однако вопросы пригодности, надежности и устойчивости получаемых оценок остаются в силе. Речь идет о том, что оценки балансовых матриц состоятельных региональных экономик разных уровней агрегаций A , A_v , A_{i0} , должны удовлетворять условиям продуктивности В.В. Леонтьева [15], что соответствует отношениям

$$A_* > 0, \quad S_* > 0, \quad S_* = (I - A_*)^{-1}, \quad (15)$$

³ Саяпова А.Р. Современные проблемы разработки таблиц «затраты–выпуск» в России. В кн.: Экономико-математические методы исследования современных проблем экономики и общества. Сборник материалов Международной научно-практической конференции. Уфа: Азтерна, 2015. С. 312–318.

где точка на месте индекса – любое из ранее используемых обозначений схем агрегаций.

Рассмотренные модели и алгоритмы МНК оценивания в условиях низкой информативности укороченной статистики входо-выходных данных не гарантируют выполнения отношений (15). Один из подходов к решению указанной проблемы связан с применением технологий регуляризации оценок и алгоритмов. Суть подхода заключается в определении и применении эталонного регионального прототипа искомой матрицы балансов A^3 .

Например, пусть $\hat{A}_v$ – оценка матрицы региона v -го уровня агрегации (8), полученная по МНК (9), а $\bar{A}_v$ – проекция $\hat{A}_v$ на интервально заданную область допустимых значений $a_{vij} \in [0; 0,99]$:

$$a_{vij} = (0, \text{если } a_{vij} \leq 0) \cup (a_{vij}, \text{если } 0 < a_{vij} < 0,99) \cup (0,99, \text{если } a_{vij} \geq 1) . \quad (16)$$

Тогда искомая матрица региона с ближайшей проекцией $\hat{A}_v$ МНК оценки к эталону A_v^3 , удовлетворяющая условию продуктивности (15), может быть построена по выражению

$$A_{v*} = (1 - \lambda_*) \bar{A}_v + \lambda_* A_v^3 , \quad (17)$$

где $\lambda_* = \min \{ \lambda \text{ из тех, что выполнено; } (I - (1 - \lambda) \bar{A}_v - \lambda A_v^3)^{-1} > 0, \lambda \in [0, 1] \}$.

В качестве примера за «эталонный» образ полноразмерной матрицы межотраслевых балансов региона A^3 возьмем матрицу, полученную на основе таблиц ресурсов и использования товаров и услуг по России за 2006 г.⁴ с рубрикацией показателей отраслей на основе ОКВЭД⁵. Приведем классификацию представленных показателей и их распределение по четырем характерным подсистемам:

- экономическая подсистема (1 – сельское, лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство; 2 – добыча полезных ископаемых; 3 – обрабатывающие производства);
- социальная подсистема (4 – образование; 5 – здравоохранение и предоставление социальных услуг; 6 – деятельность в области культуры,

⁴ Краткие таблицы ресурсов и использования товаров и услуг.
URL: https://gks.ru/free_doc/new_site/vvp/tab-zatr-vip.htm

⁵ ОКВЭД2 – Общероссийский классификатор видов экономической деятельности.
URL: <https://classifikators.ru/okved>

спорта, организации досуга и развлечений и предоставление прочих видов услуг);

- инфраструктурная подсистема (7 – производство и распределение электроэнергии, газа и воды, организация сбора и утилизации отходов, деятельность по ликвидации загрязнений; 8 – строительство; 9 – оптовая и розничная торговля; ремонт автотранспортных средств, мотоциклов, бытовых изделий и предметов личного пользования; 10 – гостиницы и рестораны; 11 – транспорт и связь; 12 – финансовая деятельность и страхование; 13 – операции с недвижимым имуществом, аренда и предоставление услуг, административная, профессиональная, научная и техническая деятельность);
- институциональная подсистема (14 – государственное управление и обеспечение военной безопасности; социальное страхование).

Подобные примеры классификации и разделения показателей по характерным блокам представлены в работах Э.В. Детневой⁶ и А.Н. Молчанова⁷. Значения матрицы A^3 , вектор выпуска x_j и вектор эталонных затрат $z_j = A^3 x_j$ по представленной рубрикации приведены в *табл. 1*. Система параметров и состояний по схеме (7) разбита на четыре блочные подсистемы, которым соответствует аналогичная таблица агрегированных параметров матрицы A_v^3 и данных (*табл. 2*), отвечающих эталонному образу модели (8). Параметры матрицы эталонной агрегированной модели (8), представленные в *табл. 2*, рассчитываются по данным полного описания блоков (7) для эталонных состояний $\langle x_j, z_j \rangle$ по выражению простого осреднения

$$a_{ij}^3 = \frac{1_i^T A_{ij}^3 x_{ej}}{1_i^T x_{ej}}, 1_i^T = [1 \dots 1]_{n(i)}, v_{ej} = 1_j^T x_{ej}. \quad (18)$$

