

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОГО
СОЦИО-ЭКОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА С ПРИМЕНЕНИЕМ
СТАТИСТИЧЕСКИХ ДАННЫХ (НА ПРИМЕРЕ КЕМЕРОВСКОЙ ОБЛАСТИ)*****Екатерина Сергеевна ЧЕРНОВА**кандидат физико-математических наук, старший преподаватель кафедры прикладной математики,
Кемеровский государственный университет, Кемерово, Российская Федерация
elvangie@mail.ru**История статьи:**

Получена 12.05.2017

Получена в доработанном виде
29.05.2017

Одобрена 15.06.2017

Доступна онлайн 15.08.2017

УДК 519.86

JEL: C32, C41, Q56

Аннотация**Предмет.** Проблема устойчивого развития на глобальном уровне связана с риском деградации окружающей среды, ростом населения, усугублением противоречий между возрастающими потребностями человечества в природных ресурсах и ограниченностью их запасов, проблемой производства продуктов питания, неэффективностью сельского хозяйства и использования энергии. Переход к устойчивому развитию позволит обеспечить стабильное и сбалансированное развитие трех сфер жизнедеятельности – экономической, экологической и социальной – на достаточно высоком уровне. В статье анализируется возможность применения методов теории оптимального управления и анализа данных для построения математической модели устойчивого развития региона (на примере Кемеровской области).**Цели.** Построение и содержательный анализ математической модели устойчивого социально-эколого-экономического развития региона в форме дискретной задачи оптимального управления на основе статистических данных.**Методология.** В исследовании использовались методы теории оптимального управления, системного анализа, математической статистики, регрессионного анализа и оптимизации.**Результаты.** Определено, что построение математических моделей с управляющими параметрами на основе статистических данных является подходящим инструментом исследования проблематики устойчивого развития на региональном уровне с учетом сложившейся динамики социальных, экономических и экологических показателей. Использование в качестве основы для модели статистических данных отдельного взятого региона позволяет учесть его специфику, определить условия и ограничения, которые должны выполняться для реализации сценария устойчивого развития, делает возможным и обоснованным применение такого подхода в качестве надежного аппарата при принятии долгосрочных управленческих решений.**Выводы.** Построенная математическая модель устойчивого развития региона представляет собой дискретную задачу оптимального управления со многими критериями качества, приспособленную для исследования социально-эколого-экономической динамики субъекта Федерации. В качестве управляющих параметров модели рассмотрены доли бюджета региона, направляемые в национальную экономику, жилищно-коммунальное хозяйство, охрану окружающей среды, образование, культуру, здравоохранение и социальную политику.**Ключевые слова:** устойчивое развитие, математическая модель, оптимальное управление, регион, социо-эколого-экономическая система

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2017

Для цитирования: Чернова Е.С. Математическое моделирование задачи устойчивого социо-эколого-экономического развития региона с применением статистических данных (на примере Кемеровской области) // Региональная экономика: теория и практика. – 2017. – Т. 15, № 8. – С. 1552 – 1564.
<https://doi.org/10.24891/re.15.8.1552>

В настоящее время вопросам анализа и моделирования устойчивого развития человеческого сообщества, отдельных стран и регионов посвящается большое количество работ отечественных и зарубежных специалистов из разных областей знания (Т.В. Алферова, Е.А. Третьякова [1]; Е.А. Афоничкина [2], А.Х. Дикинов и др.¹;

Е.Ю. Дорохина², Г.М. Мкртчян [3], Т.Л. Самков [4], М.М. Старкова и др. [5]; В.Н. Хасанова, М.Г. Каримов, Р.В. Васильева [6]; М. Hersh [7], Н. Sverdrup, K. Ragnarsdottir и др.³). В большинстве

конференции. М.: Научно-исследовательский институт истории, экономики и права, 2016. С. 36–40.

² Дорохина Е.Ю. О некоторых проблемах моделирования показателей устойчивого развития // International Scientific and Practical Congress of Economists and Lawyers “The Unification of Economists and Lawyers Is a Key to the New Stage of Development”. ISAE “Consilium”. 2013. С. 162–165.

³ Sverdrup H., Koca D., Ragnarsdottir K. The World 5 model; Peak metals, minerals, energy, wealth, food and population; urgent policy considerations for a sustainable society // Proceedings of the 30th International Conference of the System Dynamics Society, 2012, pp. 3975–4001. URL: <https://www.systemdynamics.org/conferences/2012/>

* Исследование осуществлено в рамках задания № 2014/64 на выполнение государственной работы «Организация проведения научных исследований».

