

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ВАЛОВОГО РЕГИОНАЛЬНОГО ПРОДУКТА, ТРУДОВЫХ РЕСУРСОВ И ЗАНЯТОСТИ (НА ПРИМЕРЕ ЛИПЕЦКОЙ ОБЛАСТИ)\*

Елена Ивановна КОЗЛОВА <sup>a</sup>, Максим Андреевич НОВАК <sup>b</sup>,  
Маргарита Юрьевна КАРЛОВА <sup>c</sup>

<sup>a</sup> кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики,  
Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ),  
Липецк, Российская Федерация  
kozlova.e.i@kzlv.com  
<https://orcid.org/0000-0001-5116-6543>  
SPIN-код: 4588-6111

<sup>b</sup> кандидат экономических наук, доцент, декан экономического факультета,  
Липецкий государственный технический университет (ЛГТУ),  
Липецк, Российская Федерация  
ferz235@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-4613-8948>  
SPIN-код: 6991-4990

<sup>c</sup> кандидат экономических наук, доцент кафедры математики и физики,  
Липецкий государственный педагогический университет  
имени П.П. Семенова-Тян-Шанского (ЛГПУ),  
Липецк, Российская Федерация  
m.karlova79@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-0354-9897>  
SPIN-код: 7300-7051

\* Ответственный автор

### История статьи:

Рег. № 219/2020  
Получена 16.04.2020  
Получена в  
доработанном виде  
20.04.2020  
Одобрена 24.04.2020  
Доступна онлайн  
15.05.2020

УДК 332.143; 311.313  
JEL: C3, C51, J21, R15

### Ключевые слова:

население как источник  
труда, валовой  
региональный продукт,  
трендовый анализ,  
линейные модели  
множественной  
регрессии

### Аннотация

**Предмет.** Перспективы роста экономики страны и ее регионов.

**Цели.** Выявление причинно-следственных связей между валовым региональным продуктом как основным показателем экономического роста в конкретном регионе и показателями затрат труда.

**Методология.** Корреляционно-регрессионный анализ.

**Результаты.** Проанализирована корреляция между ВРП и основными его факторами на примере Липецкой области. Построены трендовые прогнозные модели и линейные уравнения множественной регрессии. Установлено, что все факторы, связанные с капиталом оказывают более сильное влияние на общественный продукт в регионе, чем трудовые. Из трудовых факторов прямое влияние на формирование ВРП Липецкой области оказывают только среднедушевые денежные доходы населения.

**Выводы.** Выявленные взаимосвязи между ВРП Липецкой области и экзогенными переменными позволили определить иерархию линейных моделей, дающих аналитическую информацию по формированию ВРП региона. В линейных моделях существенной связи между динамикой работающего населения Липецкой области и региональным продуктом не обнаруживается. Для адекватного описания динамики ВРП имеет смысл применять совокупность линейных моделей множественной регрессии.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2020

**Для цитирования:** Козлова Е.И., Новак М.А., Карлова М.Ю. Моделирование взаимосвязи валового регионального продукта, трудовых ресурсов и занятости (на примере Липецкой области) // *Региональная экономика: теория и практика*. – 2020. – Т. 18, № 5. – С. 870 – 890. <https://doi.org/10.24891/re.18.5.870>

---

## **Введение**

Развитие региона как многомерной структуры направлено на совершенствование его социально-экономической системы и обусловлено действием комплекса факторов и ресурсов, преобразуемых в региональный продукт [1]. Основой регионального развития выступает демография – режимы воспроизводства, расселение, половозрастной состав, удельный вес трудоспособного населения, миграция и другие параметры, определяющие потенциал трудовых ресурсов региона, поэтому анализ различных аспектов динамики населения и ее влияние на экономические показатели регионов вызывает интерес со стороны зарубежных и российских авторов.

Обзор исследований показывает, что анализ соотношения между населением и социально-экономическим развитием очень специфичен и не однороден, может быть как узконаправленным, так и многоаспектным. Например, С.А. Taylor, М. Madden, Р. Batey рассматривают возможности включения демографических переменных в региональное эконометрическое моделирование [2, 3]. В частности, Р. Batey предлагает обзор десяти типов демографо-экономической модели «затраты–выпуск», в которых доход, занятость и безработица представлены отличительными способами. Результатом исследования является выделение источников и масштабов вариации мультипликаторов доходов и занятости [4].

Одной из широко изучаемых является взаимосвязь между ростом численности населения и ростом объема экономической продукции. Однако единого мнения у исследователей о влиянии численности населения на экономический рост не сложилось. Так, D.E. Bloom и R.B. Freeman, анализируя взаимосвязь между ростом населения и экономическим ростом в развивающихся странах в 1965–1985 гг., пришли к выводу, что сроки и составляющие прироста населения являются важными элементами в процессе экономического развития [5]. M.R. Rosenzweig считает, что интерпретации корреляции между ростом населения, человеческим капиталом и экономическими переменными сильнее, чем оценки, полученные в ходе исследований [6]. Но в более позднем исследовании, проведенном A.C. Kelley и R.M. Schmidt, напротив, отмечается, что по сравнению с несущественными корреляциями, широко распространенными в 1960-е и 1970-е гг., результаты корреляций за 1980-е гг. оказываются заметными и свидетельствуют о негативном влиянии роста численности населения на экономическое развитие в межстрановых данных [7].

---

\* Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ. Проект № 18-410-48003 п\_а.

В наиболее обобщенном виде многообразие подходов к раскрытию взаимосвязи между ростом численности населения, общим объемом производства и объемом производства на душу населения на основе широкого обзора теоретических и эмпирических исследований, начиная с работы R.M. Solow (1956) [8], с точки зрения последствий их эволюции для экономического неравенства, международной миграционной политики и общего экономического роста изложено в статье [9]. Автор рассматривает численность населения как фактор, влияющий не только на его возрастную структуру, параметры рабочей силы, международную миграцию, экономическое неравенство, но и на общий экономический рост. Несмотря на полярность выводов исследователей, рост населения играет важную роль в общем экономическом росте, и эволюция мирового населения останется одной из глобальных проблем.

Экономист R.M. Solow основательно исследовал возможности анализа влияния роста численности населения на экономическое развитие (общественный продукт) с помощью экономико-математических методов. Методология оценки производственного потенциала разного уровня продолжает совершенствоваться.

Представляет интерес обзорная статья (K. Prettner, A. Prskawetz), в которой рассматриваются разные модели экономического роста (экзогенные, эндогенные, полуэндогенные) применительно к условию, что в большинстве промышленно развитых стран демографическая структура будет формироваться при низкой рождаемости и увеличении продолжительности жизни до более высоких возрастов. В статье показано, что в моделях экзогенного роста соотношение между численностью населения и экономическим ростом будет отрицательным. Эндогенные модели роста первого поколения выявляют положительную связь между численностью населения и экономическим ростом. Наиболее перспективными являются полуэндогенные модели роста, допускающие негативные изменения в численности населения и экономический рост [10].