Рассмотрим задачу построения матрицы межсистемных балансов A_v для экономики Тюменской области (без округов) по данным сборника «Показатели системы национальных счетов в Тюменской области

⁶ Детнева Э.В. Институциональный сектор в финансовом обороте системы национальных счетов. В кн.: Стратегическое планирование и развитие предприятий. Материалы XX Всероссийского симпозиума. М.: Центральный экономико-математический институт РАН, 2019. С. 545–548.

⁷ Молчанов А.Н., Реут Д.В., Смирнов С.О. Анализ проблемного поля основных общероссийских классификаторов технико-экономической информации (ОКВЭД 2, ОКПД 2, ОКОФ). В кн.: Управление развитием крупномасштабных систем MLSD'2017. Материалы Десятой международной конференции. В 2 т. М.: Институт проблем управления им. В.А.Трапезникова, 2017. С. 358–361.

(2014–2018)»⁸, представленной детальной таблицей данных выпусков $x(k)$ и внутреннего потребления $z(k)$ в соответствии с рубрикацией ОКВЭД2 за период 2014–2018 гг. включительно $k \in K = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ (табл. 3). Соответствующие агрегированные данные выпусков и затрат по подсистемам указаны в табл. 4.

МНК оценивание параметров агрегированной модели, согласно (9), по имеющимся данным за пять лет (табл. 4) дает результат

$$\hat{A}_v = \begin{bmatrix} \hat{a}_{v11} & \hat{a}_{v12} & \hat{a}_{v13} & \hat{a}_{v14} \\ \hat{a}_{v21} & \hat{a}_{v22} & \hat{a}_{v23} & \hat{a}_{v24} \\ \hat{a}_{v31} & \hat{a}_{v32} & \hat{a}_{v33} & \hat{a}_{v34} \\ \hat{a}_{41} & \hat{a}_{42} & \hat{a}_{43} & \hat{a}_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,152 & 8,274 & 0,254 & -6,426 \\ -0,014 & 0,424 & 0,003 & 0,091 \\ 0,115 & -3,172 & 0,516 & 2,078 \\ 0,032 & -0,693 & 0,007 & 1,02 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

не удовлетворяющий условию продуктивности [12]. Проекция матрицы на область допустимых значений (16) также не удовлетворяет условию продуктивности (15) по условию положительности элементов матрицы $\bar{S}_v = (I - \bar{A}_v)^{-1}$

$$\bar{A}_v = \begin{bmatrix} 0 & 0,99 & 0,254 & 0 \\ 0 & 0,4249 & 0,003 & 0,091 \\ 0,115 & 0 & 0,516 & 0,99 \\ 0,032 & 0 & 0,007 & 0,99 \end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_v = \begin{bmatrix} 0,17 & 0,293 & -0,278 & -24,8 \\ -0,208 & 1,379 & -0,186 & -5,82 \\ -2,453 & -4,223 & -0,368 & -75,1 \\ -1,217 & -2,096 & -1,157 & -33,7 \end{bmatrix}.$$

Результат регуляризации по алгоритму (17) доставляет искомую оценку агрегированной матрицы региона следующего вида

$$A_{v*} = \begin{bmatrix} 0,332 & 0,435 & 0,203 & 0,17 \\ 0,0007 & 0,142 & 0,004 & 0,051 \\ 0,113 & 0,099 & 0,32 & 0,469 \\ 0,01 & 0,001 & 0,004 & 0,297 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

при $\lambda_* = 0,71$.

Если по исходным данным табл. 4 ввести обозначения агрегированных матриц выпусков и затрат

⁸ Показатели системы национальных счетов в Тюменской области (2014–2018): статистический сборник. Тюмень: Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Тюменской области, 2020.

$$V=[v(1)...v(m)] \quad , \quad N=[\eta(1)... \eta(m)] \quad ,$$

то для последовательности применяемых балансовых матриц алгоритма (17) можно восстановить оценки соответствующих матриц затрат для фиксированной исходной матрицы выпусков региона

$$N=[\eta(1)... \eta(m)] \quad ,$$

$$\bar{N}=[\bar{\eta}(1)... \bar{\eta}(m)]=\bar{A}_n[v(1)...v(m)] \quad ,$$

$$N_*=[\eta_*(1)... \eta_*(m)]=A_{v*}[v(1)...v(m)] \quad ,$$

$$N^3=[\eta^3(1)... \eta^3(m)]=A_n^3[v(1)...v(m)]$$

и оценить меру несоответствия с отчетными данными статистики.

