МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ГОДОВОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ПРЕДПРИЯТИЯ**Артур Александрович МИЦЕЛЬ^а, Валентина Олеговна НОЧЁВКИНА^{б,*}**

^а доктор технических наук, профессор кафедры автоматизированных систем управления, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР); профессор кафедры высшей математики и математической физики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Российская Федерация
maa@asu.tusur.ru
<https://orcid.org/0000-0002-2624-4383>
SPIN-код: 9698-2160

^б студентка магистратуры кафедры автоматизированных систем управления, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), Томск, Российская Федерация
voyazynina@mail.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 9810-2695

* Ответственный автор

История статьи:

Получена 29.05.2018
Получена в доработанном виде 13.06.2018
Одобрена 11.07.2018
Доступна онлайн 14.12.2018

УДК 330.46+519.863

JEL: C41, C53, C61, D22, M21, O12

Ключевые слова:

производственная программа предприятия, многокритериальная оптимизация, метод справедливого компромисса, модификации задачи, метод Монте-Карло

Аннотация

Предмет. Планирование как первоочередная функция управления предприятием, компанией.

Цели. Создать экономико-математическую модель планирования производства, позволяющую обеспечить минимизацию затрат на изготовление продукции, максимизацию прибыли и запасов ресурсов за счет оптимизации времени работы станков по изготовлению каждого вида продукции.

Методология. В статье рассматривается подход к формированию производственной программы как к процессу решения трехкритериальной оптимизационной задачи, основу которой составляют три однокритериальные оптимизационные задачи: задача максимизации прибыли, задача минимизации затрат в стоимостном выражении на изготовление продукции и задача минимизации используемых ресурсов. Используются методы справедливого компромисса и Монте-Карло.

Результаты. Приведены результаты вычислений для предприятия, где действует многоэтапный процесс производства. Сформулирована многокритериальная оптимизационная задача, предложено ее решение.

Выводы. Решение задачи заключается в поиске такого времени работы станков, при котором достигаются поставленные цели. Данная задача может применяться при многоэтапном процессе производства, выпуске нескольких видов продукции и необходимости достижения одновременно нескольких целей. Возможна модификация задачи в соответствии с особенностями предприятия. До начала модификации задачи рекомендуется провести моделирование схем процесса производства продукции в одной из многих нотаций, например в нотации IDEF3.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2018

Для цитирования: Мицель А.А., Ночёвкина В.О. Многокритериальная оптимизация годовой производственной программы предприятия // Региональная экономика: теория и практика. – 2018. – Т. 16, № 12. – С. 2369 – 2382.
<https://doi.org/10.24891/re.16.12.2369>

Введение

Каждое предприятие, занимающееся производством продукции, перед началом своей деятельности ставит перед собой задачу

по определению объема производства, реализация которого приведет к увеличению прибыли. Но не остаются без внимания и другие задачи, например минимизация затрат при производстве такого объема продукции,

который обеспечит предприятию высокую прибыль. Для решения таких задач руководство разрабатывает план производства – задание по выпуску продукции определенного ассортимента, ориентированное на достижение целей предприятия.

При разработке плана производства продукции учитываются ограничения по ресурсам предприятия, к которым относятся фонд рабочего времени каждого вида оборудования; фонд рабочего времени, определяемый численностью персонала; запасы материальных ресурсов, которыми располагает или может располагать предприятие; плановый период.

Всякое предприятие заинтересовано в формировании оптимального плана производства, то есть ставится задача оптимизации плана производства. Оптимизация есть процесс поиска наилучшего варианта решения, построение варианта, при котором достигается цель деятельности с учетом более полного и эффективного использования производственных мощностей и ресурсов. Разработка оптимального плана производства с учетом нескольких критериев является актуальной проблемой.

Выбор оптимальной стратегии производства продукции рассмотрен в ряде работ.

Впервые однокритериальная задача планирования производства была поставлена и решена в работе Л.В. Канторовича в 1939 г. [1]. Задача рассматривалась с различными критериями оптимальности. В качестве критерия оптимальности используются прибыль (задача максимизации)¹, трудозатраты (задача минимизации), резервы ресурсов (задача максимизации)².

В статье «Проблемы учета и контроля расходов в коммерческих организациях» Т.А. Похилько рассматривает ключевые проблемы учета и контроля расходов в

коммерческих организациях. Автор статьи обосновал, что в коммерческой организации проблемы учета и контроля расходов неразрывно связаны с особенностями комплексного подхода к менеджменту организации³.