Демографическая ситуация в России, как и в развитых странах, характеризуется существенным сокращением численности населения [11]. Основными проблемами населения страны сегодня являются: изменение возрастной структуры населения в направлении возрастания числа и доли людей старших возрастов; рост демографической нагрузки; старение трудовых ресурсов; низкая экономическая эффективность использования труда работников старших возрастов по причине хронических заболеваний или инвалидности, стагнация ожидаемой продолжительности жизни в старших возрастах; проблематичность интеграции мигрантов в российский социум [12].

Липецкая область относится к демографически проблемным регионам. За последние десять лет численность населения региона сократилась на 7,3%. Прогнозный расчет показывает, что снижение общей численности населения области будет продолжаться нарастающими темпами: по среднему прогнозу с 0,6%

в 2017–2022 гг. до 4,3% в 2032–3037 гг. на начало периода<sup>1</sup>. В условиях ухудшения демографической ситуации в области детальный анализ взаимосвязи демографических показателей и регионального общественного продукта (ВРП) позволит повысить достоверность разрабатываемых стратегических, долгосрочных и краткосрочных планов развития социально-экономической системы региона.

### Методология исследования

В процессе исследования использованы общенаучные методы познания (анализ, синтез, сравнение, обобщение научных результатов), ретроспективный и статистический анализ. Инструментарий исследования – корреляционно-регрессионный анализ, представляющий собой классический метод стохастического моделирования экономической деятельности<sup>2</sup>. Использование возможностей корреляционно-регрессионного анализа позволяет определить как влияние совокупности взаимосвязанных и одновременно действующих экономических признаков – факторов различной природы, так и отдельное влияние каждого из них на формирование ВРП.

При определении факторов, оказывающих влияние на исследуемый показатель, учитывались подходы, изложенные в статьях В.М. Кудымова<sup>3</sup>; Н.С. Магомадова, С.Р. Шамилева [13]; О.М. Гусаровой, В.Д. Кузьменковой, П.И. Комарова [14]; Ю.С. Ивченко [15]; Р.М. Нижегородцева, М.Ю. Архиповой [16]; Е.А. Гафаровой [17]. Эмпирической базой исследования служили официальные данные Территориального органа Федеральной службы государственной статистики по Липецкой области (далее – Липстат) за 1999–2017 гг.<sup>4</sup>.

### Результаты исследования

В общем плане основными факторами производства, определяющими величину регионального продукта в динамике, являются труд, капитал и инвестиции. В ходе теоретического анализа и систематизации показателей, взаимосвязанных с ВРП, была разработана многомерная факторная модель ВРП [18]. В данной модели показатели, характеризующие труд, а в широком плане – население как источник труда, разделены на четыре уровня. К факторам первого порядка по влиянию на ВРП отнесен показатель «среднегодовая численность занятых». Показатели «численность рабочей силы» и «среднедушевые доходы» отнесены к факторам

<sup>1</sup> Novak M.A., Kozlova E.I. Application of the Method of Moving Ages to Predict the Population of the Lipetsk Region. In: 2019 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA). Lipetsk, 2019, pp. 224–228.

<sup>2</sup> Эконометрика: учебник для магистров / под ред. И.И. Елисеевой. М.: Юрайт, 2014. 453 с.

<sup>3</sup> Кудымов В.М. Взаимосвязь социально-экономических процессов с показателем валового регионального продукта // Региональная экономика: теория и практика. 2007. Т. 5. Вып. 15. С. 42–51. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vzaimosvyaz-sotsialno-ekonomicheskikh-protsessov-s-pokazatelem-valovogo-regionalnogo-produkta-1/viewer>

<sup>4</sup> Территориальный орган Федеральной службы государственной статистики по Липецкой области. Валовой региональный продукт. URL: <https://lipstat.gks.ru/grp>

второго порядка; показатель «численность населения» – к факторам третьего порядка; демографические показатели (рождаемость, смертность, внешняя и внутренняя миграция) – к факторам четвертого порядка.

При построении регрессионных моделей в качестве показателей, влияющих на ВРП Липецкой области (результативный фактор  $y$ ), были выбраны все факторы первого и второго порядков, выступающие факторами-признаками для ВРП (входные параметры):

- $x_1$  – стоимость основных фондов (на конец года по полной учетной стоимости, млн руб.);
- $x_2$  – среднегодовая численность занятых (тыс. чел.);
- $x_3$  – инвестиции в основной капитал (в фактически действовавших ценах, млн руб.);
- $x_4$  – число предприятий и организаций (на конец года, ед.);
- $x_5$  – среднедушевые денежные доходы населения (мес./руб.);
- $x_6$  – экономически активное население/численность рабочей силы в возрасте 15–72 лет (по данным выборочных обследований рабочей силы, тыс. чел.).

Концепция исследования построена на поэтапном проведении расчетов. Первый этап – построение трендовых моделей показателей-факторов и результативного показателя. Второй этап – корреляционный анализ ВРП и факторов-признаков, используемых для моделирования. Третий этап – построение, исследование, оценка значимости линейных моделей множественной регрессии.

На начальном этапе выявлены трендовые зависимости для каждого из параметров (рис. 1–7). Для некоторых показателей предложено несколько вариантов, адекватно отражающих их динамику. Анализ трендовых линий дает четкое представление о направлении движения и в большей степени положительной динамике каждого индикатора. Значения коэффициентов детерминации в построенных моделях достаточно высоки и подтверждают, что фактор времени оказывает существенное влияние на вариацию каждого из исследуемых факторных признаков.

Расчеты показали, что линейная модель достаточно точно описывает динамику ВРП, стоимости основных фондов, инвестиций в основной капитал и среднедушевых денежных доходов населения. Данный факт свидетельствует о равномерном изменении данных показателей с течением времени. Несмотря на простоту, линейная модель на практике непосредственно используется для получения прогнозируемых значений и дает вполне удовлетворительный результат.

Логарифмический тренд характерен для описания числа предприятий и организаций; он описывает процесс замедляющегося роста ( $a_1 = 2\,780 > 0$ ). Кроме того, возможна следующая экономическая интерпретация: при увеличении временного параметра  $t$  на 1% число предприятий и организаций растет на 27,8 ед. Логарифмическая модель допускает линеаризацию. Тренды среднегодовой численности занятых и экономически активного населения адекватно описываются полиномами шестого порядка. Данная зависимость может быть сведена к линейной регрессии с ее методами оценки параметров и проверки гипотез.

На втором этапе для выявления наличия мультиколлинеарности факторов-признаков, степени влияния каждого показателя  $x_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) на зависимую переменную – ВРП и количественную оценку тесноты связи была построена матрица парных коэффициентов корреляции (рис. 8). Проверка значимости парных коэффициентов корреляции с помощью критерия Стьюдента на уровне значимости 95% показала, что  $r_{yx1}$ ,  $r_{yx3}$ ,  $r_{yx4}$ ,  $r_{yx5}$  – значимы;  $r_{yx2}$ ,  $r_{yx6}$  – не значимы.