Высокие уровни ошибок оценивания годовых затрат (*рис. 1*), полученные на основе матрицы A_{v*} (20), свидетельствуют, что «эталонный» пример, удовлетворяя условию продуктивности, тем не менее, плохо воспроизводит структуру затрат региона. Выбор эталона в технологиях регуляризации МНК оценок по алгоритму (17) имеет важное значение в обеспечении приемлемой точности по вектору затрат (внутреннего потребления). Например, если в качестве эталона использовать надежные результаты оценивания балансов региона на основе архивных данных по экономической статистике для юга Тюменской области с 2004 по 2013 г.⁹

$$A_v^3 = \begin{vmatrix} 0,186 & 0,028 & 0,435 & 0,135 \\ 0,0008 & 0,147 & 0,003 & 0,364 \\ 0,021 & 0,517 & 0,318 & 0,12 \\ 0,001 & 0,024 & 0 & 0,311 \end{vmatrix} \quad ,$$

то результат корректировки на основе МНК оценки $\hat{A}_v$ (19) текущего периода при $\lambda_*=0,95$ доставляет следующий результат

$$A_{v*} = \begin{vmatrix} 0,175 & 0,085 & 0,424 & 0,126 \\ 0,0008 & 0,163 & 0,003 & 0,347 \\ 0,027 & 0,486 & 0,33 & 0,172 \\ 0,0029 & 0,023 & 0,0005 & 0,351 \end{vmatrix} \quad .$$

Диаграмма среднеквадратических отклонений получаемых оценок затрат от реально объявленных объемов внутреннего потребления, представленная на

⁹ Статистический ежегодник. Тюменская область (кроме Ханты-Мансийского автономного округа – Югры и Ямало-Ненецкого автономного округа) (1990-2019). Ч. 1 (1990–2016). Ч. 2 (2017–2019). URL: <https://tumstat.gks.ru/ofpublic/document/72225?print=1>

рис. 1, указывает, что технология коррекции балансов прошлых периодов на основе МНК оценок текущего контрольного периода (17) оказывается более надежной. Уровни отклонений оценок затрат от статистических данных в данном случае получаются ниже, чем для оценок, полученных на основе «эталонной» матрицы (20).

Выводы

Методы оценки балансовых матриц связи состояний «выпуск–затраты» региональных моделей эконометрических систем на основе техники решений обратных задач по соответствующей статистике данных не могут выступать базовым инструментом первичного конструирования модели по следующим плохо устранимым причинам. Временные графики входо-выходных состояний «выпуск–затраты» по природе образования отражают монотонный характер эволюции развития региона. Низкий уровень информативности входной информации порождает низкий уровень обусловленности искомым корреляционных связей, что сводит задачу обратного параметрического оценивания к классу некорректных «плохо решаемых» задач.

Нестрогая по определению классификация системно-отраслевых показателей выпусков и затрат в условиях нестационарной конъюнктуры рынка цен, товаров и услуг порождает значительные «шумы» формируемых эконометрических измерений, что в условиях низкой обусловленности данных приводит к некондиционным результатам параметрического оценивания.

Видимые пути повышения надежности обратного оценивания параметров по входо-выходному контролю динамики поведения системы имеют свои потенциальные ограничения. Повышение обусловленности искомым связей посредством удлинения ряда выборки входных данных ограничено условиями и показателями скорости изменчивости самой искомой матрицы системы, что неизбежно в развивающихся экономиках региона. Сокращение порядка искомым связей за счет редукции размерности при переходе к агрегированным переменным заметно увеличивает обусловленность данных, доставляя устойчивые оценки искомым матрицам. Однако детальность описания, а вместе с ней и специфика функционирования региональной экономики теряется. Кроме того, огрубляются функции регионального контроля.

Как показал анализ, получаемые МНК оценки даже на агрегированных моделях, как правило, некондиционны и требуют последующей

корректировки. Любая регуляризация получаемых оценок основывается на внесении в алгоритм дополнительной априорной информации, отражающей специфику изучаемого объекта. Первичные технологии и приемы прямого построения балансовой матрицы региона несут ключевую информацию об уровне взаимодействий основных производственных структур и социальных институтов. Именно эта информация, как и сконструированная первичная матрица, должна применяться в качестве регуляризатора ответов в задачах обратного оценивания.