Т.Н. Сысо рассмотрел модели, а также классические и современные методы оптимизации затрат, подходы к совершенствованию системы управления затратами, обосновал выбор приоритетных направлений управления затратами, который зависит от стратегических целей компании, определил мероприятия по снижению затрат (метод ABC) и проблемы их реализации.

Также Т.Н. Сысо отметил, что проблему управления затратами на современном предприятии можно представить как задачу регулярного менеджмента: на основе маркетинговых исследований (изучения эластичности спроса, емкости рынка, позиционирования товара в определенном сегменте рынка) следует постоянно корректировать объемы выпуска, цены, добиваясь оптимального соотношения затрат и прибыли [2].

Е.В. Акимова в работе «Планирование производства – путь к успешному бизнесу» утверждает, что к разработке оптимального плана производства требуется применять комплексный подход, не оставляя без внимания действующую на предприятии технологию производства и учитывая особенности хозяйственной деятельности. Изменения внешних (инфляция, увеличение или снижение спроса на рынке) и внутренних факторов (увеличение или изменение производственных мощностей, материальных и трудовых ресурсов) также должны быть отражены при формировании производственного плана⁴.

¹ Хазанова Л.Э. Математические методы в экономике. М.: БЕК, 2002. 144 с.

² Справочник по экономико-математическим моделям и методам. Киев: Техника, 1982. 208 с.

³ Похилько Т.А. Проблемы учета и контроля расходов в коммерческих организациях. Современные концепции научных исследований: Сборник научных работ XXIV Международной научной конференции Евразийского Научного Объединения. М.: ЕНО, 2016. 192 с.

⁴ Акимова Е.В. Планирование производства – путь к успешному бизнесу // Планово-экономический отдел. 2016. № 5.

В работе [3] рассматривается двухкритериальная задача оптимизации производственной программы, учитывающая максимизацию прибыли и минимизацию трудозатрат. В данной работе предлагается интегрированная модель планирования производства, учитывающая три критерия одновременно. Такой подход предполагает решение задач оптимальной загрузки оборудования и планирования выпуска продукции, при котором прибыль будет максимальной, а затраты на производство и потребляемые ресурсы – минимальны.

Многокритериальная оптимизация

Задачи выбора из множества возможных решений X и векторный критерий f , называются многокритериальными задачами. Изучению свойств таких задач посвящена многочисленная литература [4–6]⁵.

Традиционный подход к исследованию операций предполагает наличие единственного критерия оценки качества решения [7].

Однако в практической деятельности аналитики сталкиваются с задачами, эффективность решения которых невозможно оценить с помощью одного показателя. Например, при составлении плана производства, где недостаточно только по увеличению объема продаж оценить эффективность разработанного плана, ставятся задачи многокритериальной оптимизации. Эти задачи заключаются в поиске оптимального решения при наличии различных, несводимых друг к другу критериев оптимальности [8]. Чем больше таких критериев оптимальности, требований к разрабатываемому объекту, планируемому процессу, тем эффективнее можно решить поставленную задачу.

Математическая постановка многокритериальной задачи представляется следующим образом: необходимо определить такой вектор переменных решения $X=(x_1, x_2, \dots, x_n)$ из множества допустимых решений

D_X , при котором значение векторной функции векторного аргумента $\Phi(X)=\{\phi_1(X), \phi_2(X), \dots, \phi_s(X)\}$, где $\phi_z(X), z \in \overline{1, s} (s \geq 2)$ – z -ая целевая функция, достигает своего максимума или минимума, в зависимости от условия задачи.

Если по условию задачи требуется минимизировать каждый из частных критериев оптимальности $\phi_1(X), \phi_2(X), \dots, \phi_s(X)$ в одной и той же области допустимых значений D_X , то задача многокритериальной оптимизации запишется в виде

$$\Phi(X)=\{\phi_1(X), \phi_2(X), \dots, \phi_s(X)\} \quad (1) \\ X \in D_X$$

Качество решения в данном случае оценивается не по одному критерию, а по нескольким критериям одновременно. Это означает, что выбор оптимального решения становится нетривиальной задачей, так как возникает проблема: что следует понимать под оптимальным решением, если критериев больше единицы (даже три и более), и при этом они либо противоречат друг другу, либо действуют в одном направлении, либо индифферентны.