Рассчитанные парные коэффициенты корреляции подтверждают сильную линейную зависимость между ВРП Липецкой области и следующими показателями-факторами:  $x_1$  (стоимость основных фондов),  $x_3$  (инвестиции в основной капитал),  $x_4$  (число предприятий и организаций),  $x_5$  (среднемесячные денежные доходы на душу населения). Таким образом, данная пятерка факторов из шести исследуемых оказывает прямое и определяющее влияние на формирование ВРП Липецкой области.

Обратная несильная линейная связь отмечается между ВРП Липецкой области и фактором  $x_2$  (среднегодовая численность занятых в регионе). Линейная связь практически отсутствует между ВРП Липецкой области и численностью рабочей силы в возрасте 15–72 лет в регионе ( $x_6$ ). Вместе с тем значения парных коэффициентов корреляции матрицы свидетельствуют о присутствии мультиколлинеарности между переменными ( $r_{xixj} > 0,7$ ), и для устранения действия показателей «в унисон» и повышения точности прогнозирования целесообразно включать в модель только один из них.

На третьем этапе исследования выявленные взаимосвязи между ВРП Липецкой области и экзогенными переменными позволили установить иерархию линейных моделей (рис. 9), которые для удобства были подразделены на уровни ввиду выявленной мультиколлинеарности факторов и применения пошаговых алгоритмов включения значимых переменных. Основная цель исследования – провести углубленный анализ взаимосвязи ВРП, трудовых ресурсов и занятости в конкретном регионе, поэтому особое внимание было уделено факторам-признакам  $x_2$  (среднегодовая численность занятых) и  $x_5$  (среднемесячные денежные доходы на душу населения).

В ходе пошаговой регрессии по сгруппированным переменным были получены следующие линейные модели множественной регрессии, описывающие зависимость ВРП Липецкой области от исследуемых факторов-признаков:

$$Y_{\text{модель 1}} = 175\,891,556 + 0,236x_1 + 504,372x_2 + 0,682x_3 + 6,126x_4 + 1,986x_5 - 919,064x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.1}} = 162\,739,15 + 0,29x_1 + 441,15x_2 + 0,71x_3 + 5,96x_4 - 840,6x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.2}} = 581\,078,875 + 0,277x_1 + 0,627x_3 + 3,431x_4 + 1,053x_5 - 1\,049,015x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.3}} = -668\,538,606 + 0,3226x_1 + 858,631x_2 + 0,47x_3 + 11,009x_4 - 1,17x_5;$$

$$Y_{\text{модель 1.1.1}} = -7\,299\,565,97 + 6\,949,763x_2 + 74,73x_4 + 3\,585,758x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.2.1}} = 10\,396\,615,707 + 14,995x_5 - 1\,662,442x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.3.1}} = -1\,140\,512,933 + 1\,574,202x_2 + 16,766x_4 + 12,254x_5.$$

Так как факторы–признаки различаются по своей сущности и имеют различные единицы измерения, то для более точной оценки влияния каждой из переменных на результат были построены множественные модели регрессии для ВРП Липецкой области:

$$Y_{\text{модель 1}} = 0,59x_1 + 0,04x_2 + 0,215x_3 + 0,098x_4 + 0,132x_5 - 0,0685x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.1}} = 0,714x_1 + 0,035x_2 + 0,223x_3 + 0,095x_4 - 0,063x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.2}} = 0,692x_1 + 0,198x_3 + 0,055x_4 + 0,07x_5 - 0,078x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.3}} = 0,807x_1 + 0,068x_2 + 0,148x_3 + 0,176x_4 - 0,078x_5;$$

$$Y_{\text{модель 1.1.1}} = 0,55x_2 + 1,195x_4 + 0,267x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.2.1}} = 0,994x_5 - 0,124x_6;$$

$$Y_{\text{модель 1.3.1}} = 0,124x_2 + 0,268x_4 + 0,812x_5.$$

Адекватность всех регрессионных зависимостей проверена с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера на уровне значимости 95%. Значения коэффициентов детерминации каждой модели свидетельствуют о том, что существенная доля вариации ВРП Липецкой области объясняется изменением вошедших в модель факторов, а доля неучтенных при моделировании факторов незначительна. Так, в моделях 1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.2.1, 1.3.1 объясняется более 99% дисперсии ВРП Липецкой области.

Критерий Стьюдента на уровне значимости 95% подтверждает совместную значимость коэффициентов регрессии в каждой из моделей 1–1.3.1 и значимость всех коэффициентов регрессии в моделях 1.1.1, 1.2.1, 1.3.1. Для вывода о качестве

оценок истинных значений отдельных параметров уравнения были построены доверительные интервалы. Значение средней ошибки аппроксимации всех моделей, кроме модели 1.1.1, не превышает 12%, следовательно, аппроксимируемость построенных моделей достаточно хорошая.

Для сопоставимости качественно разнородных единиц измерения факторных признаков были рассчитаны соизмеримые показатели тесноты связи фактора с результатом – частные коэффициенты эластичности, демонстрирующие, на сколько процентов в среднем изменяется признак – результат ВРП с увеличением признака-фактора  $x_j$  ( $j=\overline{1,6}$ ) на 1% от своего среднего уровня при фиксированном положении других факторов модели. Такой подход позволил ранжировать факторы по силе влияния на результат (табл. 1). Заключаем, что для каждой из построенных моделей признаки-факторы  $x_2$  и  $x_6$  в отдельности существенно влияют на ВРП Липецкой области, так как  $|Ex_2|$  и  $|Ex_6| > 1$ , в то время как по признакам-факторам  $x_1, x_3, x_4, x_5$  связь является неэластичной.

На основании значений коэффициентов раздельной детерминации были сделаны следующие оценки:

- за счет вариации фактора  $x_1$  (стоимость основных фондов) можно объяснить более 58%; более 71%; более 68%; более 80% вариации ВРП Липецкой области, в моделях 1, 1.1, 1.2, 1.3 соответственно;
- за счет вариации фактора  $x_4$  (число предприятий и организаций) можно объяснить около 96% вариации ВРП Липецкой области в модели 1.1.1;
- за счет вариации фактора  $x_5$  (среднемесячные денежные доходы на душу населения) можно объяснить около 98% и около 80% вариации ВРП Липецкой области в модели 1.1.2 и в модели 1.1.3, соответственно.