Технологии обратного оценивания выгодно использовать для текущей корректировки моделей регионов на основе кондиционных матриц, построенных по данным прошлых периодов, и обновляемых данных текущего контроля.

Таблица 1

Эталонная матрица прямых затрат, векторы выпусков и затрат

Table 1

Reference input-output matrix, input-output vectors

Подсистема	Номер показателя	1	2	3
Экономическая	1	0,1884	0,0006	0,0523
	2	0,0047	0,0627	0,1511
	3	0,2122	0,101	0,3705
Социальная	4	0,0259	0,0301	0,0352
	5	0,0029	0,0133	0,0061
	6	0,0027	0,0011	0,0011
Инфраструктурная	7	0,0001	0,0004	0,0004
	8	0,026	0,0412	0,0311
	9	0,0049	0,0083	0,0082
	10	0,0085	0,0441	0,0302
	11	0,0002	0,0002	0,001
	12	0,0001	0,0003	0,0002
	13	0,0017	0,0002	0,0001
Институциональная	14	0,0002	0,0002	0,0005

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	4	5	6
Экономическая	1	0	0,0012	0,0013
	2	0,1629	0,0135	0,0103
	3	0,1304	0,4234	0,0714
Социальная	4	0,248	0,0152	0,0088
	5	0,0206	0,0135	0,0016
	6	0,0013	0,003	0,0253
Инфраструктурная	7	0,0005	0,0012	0,0005
	8	0,0221	0,0338	0,1343
	9	0,0144	0,0072	0,0111
	10	0,0428	0,0473	0,0923
	11	0,0038	0,0009	0,0055
	12	0,0006	0,0003	0,0001
	13	0,0002	0,0001	0,0001
Институциональная	14	0,0012	0,0018	0,0004

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	7	8	9
Экономическая	1	0,067	0,0001	0
	2	0,0008	0,0241	0,0002
	3	0,2646	0,1868	0,0122
Социальная	4	0,0177	0,0339	0,0099
	5	0,0068	0,0204	0,0012
	6	0,0019	0,0088	0,001
Инфраструктурная	7	0,0004	0,0019	0,0005
	8	0,0082	0,0923	0,0026
	9	0,0056	0,0122	0,1336
	10	0,0601	0,0964	0,0615
	11	0,0003	0,0013	0,0003
	12	0,0001	0,0007	0,0017
Институциональная	13	0,0003	0,0007	0,0014
	14	0,0034	0,0007	0,0002

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	10	11	12
Экономическая	1	0,0007	0,0202	0,0202
	2	0,0035	0,0046	0,005
	3	0,1171	0,2183	0,1163
Социальная	4	0,0253	0,0236	0,0684
	5	0,0142	0,0377	0,0169
	6	0,0044	0,0013	0,0009
Инфраструктурная	7	0,0014	0,0095	0,0075
	8	0,0161	0,0653	0,0096
	9	0,0071	0,0001	0,001
	10	0,1108	0,1092	0,04
	11	0,0019	0,0005	0,0007
	12	0,0006	0,0004	0,0035
Институциональная	13	0,0001	0,0013	0,0029
	14	0,0193	0,033	0,0063

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	13	14	Выпуск, млн руб.	Потребление, млн руб.
Экономическая	1	0,0195	0,0082	2 001 895	1 199 696
	2	0,0061	0,003	3 664 256	2 800 037
	3	0,2346	0,147	12 871 781	10 034 838
Социальная	4	0,0504	0,042	2 204 236	1 749 667
	5	0,0131	0,0085	2 878 662	506 428
	6	0,002	0,0059	7 342 134	289 057
Инфраструктурная	7	0,0145	0,0013	472 846	78 629
	8	0,0183	0,0335	4 224 022	2 412 943
	9	0,001	0,0061	1 352 779	550 582
	10	0,0143	0,0888	3 946 134	2 821 387
	11	0,0013	0,0035	2 422 764	85 442
	12	0,0007	0,0009	886 711	20 708
	13	0,0043	0,0037	1 271 522	26 765
Институциональная	14	0,0086	0,0392	798 953	227 309

Источник: авторская разработка*Source:* Authoring

Таблица 2**Эталонная агрегированная матрица прямых затрат, векторы выпусков и затрат****Table 2****Reference aggregate input-output matrix, input-output vectors**

Подсистема	1	2	3
Экономическая	0,474738	0,197113	0,181174
Социальная	0,000984	0,021502	0,00486
Инфраструктурная	0,113071	0,142416	0,236121
Институциональная	0,000789	0,001725	0,002881