Задачу многокритериальной оптимизации можно решить несколькими способами [8]:

- оптимизируется один критерий, который определен как наиболее важный по сравнению с другими; при этом остальные критерии выступают в качестве дополнительных ограничений;
- заданное множество критериев упорядочивается и последовательно оптимизируется каждый критерий путем добавления уступок по уже определенным (найденным) критериям и введения их в систему ограничений;
- множество критериев сводится к одному с помощью введения экспертных весов коэффициентов каждого критерия таким образом, что более важный критерий получает более высокий вес;

⁵ Ногин В.Д. Основы теории оптимизации. М.: Высшая школа, 1986. 384 с.

– метод справедливого компромисса, предполагающий одинаковую важность критериев и не требующий их нормализации и упорядоченности по степени важности.

Первый метод требует выбрать наиболее важный в данной задаче критерий, а по остальным критериям мы должны установить границы изменения, чтобы затем ввести эти критерии в ограничения. Второй метод (метод уступок) требует проранжировать все частные и пронумеровать их в порядке убывания важности. Требуется назначить максимально возможные уступки по каждому критерию и последовательно вводить уже найденные из решения частных задач критерии вместе с уступками в систему ограничений. В третьем методе необходимо экспертным путем назначить весовые множители и свернуть частные критерии в один.

Таким образом, в первых трех методах требуется участие человека, что делает результаты субъективными. Проанализировав указанные методы решения многокритериальных задач, авторы выбрали метод справедливого компромисса, так как данный метод допускает одинаковую важность всех критериев и не требует их нормализации и упорядоченности по степени важности.

Справедливым компромиссом называется такой компромисс, при котором относительный уровень снижения качества по одному или нескольким частным критериям не превосходит относительного уровня повышения качества по остальным частным критериям.

Для определения понятия справедливого компромисса вводится отношение превосходства на множестве Парето. Множество Парето определяется как множество, в котором значение каждого частного показателя (критерия) оптимальности не может быть улучшено без ухудшения других частных критериев. Любое из решений, принадлежащее множеству Парето, не может быть улучшено одновременно по всем частным критериям.

Множество Парето называют также эффективным множеством.

Пусть заданы частные критерии оптимальности и их значения $\phi_1(X^1), \phi_2(X^2), z \in \overline{1, s}$ в точках $X^1 \in D_x, X^2 \in D_x$, принадлежащие множеству Парето задачи (1). Для сравнения решений вводится мера относительного снижения качества решения по каждому из критериев:

$$\Delta \tilde{\phi}_z(X^1, X^2) = \frac{\Delta \phi_z(X^1, X^2)}{\max_{X \in (X^1, X^2)} \phi_z(X)}, z \in \overline{1, s}, \quad (2)$$

где $\Delta \phi_z(X^1, X^2) = \phi_z(X^1) - \phi_z(X^2)$ – абсолютные снижения уровня значений критериев частных критериев оптимальности при переходе от решения X^1 к решению X^2 .

Понимается, что решение X^2 превосходит решение X^1 , то есть максимальное относительное повышение качества решения превышает максимальное относительное снижение качества решения, если

$$|\tilde{\phi}_{\max}(X^1, X^2)| > |\tilde{\phi}_{\min}(X^1, X^2)|, \quad (3)$$

где $\tilde{\phi}_{\max}(X^1, X^2) = \max_{z \in \overline{1, s}} \phi_z(X^1, X^2)$ – максимальное повышение качества решения при переходе от решения X^1 к решению X^2 ;

$\tilde{\phi}_{\min}(X^1, X^2) = \min_{z \in \overline{1, s}} \phi_z(X^1, X^2)$ – максимальное снижение качества решения при переходе от решения X^1 к решению X^2 .

С другой стороны, принимаем постулат, что решение X^1 превосходит решение X^2 , если

$$|\tilde{\phi}_{\max}(X^1, X^2)| \leq |\tilde{\phi}_{\min}(X^1, X^2)|. \quad (4)$$

Выбор решений $X^r \in D_x$ производится с помощью полного перебора решений, входящих в эффективное множество задачи (1). Нормализация частных критериев не требуется, так как метод справедливого компромисса использует относительные изменения частных критериев оптимальности⁶.

⁶ Карпенко А.П. Методы оптимизации.