На основании расчета значений дельта-коэффициентов зависимости ВРП Липецкой области от признаков-факторов (табл. 2) проведена классификация параметров моделирования по доле влияния на эндогенную переменную:

- в модели 1 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_1$  – стоимость основных фондов (доля около 60%),  $x_3$  – инвестиции в основной капитал (доля около 21%),  $x_5$  – среднедушевые денежные доходы (доля около 13%); к факторам, ослабляющим влияние на ВРП Липецкой исследуемой совокупности факторов, относим  $x_2$  – среднегодовую численность занятых;
- в модели 1.1 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_1$  – стоимость основных фондов (доля около 71%),  $x_3$  – инвестиции в основной капитал (доля около 22%); к факторам, ослабляющим



- влияние на ВРП Липецкой области исследуемой совокупности факторов, относим  $x_2$  – среднегодовую численность занятых;
- в модели 1.2 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_1$  – стоимость основных фондов (доля около 70%),  $x_3$  – инвестиции в основной капитал (доля около 19%);
  - в модели 1.3 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_1$  – стоимость основных фондов (доля около 81%),  $x_3$  – инвестиции в основной капитал и  $x_4$  – число предприятий и организаций (доля примерно по 14%); к факторам, ослабляющим влияние на ВРП Липецкой области исследуемой совокупности факторов, относим  $x_2$  – среднегодовую численность занятых и  $x_5$  – среднедушевые денежные доходы;
  - в модели 1.1.1 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_4$  – число предприятий и организаций (доля 100%); к факторам, ослабляющим влияние на ВРП Липецкой области исследуемой совокупности факторов, относим  $x_2$  – среднегодовую численность занятых и  $x_6$  – экономически активное население/численность рабочей силы в возрасте 15–72 лет;
  - в модели 1.2.1 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_5$  – среднедушевые доходы (доля более 99%);
  - в модели 1.3.1 к факторам, доля которых существенна при формировании ВРП Липецкой области, относим  $x_5$  – среднедушевые доходы (доля около 80%),  $x_4$  – число предприятий и организаций (доля около 20%).

### Обсуждение результатов

Анализ полученных стандартизированных регрессионных моделей позволяет сделать следующие выводы. При оценке воздействия на ВРП всех отобранных факторов в модели 1, то есть с учетом всех трех факторов труда ( $x_2$ ,  $x_5$ ,  $x_6$ ), наибольшее влияние на результат  $Y$  (ВРП по Липецкой области) оказывает фактор  $x_1$  (стоимость основных фондов). В моделях с двумя трудовыми факторами в разных вариациях (модели 1.1, 1.2. и 1.3) наибольшее влияние на результат  $Y$  также оказывает фактор  $x_1$ . Значительная степень зависимости ВРП от стоимости основных фондов по совокупности регионов РФ определена методом корреляционного анализа в ранее проведенных исследованиях [14–16].

В моделях 1.1.1, 1.2.1 и 1.3.1 из расчетов исключены фактор  $x_1$  (стоимость основных фондов) и близкий к нему фактор  $x_3$  (инвестиции в основной капитал), который по степени влияния на ВРП Липецкой области следует за фактором  $x_1$ . Эти модели позволяют более детально оценить влияние на ВРП Липецкой области всех остальных факторов и, прежде всего, трудовых. Модель 1.1.1 показывает, что

влияние фактора  $x_4$  (число предприятий и организаций) более сильное, чем влияние трудовых факторов, количественно характеризующих людские ресурсы Липецкой области –  $x_2$  (среднегодовая численность занятых) и  $x_6$  – (экономически активное население).

Модель 1.2.1 показывает, что из двух трудовых факторов второго порядка влияние фактора  $x_5$  более сильно, чем  $x_6$ . Модель 1.3.1 показывает, что при замене фактора  $x_6$  на фактор  $x_5$  влияние фактора  $x_4$  ослабевает. Фактором, оказывающим наибольшее влияние на результат  $Y$ , становится фактор  $x_5$ .

## Выводы

Анализ соотношения между населением и социально-экономическим развитием очень специфичен, хотя важен сам по себе. Вопрос носит комплексный характер, поэтому трудно точно учесть влияние всех переменных величин, что подтверждается исследованиями [19].

Сравнительный анализ построенных на основе статистических критериев и точности прогноза (ошибка прогноза менее 5%) линейных моделей множественной регрессии, отражающих зависимость ВРП Липецкой области от факторов-признаков, позволяет сделать следующие выводы. Влияние фактора  $x_2$  (среднегодовая численность занятых) на ВРП является слабым, существенной связи между динамикой численности работающего населения и региональным продуктом не обнаруживается. Данный фактор не является фактором первого порядка. По силе влияния на ВРП Липецкой области из трудовых факторов к факторам первого порядка можно отнести среднедушевые денежные доходы населения.

Модель 1.2 (без показателя среднегодовой численности занятых) имеет наибольшую точность, но ее коэффициенты значимы лишь в совокупности. Модель 1.2.1 (включает только факторы численности населения как источника труда) и модель 1.3.1 (включает среднегодовую численность занятых, среднедушевые денежные доходы и число предприятий/организаций) имеют меньшую точность, чем модель 1.2, но имеют значимые коэффициенты. Для адекватного описания динамики ВРП Липецкой области имеет смысл применять совокупность линейных моделей множественной регрессии.

### Таблица 1

#### Частные коэффициенты эластичности ВРП по признакам-факторам

Table 1

#### Partial coefficients of GRP elasticity by indicator

Коэффициент эластичности	Модель						
	1	1.1	1.2	1.3	1.1.1	1.2.1	1.3.1
$E_{x_1}$	0,584	0,707	0,685	0,799	–	–	–
$E_{x_2}$	1,203	1,052	–	2,048	16,575	–	3,754
$E_{x_3}$	0,197	0,204	0,181	0,136	–	–	–

$Ex_4$	0,532	0,518	0,298	0,957	6,494	–	1,457
$Ex_5$	0,112	–	0,059	–0,066	–	0,844	0,69
$Ex_6$	–2,384	–2,18	–2,721	–	9,3	–4,312	–

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Таблица 2**

**Значения дельта-коэффициентов для построенных моделей зависимости ВРП от признаков-факторов**

**Table 2**

**Delta values for the built models of GRP dependence on indicators**

Дельта-коэффициент	Модель						
	1	1.1	1.2	1.3	1.1.1	1.2.1	1.3.1
$\Delta_1$	0,589	0,711	0,691	0,808	–	–	–
$\Delta_2$	–0,01	–0,009	–	–0,018	–0,173	–	–0,032
$\Delta_3$	0,208	0,215	0,192	0,144	–	–	–
$\Delta_4$	0,079	0,077	0,045	0,143	1,183	–	0,219
$\Delta_5$	0,131	–	0,07	–0,078	–	0,996	0,813
$\Delta_6$	0,002	0,002	0,003	–	–0,011	0,004	–