Продолжение

Подсистема	4	Выпуск, млн руб.	Затраты, млн руб.
Экономическая	0,24309	18 537 931	14 034 572
Социальная	0,034665	2 957 186	274 782
Инфраструктурная	0,246586	22 420 811	8 408 693
Институциональная	0,000455	2 422 764	85 442

Источник: авторская разработка*Source:* Authoring**Таблица 3****Данные по выпуску и затратам для Тюменской области, млрд руб. (2014–2018 гг.)****Table 3****Input-output data for the Tyumen Oblast (2014–2018), billion RUB**

Подсистема	Номер показателя	Выпуск	
		2014	2015
Экономическая	1	72,8	79,5
	2	139,7	175,2
	3	532,4	617,1
Социальная	4	39,7	41
	5	35,2	37,8
	6	14,8	16,1
Инфраструктурная	7	53,9	56,5
	8	147,1	150,7
	9	200,4	221,3
	10	18,7	20,8
	11	159,5	163,4
	12	6,3	4,9
	13	157	219,6
Институциональная	14	51,4	46,6
Итого		1 628,9	1 850,5

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	Выпуск		
		2016	2017	2018
Экономическая	1	72,3	74,1	78,8
	2	179	181,9	281,6
	3	635,4	699,9	830,5
Социальная	4	42,2	45	49,1
	5	38,3	40,2	50,3
	6	13	15,5	17,6
Инфраструктурная	7	59,4	63,2	72,5
	8	165,1	215,1	272,1
	9	212,4	206,7	211,1
	10	22,4	25,3	28,4
	11	171	227,6	242,9
	12	6,4	7,9	6,7
	13	211,6	234,3	256,2

Институциональная	14	49	52,8	58,5
Итого		1 877,5	2 089,5	2 456,3

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	Затраты	
		2014	2015
Экономическая	1	32,4	34,8
	2	37,6	44,4
	3	403,2	483,9
Социальная	4	12,4	12,3
	5	13	13,2
	6	9,2	9,4
Инфраструктурная	7	23,4	28,6
	8	78,2	87,2
	9	85,6	88,5
	10	8,8	10,3
	11	61,4	62,5
	12	3,4	2,6
	13	39,1	51,1
Институциональная	14	19,7	15,8
Итого		944,6	961,7

Продолжение

Подсистема	Номер показателя	Затраты		
		2016	2017	2018
Экономическая	1	34,3	36,4	40,8
	2	45,1	26,1	26,3
	3	508	527,1	601,6
Социальная	4	13	14	15
	5	13,7	14,2	16,9
	6	7,8	9	9,7
Инфраструктурная	7	30,9	32,6	37,2
	8	98,2	132,8	176,5
	9	71,4	68,8	68,7
	10	11,7	12,9	13,8
	11	58	105,8	105,4
	12	3,1	3,6	2,6
	13	47,4	55,1	57,5
Институциональная	14	19,1	21,9	24,9
Итого		1 060,3	1 196,9	827,4

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 4

Агрегированные данные по выпуску и затратам для Тюменской области, млрд руб. (2014–2018 гг.)