URL: <http://bigor.bmstu.ru/%3Fcnt/%3Fdoc/%3DMO/base.cou>

Трехкритериальная модель производственной программы

Для формулировки многокритериальной задачи будем использовать следующие критерии: максимизация прибыли, минимизация затрат на изготовление продукции и минимизация используемых ресурсов. Таким образом, формулируется трехкритериальная задача.

Введем обозначения: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – количества изделий $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$ соответственно; e_{ij} – элементы технологической матрицы затрат i -го вида сырья на единицу j -го вида продукции ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$); y_i – запасы i -го вида сырья, $i=1, \dots, m$; β_j^L, β_j^U – ограничения по выпуску продукции, $j=1, \dots, n$; c_j – прибыль, приносимая при реализации одного изделия j -го вида, $j=1, \dots, n$; α_{sj} – элементы матрицы производительности s -го станка, занятого изготовлением одного изделия j -го вида, $s=1, \dots, k; j=1, \dots, n$; t_{sj} – время, в течение которого s -й станок занят изготовлением изделия j -го вида, $s=1, \dots, k; j=1, \dots, n$; b_{sj} – затраты, связанные с изготовлением изделия j -го вида на s -ом станке в стоимостном выражении; T – длительность работы станков.

Требуется так спланировать производство, а именно определить время работы станков над изготовлением каждого вида продукции, чтобы план по выпуску продукции был выполнен, суммарная прибыль обращалась в максимум, а затраты на изготовление продукции и затраты сырья были минимальны. Обязательность выполнения задания по объему производства запишется в виде системы ограничений-неравенств:

$$x_j \geq \beta_j^L, j=1, \dots, n. \quad (5)$$

Превышение объема производства над объемом продаж является допустимой ситуацией при формировании страхового запаса, обеспечивающего бесперебойность производственного процесса. Однако если объемы производства превышают объемы продаж во много раз, у предприятия вырастут расходы на содержание складов готовой продукции, поэтому вводится система

ограничений-неравенств для проверки на отсутствие заговаривания:

$$x_j \geq \beta_j^U, j=1, \dots, n. \quad (6)$$

Запишем ограничения по плану выпуска продукции через переменные t_{sj} . Тогда

$$x_j = \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj}, \text{ и ограничения (5), (6) примут}$$

вид:

$$B_j^L \leq \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \leq \beta_j^U, j=1, \dots, n. \quad (7)$$

Кроме того, требуется зафиксировать ограничения по запасам сырья. Так как запасы сырья ограничены, то необходимо учитывать их количество, чтобы не сложилась ситуация невозможности производства требуемого объема продукции по причине нехватке сырья. Соответственно будем иметь следующие ограничения:

$$\sum_{j=1}^n e_{ij} \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \leq y_i, i=1, \dots, n. \quad (8)$$

Ограничение по времени работы станков представлено в ограничении-неравенстве, то есть суммарное время работы станков не может выходить за рамки периода планирования:

$$\sum_{j=1}^n t_{sj} \leq T, s=1, \dots, k, j=1, \dots, n. \quad (9)$$

Время работы станков над изготовлением каждого вида продукции не может принимать отрицательные значения по смысловой нагрузке, но может быть равно нулю для некоторых станков, которые не участвуют в производстве продукции. Ограничение на переменные, отображающие время работы станков, имеет вид

$$t_{sj} \geq 0, s=1, \dots, k; j=1, \dots, n. \quad (10)$$

Последнее ограничение в (10) связано с дискретностью переменной t_{sj} , то есть время изготовления продукции на станках будет оцениваться в минутах. Таким образом, нужно найти целые значения переменных t_{sj} ($s=1, \dots, k; j=1, \dots, n$), чтобы они удовлетворяли

неравенствам-ограничениям (7–10) и при этом прибыль принимала максимальное значение

$$P = \sum_{j=1}^n c_j \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \rightarrow \max_t. \quad (11)$$

Затраты на производство продукции были минимальны

$$B = \sum_{s=1}^k \sum_{j=1}^n a_{sj} t_{sj} \rightarrow \min_t. \quad (12)$$

Расход ресурсов также минимален

$$R = \sum_{i=1}^m (y_i - \sum_{j=1}^n e_{ij} \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj}) \rightarrow \max_t. \quad (13)$$

Критерий (13) выражает максимизацию резервов ресурсов, а значит, минимизацию расхода используемых ресурсов.