Источник: авторская разработка

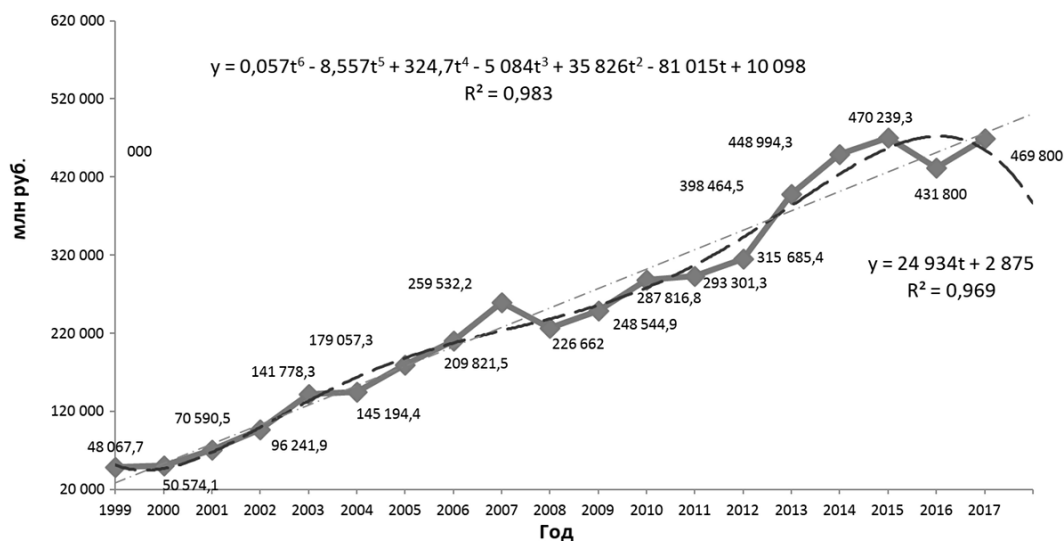
Source: Authoring

**Рисунок 1**

**Трендовая модель ВРП Липецкой области за 1999–2017 гг., млн руб.**

**Figure 1**

**A trend model of the Lipetsk Oblast GRP for 1999–2017, million RUB**



Примечание.  $y$  – прогноз ВРП Липецкой области на 2018 г.;  $t$  – временной параметр.

Источник: авторская разработка

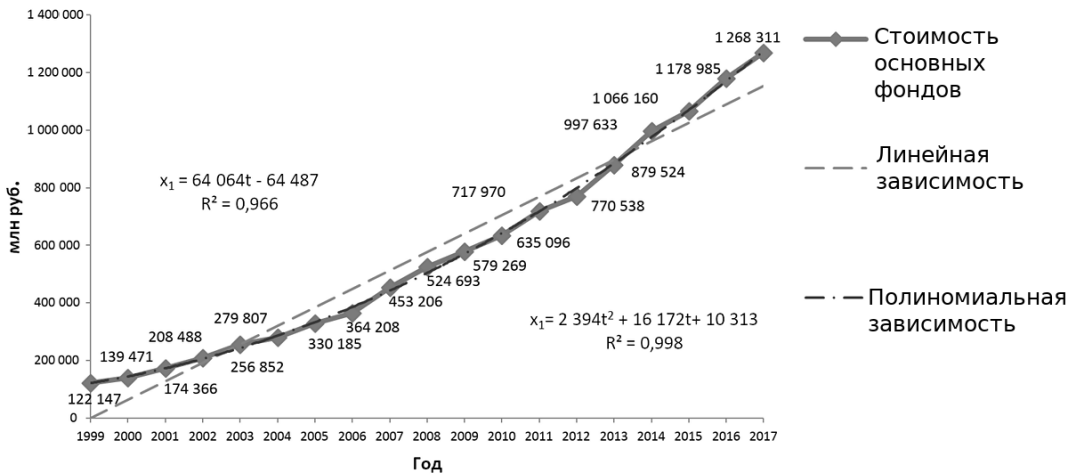
Source: Authoring

**Рисунок 2**

**Трендовая модель стоимости основных фондов Липецкой области за 1999–2017 гг., млн руб.**

**Figure 2**

**A trend model of the Lipetsk Oblast fixed assets value for 1999–2017, million RUB**



*Примечание.*  $x_1$  – стоимость основных фондов;  $t$  – временной параметр.

*Источник:* авторская разработка

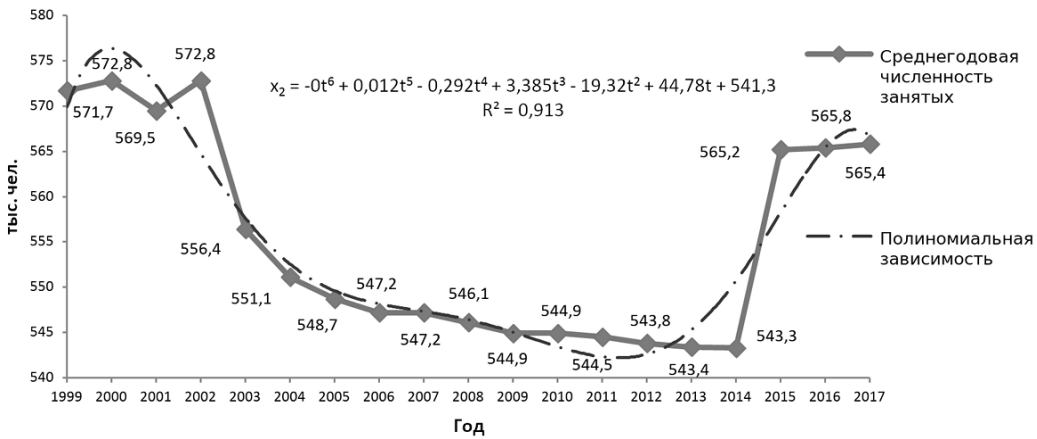
*Source:* Authoring

**Рисунок 3**

**Трендовая модель среднегодовой численности занятых Липецкой области за 1999–2017 гг., тыс. чел.**

**Figure 3**

**A trend model of the Lipetsk Oblast average annual number of employees for 1999–2017, thousand people**



*Примечание.*  $x_2$  – среднегодовая численность занятых;  $t$  – временной параметр.

*Источник:* авторская разработка

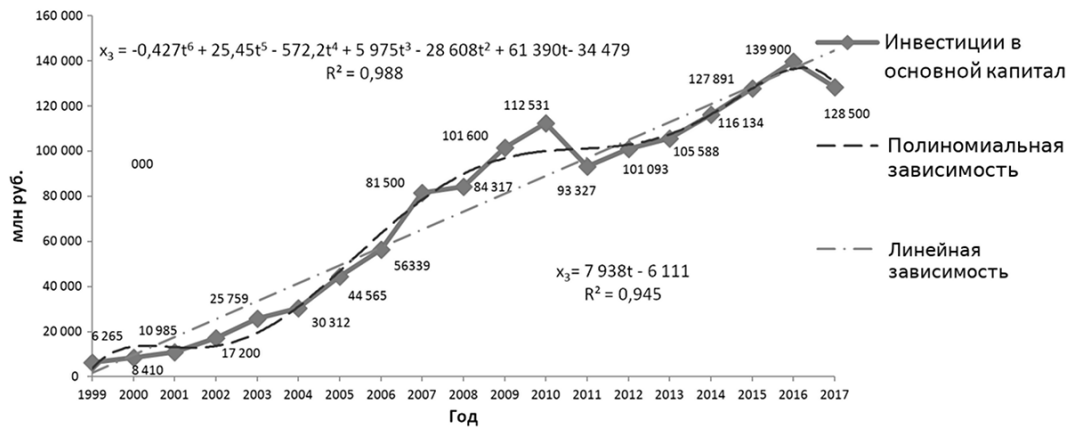
*Source:* Authoring

**Рисунок 4**

**Трендовая модель инвестиций в основной капитал Липецкой области за 1999–2017 гг., млн руб.**

**Figure 4**

**A trend model of the Lipetsk Oblast investment in fixed capital for 1999–2017, million RUB**



Примечание.  $x_3$  – инвестиции в основные фонды;  $t$  – временной параметр.