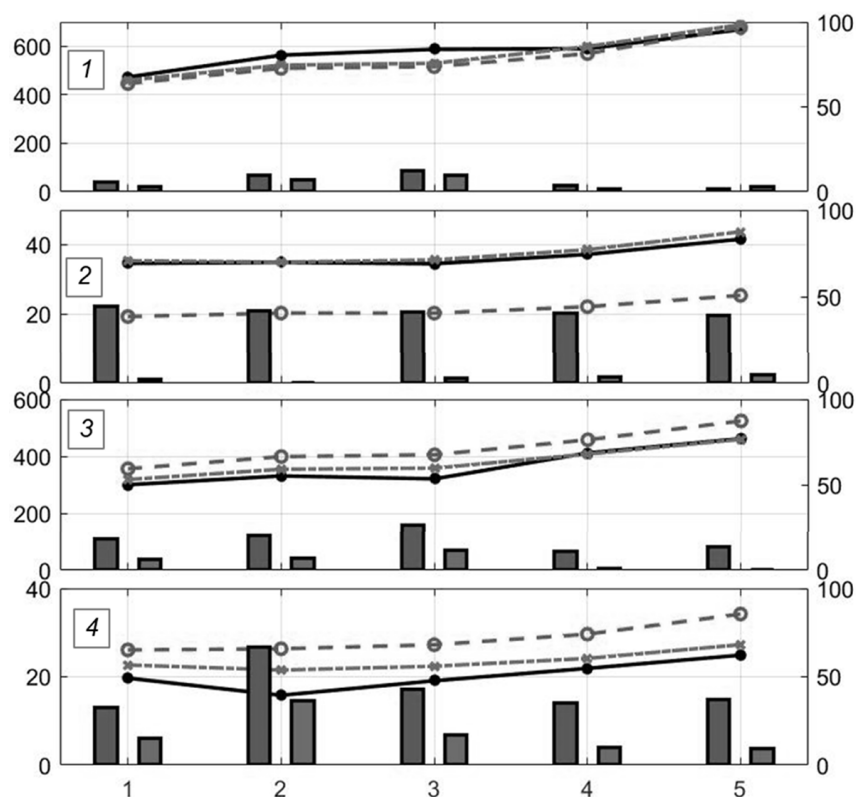
Table 4

Aggregate input-output data for the Tyumen Oblast (2014–2018), billion RUB

Подсистема	Выпуск				
	2014	2015	2016	2017	2018
Экономическая	744,9	871,8	886,7	955,9	1 190,9
Социальная	89,7	94,9	93,5	100,7	117
Инфраструктурная	742,9	837,2	848,3	980,1	1 089,9
Институциональная	51,4	46,6	49	52,8	58,5
Итого	1 628,9	1 850,5	1 877,5	2 089,5	2 456,3

Продолжение

Подсистема	Затраты				
	2014	2015	2016	2017	2018
Экономическая	473,2	563,1	587,4	589,6	668,7
Социальная	34,6	34,9	34,5	37,2	41,6
Инфраструктурная	299,9	330,8	320,7	411,6	461,7
Институциональная	19,7	15,8	19,1	21,9	24,9
Итого	827,4	944,6	961,7	1 060,3	1 196,9

Источник: авторская разработка*Source:* Authoring**Рисунок 1****Графики затрат по подсистемам по данным статистики.****Оценка по регуляризованной матрице прямых затрат****Figure 1****Costs charts by subsystem according to statistics.****Estimate using a regularized matrix of input-output coefficients**

Примечание. Ось x – время, год; ось y слева – выпуск по подсистемам, млрд руб.; ось y справа – отклонения между оценками и фактическими выпусками, %. Сплошная линия – данные по затратам по югу Тюменской области. Крупный пунктир – эталонная матрица, восстановленная по данным по России. Мелкий пунктир – эталонная матрица, восстановленная по данным по югу Тюменской области.

Источник: авторская разработка*Source:* Authoring

Список литературы

1. Охлопков Г.Н. Системный подход при прогнозировании валового регионального продукта с использованием модели межотраслевого баланса // Региональная экономика: теория и практика. 2020. Т. 18. Вып. 8. С. 1602–1614. URL: <https://doi.org/10.24891/re.18.8.1602>
2. Мякишин В.Н. Межотраслевой баланс как инструмент для разработки региональной инвестиционной стратегии // Региональная экономика: теория и практика. 2013. Т. 11. Вып. 30. С. 37–46. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mezhotraslevoy-balans-kak-instrument-dlya-razrabotki-regionalnoy-investitsionnoy-strategii>
3. Машунин Ю.К., Машунин И.А. Организация управления, моделирование и прогнозирование развития экономики региона // Региональная экономика и управление: электронный научный журнал. 2016. № 1. С. 29–58. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/organizatsiya-upravleniya-modelirovanie-i-prognozirovanie-razvitiya-ekonomiki-regiona/viewer>
4. Балацкий О.Ф., Бельшев Д.В., Гурман В.И. и др. Моделирование социо-эколого-экономической системы региона. М.: Наука, 2001. 175 с.
5. Килин П.М. Региональная модель межотраслевого баланса и прибавочная стоимость в открытой национальной экономике // Региональная экономика и управление: электронный научный журнал. 2016. № 4. С. 676–688. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/regionalnaya-model-mezhotraslevogo-balansa-i-pribavochnaya-stoimost-v-otkrytoy-natsionalnoy-ekonomike/viewer>
6. Дондоков З.Б.-Д., Дырхеев К.П., Мунаев Л.А. и др. Межотраслевой анализ экономики Республики Бурятии на основе таблиц «затраты–выпуск» // Региональная экономика: теория и практика. 2014. Т. 12. Вып. 28. С. 55–62. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mezhotraslevoy-analiz-ekonomiki-respubliki-buryatii-na-osnove-tablits-zatraty-vypusk/viewer>
7. Дужински Р.Р., Торонцев Е.Л., Мараховский А.С. Статическая устойчивость и динамические свойства макроэкономических систем // Региональная экономика: теория и практика. 2016. Т. 14. Вып. 6. С. 67–80. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/staticheskaya-ustoychivost-i-dinamicheskie-svoystva-makroekonomicheskikh-sistem/viewer>
8. Баева Н.Б. Модели и методы формирования составной траектории сбалансированного роста региональной экономической системы //