Функции цели можно представить следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_1 = \sum_{j=1}^n c_j \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj} \rightarrow \max_t \\ \phi_2 = - \sum_{s=1}^k \sum_{j=1}^n b_{sj} t_{sj} \rightarrow \max_t \\ \phi_3 = \sum_{i=1}^m (y_i - \sum_{j=1}^n e_{ij} \sum_{s=1}^k a_{sj} t_{sj}) \rightarrow \max_t \end{array} \right. \quad (14)$$

Второй критерий ϕ_2 представлен со знаком «минус»: при решении многокритериальной задачи необходимо соблюдать принцип сонаправленности функций цели, то есть все критерии должны либо минимизироваться, либо максимизироваться. Но так как в данной трехкритериальной модели критерии ϕ_1 и ϕ_3 максимизируются, а ϕ_2 минимизируется, то критерий ϕ_2 необходимо принять со знаком «минус».

Решение трехкритериальной оптимизационной задачи происходит по следующему алгоритму. На начальном этапе выполняется решение трех однокритериальных задач целочисленного линейного программирования. Первая задача – это задача максимизации прибыли, то есть с максимизацией целевой функции (11); вторая – задача минимизации затрат на изготовление продукции, то есть минимизация

целевой функции (12); третья – максимизация целевой функции (13). Для решения этих задач используется метод Монте-Карло [9–12].

Далее, для решения задачи (13) при ограничениях (7–10), применяется метод справедливого компромисса. Производится полный перебор решений, входящих в эффективное множество задачи [13, 14].

Исходные данные

Запасы и нормы затрат сырья в количественном выражении i -го вида на единицу j -го вида продукции ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, n$) представлены в *табл. 1*. Данные о прибыли от реализации одного изделия j -го вида ($j=1, \dots, n$), представлены в *табл. 2*.

Информация о производительности s -го станка, занятого изготовлением одного изделия j -го вида ($s=1, \dots, k; j=1, \dots, n$), и затраты, связанные с изготовлением изделия j -го вида на s -ом станке в стоимостном выражении, представлены в *табл. 3*. Фонд рабочего времени, в течение которого может производиться продукция, указан в *табл. 4*.

Ограничения по выпуску продукции представлены в *табл. 5*, где β_j^L определяет минимальный объем выпуска β_j^U – максимальный объем производимой продукции.

Результаты моделирования

Результаты решения трех однокритериальных задач с целевыми функциями (11–13) приведены в *табл. 6–8*. Выделены компоненты решений задач с целевыми функциями (11), (12), (13), равными между собой. Это позволяет уменьшить объем расчетов при решении трехкритериальной задачи (13) при ограничениях (7–10).

Учитывая результаты, приведенные в *табл. 9*, перебор узлов сетки будем производить только по тем номерам переменных, которые обозначены как $t_{s,j}$, $s=1, \dots, k$, $j=1, \dots, n$ (при $k=10$, $n=3$). Значения остальных переменных не изменяются. Результат решения трехкритериальной задачи (13) при ограничениях (7–10) приведен в *табл. 10*.

Заключение

Основным результатом исследования является формулирование многокритериальной оптимизационной задачи и ее решение методом

справедливого компромисса. Решение задачи многокритериальной оптимизации в общем случае не является оптимальным, а оказывается некоторым компромиссом в целом.

Таблица 1

Запасы и нормы затрат сырья

Table 1

Stock and cost standards of raw materials

Вид сырья	Запас сырья, у.е. (y_i)	Число единиц сырья, затрачиваемого на изготовление единицы продукции, у.е. на упаковку (e_{ij})		
		I_1	I_2	I_3
I_1	2 500	0,5	0,8	1,1
I_2	1 000	0	0	3
I_3	300	1,4	1,2	0
I_4	850	0,2	0,2	0,2
I_5	100	0,5	0,6	0,5

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 2Прибыль от реализации одного изделия j -го вида, руб.**Table 2**Profit on sales of one product of j kind, RUB

Изделие	Прибыль (c_j)
I_1	280
I_2	300
I_3	250

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 3Производительность s -го станка, занятого изготовлением одного изделия j -го вида, затраты на изготовление изделия j -го вида на s -ом станке в стоимостном выражении**Table 3**The productivity of the s machine engaged in manufacturing of one product of j kind, cost for manufacture of one product of j kind by the s machine in value terms