Источник: авторская разработка

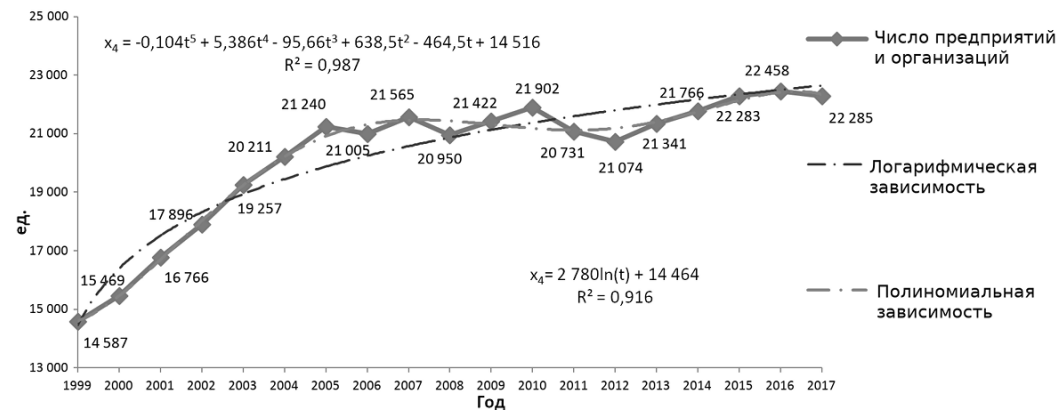
Source: Authoring

**Рисунок 5**

**Трендовая модель числа предприятий и организаций Липецкой области за 1999–2017 гг., ед.**

**Figure 5**

**A trend model of the Lipetsk Oblast number of companies and organizations for 1999–2017**



Примечание.  $x_4$  – число предприятий и организаций;  $t$  – временной параметр.

Источник: авторская разработка

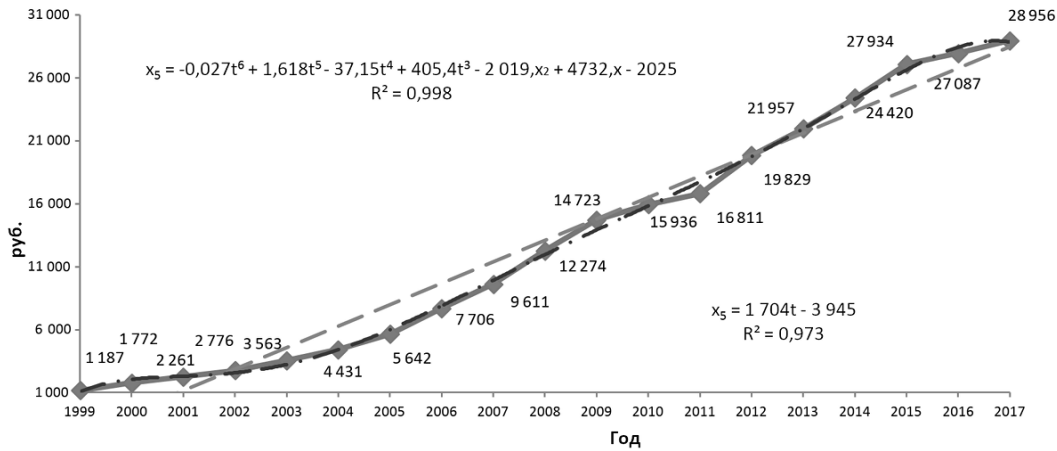
Source: Authoring

**Рисунок 6**

**Трендовая модель среднедушевых денежных доходов Липецкой области за 1999–2017 гг., руб.**

**Figure 6**

**A trend model of the Lipetsk Oblast per capita cash income for 1999–2017, RUB**



Примечание.  $x_5$  – среднедушевые денежные доходы;  $t$  – временной параметр.  
 Источник: авторская разработка

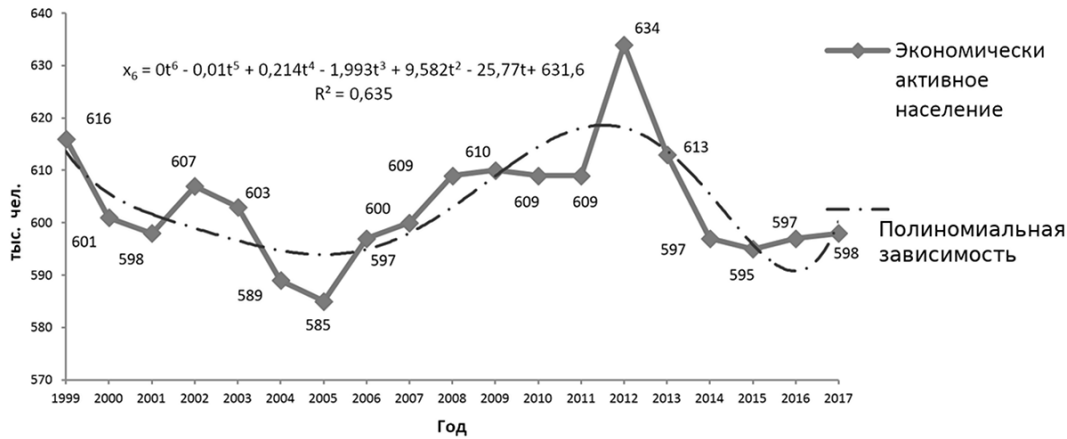
Source: Authoring

**Рисунок 7**

**Трендовая модель экономически активного населения Липецкой области за 1999–2017 гг., тыс. чел.**

**Figure 7**

**A trend model of the Lipetsk Oblast economically active population for 1999–2017, thousand people**



Примечание.  $x_6$  – экономически активное население;  $t$  – временной параметр.  
 Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Рисунок 8****Матрица парных коэффициентов корреляции ВРП и экзогенных признаков-факторов****Figure 8****A matrix of paired correlation coefficients between GRP and exogenous indicators**

	Y	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>
Y	1	–	–	–	–	–	–
x <sub>1</sub>	0,989	1	–	–	–	–	–
x <sub>2</sub>	-0,255	-0,214	1	–	–	–	–
x <sub>3</sub>	0,959	0,953	-0,394	1	–	–	–
x <sub>4</sub>	0,803	0,754	-0,632	0,813	1	–	–
x <sub>5</sub>	0,983	0,994	-0,258	0,963	0,755	1	–
x <sub>6</sub>	-0,034	0,03	-0,184	0,134	-0,167	0,091	1

Источники: авторская разработка

Source: Authoring

**Рисунок 9****Иерархия линейных моделей, описывающих зависимость ВРП Липецкой области от исследуемых показателей****Figure 9****A hierarchy of linear models describing the dependence of the Lipetsk Oblast's GRP on the indicators under study**