- Современная экономика: проблемы и решения. 2016. № 5. С. 8–21.
URL: <https://meps.econ.vsu.ru/meps/article/view/1426/1326>
9. *Дабиев Д.Ф.* О межотраслевом анализе экономики республики Тыва // Финансовая экономика. 2019. № 8. С. 348–352.
10. *Рао С.Р.* Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968. 547 с.
11. *Форсайт Дж., Молер К.* Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. М.: Мир, 1969. 166 с.
12. *Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В.* Экстремальные методы решения некорректных задач и их приложения к обратным задачам теплообмена. М.: Наука, 1988. 285 с.
13. *Ширнаева С.Ю.* Особенности построения системы одновременных уравнений при моделировании стабилизационных процессов экономики России // Вестник Самарского государственного экономического университета. 2009. № 5. С. 138–142.
URL: <http://vestnik.sseu.ru/index.php?cnt=1&idv=88>
14. *Киященко Т.А.* Особенности современной региональной оценки валового регионального продукта в Российской Федерации // Региональная экономика: теория и практика. 2014. Т. 12. Вып. 23. С. 52–57. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-sovremennoy-regionalnoy-otsenki-valovogo-regionalnogo-produkta-v-rossiyskoy-federatsii/viewer>
15. *Леонтьев В.В.* Межотраслевая экономика. М.: Экономика, 1997. 480 с.

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

pISSN 2073-1477
eISSN 2311-8733

Economic-Mathematical Modeling

A COMPUTATIONAL SCHEME TO ESTIMATE THE LEONTIEF MODEL MATRIX COEFFICIENTS ACCORDING TO INPUT-OUTPUT TABLE DATA FOR THE SOUTHERN REGIONS OF THE TYUMEN OBLAST

Denis A. GOVORKOV ^{a,*},
Viktor P. NOVIKOV ^b,
Il'ya G. SOLOV'EV ^c,
Vladimir R. TSIBUL'SKII ^d

^a Tyumen Scientific Centre of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation
dagovorkov@mail.ru
ORCID: not available

^b Tyumen Scientific Centre of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation
viktor.p.novikov@yandex.ru
ORCID: not available

^c Tyumen Scientific Centre of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation
solovyev@ikz.ru
ORCID: not available

^d Tyumen Scientific Centre of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences,
Tyumen, Russian Federation
v-tsib@yandex.ru
ORCID: not available

* Corresponding author

Article history:

Article No. 374/2021
Received 28 June 2021
Received in revised
form 22 August 2021
Accepted 29 Oct 2021
Available online
14 December 2021

JEL classification:

B16, B21, D57, H72,
R13

Abstract

Subject. This article deals with the control and management aspects of regional development on the basis of Leontief's balance model.

Objectives. The article aims to develop schemes for stable estimation of aggregate parameters of region balance models based on a shortened sample of input-output statistical data and rules for their subsequent regularization.

Methods. For the study, we used multiple forms of regional economic balance model transformation based on the aggregation of data of the selected regional subsystems.

Results. The primary estimates of aggregate input-output matrix for the southern regions of the Tyumen Oblast were obtained from the statistical input-output data for 2014–2018. To comply with the productivity conditions, additional information was introduced into the estimation algorithm reflecting the balance dependence for the reference input-output matrix for the Russian Federation and for the southern regions of the Tyumen Oblast in retrospective (2004–2013).

Conclusions. The result of regularization of aggregate input-output matrix for the southern regions of the Tyumen Oblast obtained from the

Keywords:

input-output balance,
Leontief model, matrix
of input-output
coefficients

statistical input-output data on the basis of the least squares method indicates that the backward estimation technique cannot act as a basic tool for the primary construction of balance models of regional economies. However, backward estimation algorithms with subsequent regularization are effective in correcting the reference input-output matrix using actual data of the region's socio-economic development.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2021

Please cite this article as: Govorkov D.A., Novikov V.P., Solov'ev I.G., Tsibul'skii V.R. A Computational Scheme to Estimate the Leontief Model Matrix Coefficients According to Input-Output Table Data for the Southern Regions of the Tyumen Oblast. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2021, vol. 19, iss. 12, pp. 2360–2383.
<https://doi.org/10.24891/re.19.12.2360>

Acknowledgments

The study was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), *Designing an Algorithm for Digital Monitoring of the Development of the Region, Taking into Account Changing Conditions, the Target Function, and Assessment of the Perception of Development by the Population of the Region*, project № 20-47-720001.