Станок	Производительность, упаковок в мин.			Затраты, руб. на упаковку (b_{sj})		
	I_1	I_2	I_3	I_1	I_2	I_3
P_1	2,14	1,04	3,96	10	10	12
P_2	1,79	1,08	3,13	9	10	10
P_3	0	2,78	8,23	0	8	10
P_4	2,14	1,04	3,13	3	10	6
P_5	0	0	4,17	0	0	10
P_6	2,14	1,25	3,75	7	12	0
P_7	1,43	0	0	5	0	0
P_8	2	1,22	3,96	8	10	12
P_9	0	0	1,88	0	0	12
P_{10}	0	0	1,88	0	0	12

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 4**Фонд рабочего времени в сутки T_j , мин.****Table 4****Working time fund per day T_j , minute**

Изделие	Продолжительность
I_1	430
I_2	460
I_3	420

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 5**Ограничения по выпуску продукции (количество упаковок)****Table 5****Production constraints (the number of packages)**

Показатель	Значения для каждого изделия		
	I_1	I_2	I_3
Минимальный объем (β_j^L)	200	200	200
Максимальный объем (β_j^U)	300	350	290

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 6**Результат решения первой однокритериальной задачи****Table 6****Solving the first single-objective problem**

Станок	Время работы станка для производства единицы продукции I_i , мин.		
	Задача максимизации прибыли	Задача минимизации затрат на изготовление продукции	Задача максимизации резервов ресурсов (минимизации затрат ресурсов)
P_1	9	10	7
P_2	9	9	9
P_3	0	0	0
P_4	9	10	7
P_5	10	7	10
P_6	0	0	0
P_7	10	8	9
P_8	10	9	6
P_9	6	9	10
P_{10}	0	0	0

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 7**Результат решения второй однокритериальной задачи****Table 7****Solving the second single-objective problem**

Станок	Время работы станка для производства единицы продукции I_2 , мин.		
	Задача максимизации прибыли	Задача минимизации затрат на изготовление продукции	Задача максимизации резервов ресурсов (минимизации затрат ресурсов)
P_1	10	8	6
P_2	7	7	7
P_3	6	10	10
P_4	9	5	7
P_5	0	0	0
P_6	10	7	10
P_7	0	0	0
P_8	10	10	6
P_9	0	0	0
P_{10}	0	0	0

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 8**Результат решения третьей однокритериальной задачи****Table 8****Solving the third single-objective problem**

Станок	Время работы станка для производства единицы продукции I_3 , мин.		
	Задача максимизации прибыли	Задача минимизации затрат на изготовление продукции	Задача максимизации резервов ресурсов (минимизации затрат ресурсов)
P_1	5	6	2
P_2	1	1	4
P_3	1	2	6
P_4	8	5	6
P_5	6	5	1
P_6	8	6	7
P_7	0	0	0
P_8	3	1	4
P_9	2	9	1
P_{10}	2	9	3

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 9**Обобщенные данные по результату решения трех однокритериальных задач****Table 9****Generalized data on the results of solving the three single-objective problems**

Станок	Время работы станка для производства единицы продукции, мин.		
	И ₁	И ₂	И ₃
P ₁	t _{1,1}	t _{1,2}	t _{1,3}
P ₂	9	7	9
P ₃	0	t _{3,2}	t _{3,3}
P ₄	t _{4,1}	t _{4,2}	t _{4,3}
P ₅	0	0	t _{5,3}
P ₆	t _{6,1}	t _{6,2}	t _{6,3}
P ₇	t _{7,1}	0	0
P ₈	t _{8,1}	t _{8,2}	t _{8,3}
P ₉	0	0	t _{9,3}
P ₁₀	0	0	t _{10,3}

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 10**Результат решения трехкритериальной задачи****Table 10****Solving the three-objective problem**

Станок	Время работы станка для производства единицы продукции, мин.		
	И ₁	И ₂	И ₃
P ₁	7	6	5
P ₂	9	7	4
P ₃	0	10	2
P ₄	10	7	8
P ₅	0	0	5
P ₆	8	10	6
P ₇	61	0	0
P ₈	6	10	1
P ₉	0	0	2
P ₁₀	0	0	2

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Канторович Л.В. Математические методы организации и планирования производства. Л.: ЛГУ, 1939. 68 с.
2. Сысо Т.Н. Оптимизация управления затратами предприятия // Вестник Омского университета. Серия «Экономика». 2011. № 4. С. 135–143.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-upravleniya-zatratami-predpriyatiya>
3. Мицель А.А., Зедина М.А. Оптимизация годовой производственной программы предприятия методом справедливого компромисса // Экономический анализ: теория и практика. 2012. Т. 11. Вып. 41. С. 54–59. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-godovoy-proizvodstvennoy-programmy-predpriyatiya-metodom-spravedlivogo-kompromissa>
4. Березовский Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кемпнер Л.М. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты: монография. М.: Наука, 1989, 129 с.

5. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем: монография. М.: Наука, 1986. 296 с.
6. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач: монография. М.: Наука, 1982. 256 с.
7. Гермейер Ю.Б. Введение в теорию исследования операций: монография. М.: Наука, 1971. 384 с.
8. Штойер Р. Многокритериальная оптимизация: теория, вычисления и приложения. М.: Радио и связь, 1992. 504 с.
9. Шварц Д.Т. Интерактивные методы решения задачи многокритериальной оптимизации. Обзор // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2013. № 4. С. 245–264. URL: <https://doi.org/10.7463/0413.0547747>
10. Карпенко А.П., Семенихин А.С., Митина Е.В. Популяционные методы аппроксимации множества Парето в задаче многокритериальной оптимизации. Обзор // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 4. С. 1–36. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/populyatsionnye-metody-approksimatsii-mnozhestva-pareto-v-zadache-mnogokriterialnoy-optimizatsii-obzor>
11. Карпенко А.П., Моор Д.А., Мухлисулина Д.Т. Многокритериальная оптимизация на основе нейро-нечеткой аппроксимации функции предпочтений лица, принимающего решения // Наука и образование. Научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2010. № 6. С. 1–21. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/mnogokriterialnaya-optimizatsiya-na-osnove-neyro-nechetkoy-approksimatsii-funktsii-predpochteniy-litsa-prinimayuschego-resheniya>
12. Ярыгин А.Н., Колачева Н.В., Палфёрова С.Ш. Методы нахождения оптимального решения экономических задач многокритериальной оптимизации // Вектор науки ТГУ. 2013. № 1. С. 388–393. URL: http://edu.tltsu.ru/sites/sites_content/site1238/html/media90388/86Yarygin.pdf
13. Маркина М.В. Многокритериальные задачи оптимизации в экономике // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2014. № 4. С. 416–421. URL: http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/19931778_2014_-_4-1_unicode/62.pdf
14. Жуков А.В. Модель многокритериальной оценки оптимальной стратегии развития субъекта экономики // Вестник ТвГУ. Серия: Прикладная математика. 2011. № 20. С. 105–123. URL: http://eprints.tversu.ru/1606/1/19950136_2011_1_zhukov.pdf

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

MULTIPLE CRITERIA OPTIMIZATION OF ANNUAL PRODUCTION PLAN OF THE ENTERPRISE

Artur A. MITSEL'^a, Valentina O. NOCHEVKINA^{b,*}

^a Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR),
Tomsk, Russian Federation
maa@asu.tusur.ru
<https://orcid.org/0000-0002-2624-4383>

^b Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics (TUSUR),
Tomsk, Russian Federation
voyazynina@mail.ru
ORCID: not available

* Corresponding author

Article history:

Received 29 May 2018
Received in revised form
13 June 2018
Accepted 11 July 2018
Available online
14 December 2018

JEL classification: C41, C53,
C61, D22, M21, O12

Keywords:

manufacturing programme,
multi-objective optimization,
fair compromise method,
Monte Carlo technique

Abstract

Subject This article considers and discusses planning as the primary function of management of an enterprise or company.

Objectives The article aims to create an economic and mathematical model of production planning, which helps minimize the costs of production, maximize profits and reserves of resources through optimizing the machine run time to manufacture each type of product.

Methods The study approaches the formation of a production plan as a process of solving a three-objective optimization problem, the basis of which is constituted by three single-objective optimization problems. The fair compromise and Monte Carlo methods were also used.

Results The article presents certain results of calculations for the enterprise where the multi-stage production process operates. It also formulates a multiple criteria optimization problem and proposes its solution.