Источники: авторская разработка

Source: Authoring

**Список литературы**

1. *Невейкина Н.В.* Внутренняя структура региона как система // Российское предпринимательство. 2014. Т. 15. № 11. С. 22–27. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vnutrennyaya-struktura-regiona-kak-sistema/viewer>
2. *Taylor C.A.* Demographic Disaggregation in the Construction of Regional Econometric Models: A Statistical Evaluation. *International Regional Science Review*, 1982, vol. 7, iss. 1, pp. 25–51. URL: <https://doi.org/10.1177/016001768200700102>
3. *Madden M., Batey P.W.J.* Linked Population and Economic Models: Some Methodological Issues in Forecasting, Analysis, and Policy Optimization. *Journal of Regional Science*, 1983, vol. 23, iss. 2, pp. 141–164. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9787.1983.tb00792.x>

4. *Batey P.W.J.* Input-Output Models for Regional Demographic-Economic Analysis: Some Structural Comparisons. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 1985, vol. 17, iss.1, pp. 73–99. URL: <https://doi.org/10.1068/a170073>
5. *Bloom D.E., Freeman R.B.* Economic Development and the Timing and Components of Population Growth. *Journal of Policy Modeling*, 1988, vol. 10, iss. 1, pp 57–81. URL: [https://doi.org/10.1016/0161-8938\(88\)90035-X](https://doi.org/10.1016/0161-8938(88)90035-X)
6. *Rosenzweig M.R.* Human Capital, Population Growth, and Economic Development: Beyond Correlation. *Journal of Policy Modeling*, 1988, vol. 10, iss. 1, pp. 83–111. URL: [https://doi.org/10.1016/0161-8938\(88\)90036-1](https://doi.org/10.1016/0161-8938(88)90036-1)
7. *Kelley A.C., Schmidt R.M.* Aggregate Population and Economic Growth Correlations: The Role of the Components of Demographic Change. *Demography*, 1995, vol. 32, iss. 4, pp. 543–555. URL: <https://doi.org/10.2307/2061674>
8. *Solow R.* Technical Change and the Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, 1957, vol. 39, no. 3, pp. 312–320. URL: <https://doi.org/10.2307/1926047>
9. *Peterson E.W.F.* The Role of Population in Economic Growth. *SAGE Open*, 2017, vol. 7, iss. 4, pp. 1–15. URL: <https://doi.org/10.1177/2158244017736094>
10. *Prettner K., Prskawetz A.* Demographic Change in Models of Endogenous Economic Growth. A Survey. *Central European Journal of Operations Research*, 2010, vol. 18, iss. 4, pp. 593–608. URL: <https://doi.org/10.1007/s10100-010-0179-y>
11. *Елин А.М., Пашин Н.П.* Проблемы демографии и пути их решения в современной России // Вестник науки и образования. 2019. № 17. С. 19–28. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problemy-demografii-i-puti-ih-resheniya-v-sovremennoy-rossii/viewer>
12. *Вишневецкий А.Г., Щербакова Е.М.* Демографические тормоза экономики // Вопросы экономики. 2018. № 6. С. 48–70. URL: <https://doi.org/10.32609/0042-8736-2018-6-48-70>
13. *Магомадов Н.С., Шамилев С.Р.* Анализ динамики ВРП регионов РФ производственными функциями // Современные проблемы науки и образования. 2014. № 6. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=15466>
14. *Гусарова О.М., Кузьменкова В.Д., Комаров П.И.* Цифровые модели социально-экономического развития региональных субъектов // Фундаментальные исследования. 2018. № 8. С. 42–47. URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=42236>



15. *Ивченко Ю.С.* Определение основных факторов уровня валового регионального продукта методами эконометрического моделирования по совокупности регионов Российской Федерации // *Статистика и экономика*. 2019. Т. 16. № 6. С. 4–18. URL: <https://doi.org/10.21686/2500-3925-2019-6-4-18>
16. *Нижегородцев Р.М., Архипова М.Ю.* Факторы экономического роста российских регионов: регрессионно-кластерный анализ // *Вестник УГТУ–УПИ. Серия: Экономика и управление*. 2009. № 3. С. 94–110. URL: [https://journalaer.ru/fileadmin/user\\_upload/site\\_15934/archive/2009/3/09\\_Nizhegorodcev\\_Arkhipova\\_2009\\_3.pdf](https://journalaer.ru/fileadmin/user_upload/site_15934/archive/2009/3/09_Nizhegorodcev_Arkhipova_2009_3.pdf)
17. *Гафарова Е.А.* Моделирование регионального развития на основе производственных функций // *Интернет-журнал «Науковедение»*. 2013. № 3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-regionalnogo-razvitiya-na-osnove-proizvodstvennyh-funktsiy/viewer>
18. *Новак М.А., Козлова Е.И., Карлова М.Ю.* Разработка модели взаимосвязи региональных показателей трудовых ресурсов и валового регионального продукта: теоретический аспект // *Экономика устойчивого развития*. 2020. № 1. С. 132–134. URL: <http://www.economdevelopment.ru/wp-content/uploads/2020-1-41.pdf>
19. *Рзаев М.А.-Р.* Рост населения и его влияние на экономическое положение стран // *Наука, техника и образование*. 2019. № 5. С. 69–75. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rost-naseleniya-i-ego-vliyanie-na-ekonomicheskoe-polozhenie-stran/viewer>

### **Информация о конфликте интересов**

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

## MODELING OF THE RELATIONSHIP BETWEEN GROSS REGIONAL PRODUCT, LABOR FORCE, AND EMPLOYMENT: THE LIPETSK OBLAST CASE STUDY

Elena I. KOZLOVA <sup>a</sup>, Maksim A. NOVAK <sup>b\*</sup>, Margarita Yu. KARLOVA <sup>c</sup>

<sup>a</sup> Lipetsk State Technical University (LSTU), Lipetsk, Russian Federation  
kozlova.e.i@kzlv.com  
<https://orcid.org/0000-0001-5116-6543>

<sup>b</sup> Lipetsk State Technical University (LSTU), Lipetsk, Russian Federation  
ferz235@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-4613-8948>

<sup>c</sup> Lipetsk State Pedagogical P. Semenov-Tyan-Shansky University (LSPU), Lipetsk, Russian Federation  
m.karlova79@gmail.com  
<https://orcid.org/0000-0002-0354-9897>

\* Corresponding author

### Article history:

Article No. 219/2020  
Received 16 April 2020  
Received in revised form  
20 April 2020  
Accepted 24 April 2020  
Available online  
15 May 2020

**JEL classification:** C3,  
C51, J21, R15

**Keywords:** population,  
source, labor, gross  
regional product, trend  
analysis, linear model,  
multivariate regression

### Abstract

**Subject.** This article discusses the prospects for growth of Russia and its regions' economies.

**Objectives.** The article aims to identify causal relationships between gross regional product as the main economic growth indicator of a particular region and labor costs.