References

1. Okhlopkov G.N. [A systems-based approach to forecasting gross regional product using the inter-industry balance model]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2020, vol. 18, iss. 8, pp. 1602–1614. (In Russ.)
URL: <https://doi.org/10.24891/re.18.8.1602>
2. Myakshin V.N. [Inter-industry balance as a tool to develop a regional investment strategy]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2013, vol. 11, iss. 30, pp. 37–46.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mezhotraslevoy-balans-kak-instrument-dlya-razrabotki-regionalnoy-investitsionnoy-strategii> (In Russ.)
3. Mashunin Yu.K., Mashunin I.A. [Organization of management, modeling and forecasting of development of economy of the region]. *Regional'naya ekonomika i upravlenie: elektronnyi nauchnyi zhurnal*, 2016, no. 1, pp. 29–58. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/organizatsiya-upravleniya-modelirovanie-i-prognozirovanie-razvitiya-ekonomiki-regiona/viewer>

4. Balatskii O.F., Belyshev D.V., Gurman V.I. et al. *Modelirovanie sotsio-ekologo-ekonomicheskoi sistemy regiona* [Modeling of a socio-ecological-economic system of the region]. Moscow, Nauka Publ., 2001, 175 p.
5. Kilin P.M. [Regional model of interindustry balance and surplus value in open national economy]. *Regional'naya ekonomika i upravlenie: elektronnyi nauchnyi zhurnal*, 2016, no. 4, pp. 676–688. (In Russ.)
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/regionalnaya-model-mezhotraslevogo-balansa-i-pribavochnaya-stoimost-v-otkrytoy-natsionalnoy-ekonomike/viewer>
6. Dondokov Z.B.-D., Dyrkheev K.P., Munaev L.A. et al. [An inter-industry analysis of the economy of the Republic of Buryatia on the basis of input-output tables]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2014, vol. 12, iss. 28, pp. 55–62.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mezhotraslevoy-analiz-ekonomiki-respubliki-buryatii-na-osnove-tablits-zatraty-vypusk/viewer> (In Russ.)
7. Duszynski R.R., Toroptsev E.L., Marakhovskii A.S. [Static stability and dynamic properties of macroeconomic systems]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2016, vol. 14, iss. 6, pp. 67–80. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/staticheskaya-ustoychivost-i-dinamicheskie-svoystva-makroekonomicheskikh-sistem/viewer> (In Russ.)
8. Baeva N.B. [Models and methods of the composite trajectory of the regional social and economic system balanced growth]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya = Modern Economics: Problems and Solutions*, 2016, no. 5, pp. 8–21. URL: <https://meps.econ.vsu.ru/meps/article/view/1426/1326> (In Russ.)
9. Dabiev D.F. [About the inter-sectoral analysis of the economy of the Republic of Tyva]. *Finansovaya ekonomika = Financial Economy*, 2019, no. 8, pp. 348–352. (In Russ.)
10. Rao C.R. *Lineinye statisticheskie metody i ikh primeneniya* [Linear Statistical Inference and its Applications]. Moscow, Nauka Publ., 1968, 547 p.
11. Forsythe G.E., Moler C.B. *Chislennoe reshenie sistem lineinykh algebraicheskikh uravnenii* [Computer Solution of Linear Algebraic Systems]. Moscow, Mir Publ., 1969, 166 p.
12. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. *Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach i ikh prilozheniya k obratnym zadacham*

teploobmena [Extreme methods of solving incorrect problems and their application to inverse heat transfer problems]. Moscow, Nauka Publ., 1988, 285 p.

13. Shirnaeva S.Yu. [Peculiarities of the system of simultaneous equations for modeling the stabilization processes in the RF economy]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo ekonomicheskogo universiteta* = *Vestnik of Samara State University of Economics*, 2009, no. 5, pp. 138–142.
URL: <http://vestnik.sseu.ru/index.php?cnt=1&idv=88> (In Russ.)
14. Kiiashchenko T.A. [Up-to-date regional regional assessment of the gross regional product in the Russian Federation]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika* = *Regional Economics: Theory and Practice*, 2014, vol. 12, iss. 23, pp. 52–57. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-sovremennoy-regionalnoy-otsenki-valovogo-regionalnogo-produkta-v-rossiyskoy-federatsii/viewer> (In Russ.)
15. Leontief W.W. *Mezhotraslevaya ekonomika* [Input-output economics]. Moscow, Ekonomika Publ., 1997, 480 p.

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.