Conclusions The problem described gets solved through the search of machine run time necessary to achieve the set goals. This problem can be applied and considered in a multi-stage production process, the release of several products, and the need to achieve several goals simultaneously. The problem can be modified depending on the peculiarities of the enterprise.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2018

Please cite this article as: Mitsel' A.A., Nochevkina V.O. Multiple Criteria Optimization of Annual Production Plan of the Enterprise. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2018, vol. 16, iss. 12, pp. 2369–2382.
<https://doi.org/10.24891/re.16.12.2369>

References

1. Kantorovich L.V. *Matematicheskie metody organizatsii i planirovaniya proizvodstva* [Mathematical methods of organizing and planning of production]. Leningrad, LSU Publ., 1939, 68 p.
2. Syso T.N. [Optimization of company cost management]. *Vestnik Omskogo universiteta. Seriya Ekonomika = Herald of Omsk University. Series Economics*, 2011, no. 4, pp. 135–143.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-upravleniya-zatratami-predpriyatiya>
(In Russ.)
3. Mitsel' A.A., Zedina M.A. [Optimization of annual production program of enterprise by fair compromise method]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and*

- Practice*, 2012, vol. 11, iss. 41, pp. 54–59. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-godovoy-proizvodstvennoy-programmy-predpriyatiya-metodom-spravedlivogo-kompromissa> (In Russ.)
4. Berezovskii B.A., Baryshnikov Yu.M., Borzenko V.I., Kempner L.M. *Mnogokriterial'naya optimizatsiya. Matematicheskie aspekty: monografiya* [Multicriteria optimization. Mathematical aspects: a monograph]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 129 p.
5. Dubov Yu.A., Travkin S.I., Yakimets V.N. *Mnogokriterial'nye modeli formirovaniya i vybora variantov sistem: monografiya* [Multicriterion models of formation and choice of systems variants: a monograph]. Moscow, Nauka Publ., 1986, 296 p.
6. Podinovskii V.V., Nogin V.D. *Pareto-optimal'nye resheniya mnogokriterial'nykh zadach: monografiya* [Pareto-optimal solutions to multicriteria tasks: a monograph]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 256 p.
7. Germeier Yu.B. *Vvedenie v teoriyu issledovaniya operatsii: monografiya* [An introduction to the theory of operations research: a monograph]. Moscow, Nauka Publ., 1971, 384 p.
8. Steuer R.E. *Mnogokriterial'naya optimizatsiya: teoriya, vychisleniya i prilozheniya* [Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation, and Application]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1992, 504 p.
9. Shvarts D.T. [Interactive methods for solving multi-objective optimization problem. Review]. *Nauka i obrazovanie. Nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Bauman*, 2013, no. 4, pp. 245–264. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.7463/0413.0547747>
10. Karpenko A.P., Semenikhin A.S., Mitina E.V. [Review: Population methods of Pareto set approximation in multi-objective optimization problem]. *Nauka i obrazovanie. Nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Bauman*, 2012, no. 4, pp. 1–36. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/populyatsionnye-metody-approksimatsii-mnozhestva-pareto-v-zadache-mnogokriterialnoy-optimizatsii-obzor>
11. Karpenko A.P., Moor D.A., Mukhlisullina D.T. [Multicriteria optimization based on neuro-fuzzy approximation of the preference function of decision makers]. *Nauka i obrazovanie. Nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Bauman*, 2010, no. 6, pp. 1–21. (In Russ.) URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/mnogokriterialnaya-optimizatsiya-na-osnove-neyro-nechetkoy-approksimatsii-funktsii-predpochteniy-litsa-prinimayuschego-resheniya>
12. Yarygin A.N., Kolacheva N.V., Palferova S.Sh. [Methods for finding optimal solutions to the economic multi-objective optimization]. *Vektor nauki TGU*, 2013, no. 1, pp. 388–393. URL: http://edu.tltsu.ru/sites/sites_content/site1238/html/media90388/86Yarygin.pdf (In Russ.)
13. Markina M.V. [Multicriteria optimization problems in economics]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo = Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod*, 2014, no. 4, pp. 416–421. URL: http://www.unn.ru/pages/e-library/vestnik/19931778_2014_-4-1_unicode/62.pdf (In Russ.)
14. Zhukov A.V. [Model for estimation of the optimal development strategy of economic subject]. *Vestnik TvGU. Seriya: Prikladnaya matematika = Herald of Tver State University. Series: Applied Mathematics*, 2011, no. 20, pp. 105–123. URL: http://eprints.tversu.ru/1606/1/19950136_2011_1_zhukov.pdf (In Russ.)

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.