**Methods.** For the study, we used a correlation and regression analysis.

**Results.** The article presents trend forecast models and linear equations of multiple regression. It finds that all capital factors have a stronger impact on public product of the Lipetsk Oblast than the labor ones. Regarding labor factors, only the average per capita income of the population has a direct impact on the formation of the Lipetsk Oblast's GRP.

**Conclusions.** The identified relationships between the Lipetsk Oblast's GRP and exogenous variables help define the hierarchy of linear models that provide extensive analytical information on the formation of the Lipetsk Oblast's GRP. In linear models, there is no significant relationship between the changes in the working population of the Oblast and the regional product. To adequately describe the dynamics of the Lipetsk Oblast's GRP, it makes sense to apply a set of linear models of multiple regression.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2020

**Please cite this article as:** Kozlova E.I., Novak M.A., Karlova M.Yu. Modeling of the Relationship Between Gross Regional Product, Labor Force, and Employment: The Lipetsk Oblast Case Study. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2020, vol. 18, iss. 5, pp. 870–890. <https://doi.org/10.24891/re.18.5.870>

### Acknowledgments

The article was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), project № 18-410-48003 p\_a.

## References

1. Neveikina N.V. [Inner structure of a region as a system]. *Rossiiskoe predprinimatel'stvo = Russian Journal of Entrepreneurship*, 2014, vol. 15, no. 11, pp. 22–27. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vnutrennyaya-struktura-regiona-kak-sistema/viewer> (In Russ.)
2. Taylor C.A. Demographic Disaggregation in the Construction of Regional Econometric Models: A Statistical Evaluation. *International Regional Science Review*, 1982, vol. 7, iss. 1, pp. 25–51. URL: <https://doi.org/10.1177/016001768200700102>
3. Madden M., Batey P.W.J. Linked Population and Economic Models: Some Methodological Issues in Forecasting, Analysis, and Policy Optimization. *Journal of Regional Science*, 1983, vol. 23, iss. 2, pp. 141–164. URL: <https://doi.org/10.1111/j.1467-9787.1983.tb00792.x>
4. Batey P.W.J. Input-Output Models for Regional Demographic-Economic Analysis: Some Structural Comparisons. *Environment and Planning A: Economy and Space*, 1985, vol. 17, iss. 1, pp. 73–99. URL: <https://doi.org/10.1068/a170073>
5. Bloom D.E., Freeman R.B. Economic Development and the Timing and Components of Population Growth. *Journal of Policy Modeling*, 1988, vol. 10, iss. 1, pp. 57–81. URL: [https://doi.org/10.1016/0161-8938\(88\)90035-X](https://doi.org/10.1016/0161-8938(88)90035-X)
6. Rosenzweig M.R. Human Capital, Population Growth, and Economic Development: Beyond Correlation. *Journal of Policy Modeling*, 1988, vol. 10, iss. 1, pp. 83–111. URL: [https://doi.org/10.1016/0161-8938\(88\)90036-1](https://doi.org/10.1016/0161-8938(88)90036-1)
7. Kelley A.C., Schmidt R.M. Aggregate Population and Economic Growth Correlations: The Role of the Components of Demographic Change. *Demography*, 1995, vol. 32, iss. 4, pp. 543–555. URL: <https://doi.org/10.2307/2061674>
8. Solow R. Technical Change and the Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, 1957, vol. 39, no. 3, pp. 312–320. URL: <https://doi.org/10.2307/1926047>
9. Peterson E.W.F. The Role of Population in Economic Growth. *SAGE Open*, 2017, vol. 7, iss. 4, pp. 1–15. URL: <https://doi.org/10.1177/2158244017736094>
10. Prettnner K., Prskawetz A. Demographic Change in Models of Endogenous Economic Growth. A Survey. *Central European Journal of Operations Research*, 2010, vol. 18, iss. 4, pp. 593–608. URL: <https://doi.org/10.1007/s10100-010-0179-y>
11. Elin A.M., Pashin N.P. [Problems of demography and their solutions in modern Russia]. *Vestnik nauki i obrazovaniya = Bulletin of Science and Education*, 2019,

- no. 17, pp. 19–28. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/problemy-demografii-i-puti-ih-resheniya-v-sovremennoy-rossii/viewer> (In Russ.)
12. Vishnevsky A.G., Scherbakova E.M. [Demographic brakes of the economy]. *Voprosy Ekonomiki*, 2018, no. 6, pp. 48–70. (In Russ.)  
URL: <https://doi.org/10.32609/0042-8736-2018-6-48-70>
13. Magomadov N.S.-H., Shamilev S.R. [Analysis of the dynamics of the Russian Federation regions GRP production functions]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, 2014, no. 6. (In Russ.)  
URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=15466>
14. Gusarova O.M., Kuzmenkova V.D., Komarov P.I. [Digital model of socio-economic development of regional actors]. *Fundamental'nye issledovaniya = Fundamental Research*, 2018, no. 8, pp. 42–47.  
URL: <https://fundamental-research.ru/ru/article/view?id=42236> (In Russ.)
15. Ivchenko Yu.S. [Determination of the main factors of the gross regional product level by econometric modeling methods for the totality of regions of the Russian Federation]. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*, 2019, vol. 16, no. 6, pp. 4–18. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.21686/2500-3925-2019-6-4-18>
16. Nizhegorodtsev R.M., Arkhipova M.Yu. [Factors of economic growth of the Russian regions: regression-cluster analysis]. *Vestnik UGTU–UPI. Seriya: Ekonomika i upravlenie = Bulletin of Ural State Technical University. Series Economics and Management*, 2009, no. 3, pp. 94–110. URL: [https://journals.uer.ru/fileadmin/user\\_upload/site\\_15934/archive/2009/3/09\\_Nizhegorodcev\\_Arkhipova\\_2009\\_3.pdf](https://journals.uer.ru/fileadmin/user_upload/site_15934/archive/2009/3/09_Nizhegorodcev_Arkhipova_2009_3.pdf) (In Russ.)
17. Gafarova E.A. [Modeling of regional development based on production functions]. *Internet-zhurnal Naukovedenie*, 2013, no. 3. (In Russ.)  
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-regionalnogo-razvitiya-na-osnove-proizvodstvennyh-funktsiy/viewer>
18. Novak M.A., Kozlova E.I., Karlova M.Yu. [Development of a model of the relationship between regional indicators of labor resources and gross regional product: theoretical aspect]. *Ekonomika ustoychivogo razvitiya = Economics of Stable Development*, 2020, no. 1, pp. 132–134.  
URL: <http://www.economdevelopment.ru/wp-content/uploads/2020-1-41.pdf> (In Russ.)
19. Rzaev M.A.-R. [Growth of the population and its influence on the economic situation of the countries]. *Nauka, tekhnika i obrazovanie = Science, Technology and Education*, 2019, no. 5, pp. 69–75. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/rost-naseleniya-i-ego-vliyanie-na-ekonomicheskoe-polozhenie-stran/viewer> (In Russ.)

### **Conflict-of-interest notification**

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.