¹ Дикинов А.Х., Анасов В.В., Исмаилов М.Ю., Касаева Т.В. Моделирование процессов устойчивого развития территорий // Приоритеты и механизмы обеспечения экономического роста, финансовой стабильности и социальной сбалансированности в России: сборник статей Международной научно-практической

работ внимание уделяется анализу понятия и проблематики устойчивого развития на гуманитарном уровне. Для изучения этой категории строятся и математические модели, однако авторами не предпринимаются попытки формализации самой задачи устойчивого развития и перевода на математический язык его основных принципов. Одним из подходов к исследованию данной проблемы является построение эконометрических моделей, которые находят широкое применение на практике и особенно в исследованиях социально-экономических систем как на микро-, так и на макроуровнях. Преимуществом эконометрического подхода к моделированию устойчивого развития регионов является отсутствие грубых допущений, возможность учета большого количества факторов, проверки теоретических положений относительно динамики переменных (показателей устойчивого развития) и выявления тенденций развития на эмпирическом материале (статистических данных региона). Подробный анализ основных подходов к эконометрическому моделированию можно найти в работе С.А. Айвазяна, Б.Е. Бродского [8].

Можно выделить следующие основные проблемы, возникающие при моделировании задачи устойчивого развития региона с использованием статистических данных:

- трудности в выборе адекватных показателей (индикаторов) устойчивого развития, которые позволили бы дать оценку эффективности управления на различных уровнях иерархии. Эти вопросы рассматриваются, в частности, в работах С.Н. Бобылева [9], Н.П. Тарасовой, Е.Б. Кручиной [10] и др.;
- недостаточно удовлетворительное состояние статистических данных как в областных управлениях статистики, так и в статистических сборниках разного рода, так как имеющиеся временные ряды не позволяют отследить долговременную динамику развития, наблюдаются и несовпадения одних и тех же данных по разным источникам, не отслеживаются многие важные показатели;
- малое количество показателей, которые позволили бы учесть экологические факторы на макроэкономическом уровне⁴;

proceed/papers/P1185.pdf; Sverdrup H.U., Ragnarsdottir K.V. Challenging the planetary boundaries II: Assessing the sustainable global population and phosphate supply, using a systems dynamics assessment model // Ninth International Symposium on the Geochemistry of the Earth's Surface (GES-9), Boulder, Colorado, USA. Applied Geochemistry, 26. 2011, pp. 307–310. URL: <http://www.convergeproject.org/sites/convergeproject.org/files/H+V-2.pdf>

⁴ Артюхов В.В., Забелин С.И., Лебедева Е.В. и др. Рейтинги устойчивого развития регионов Российской Федерации. М.: Интерфакс, 2011. С. 3.

- трудности разработки агрегированных показателей (индексов), состоящие в присвоении некоторых весов исходным показателям без утраты значимости излишней субъективности.

Вопрос об отнесении тех или иных данных к конкретной сфере (социальной, экономической или экологической) касается общей методологии системного подхода к многоаспектной проблеме устойчивого развития, которая предполагает участие специалистов многих направлений и решается на доматематическом этапе при подготовке информационной базы модели соответствующими специалистами. Данный факт освещается в работах Н.Н. Данилова [11].

Цель исследования устойчивого развития при помощи математических методов – получение объективной информации и подготовка имеющих практическое значение рекомендаций по его оптимальному развитию на длительном интервале времени. В таких ответственных вопросах решения, подкрепленные математическими расчетами, оказываются наиболее достоверными.

Приведем определения тех основных понятий и условий устойчивого развития региона, которые будут формализованы.

Под экономическим регионом будем понимать объект административно-территориального деления первого уровня классификации, то есть один из 83 субъектов Российской Федерации (республика, край, область, округ).

Под устойчивым развитием региона будем понимать взаимосвязанное и сбалансированное (без диспропорций) развитие трех основных секторов – экономического, социального и экологического, которое удовлетворяет потребности ныне живущего поколения без лишения возможности будущих поколений удовлетворять свои потребности.

Основными требованиями, предъявляемыми к математической модели устойчивого развития региона, по нашему мнению, являются следующие⁵:

- математическая модель устойчивого развития региона должна иметь форму задачи оптимального управления;
- наличие трех подсистем, соответствующих трем секторам региона – социальному, экономическому, экологическому;

⁵ Данилов Н.Н., Иноземцева Л.П., Чернова Е.С. Методика применения математической модели оптимального управления в исследовании вопросов устойчивого развития экономического региона // Региональная экономика: теория и практика. 2014. № 45. С. 17–28.

- наличие ограничений на управляющие параметры, учитывающих развитие региона на долгосрочном интервале времени;
- учет многоцелевого характера развития региона;
- формализация основных принципов и факторов устойчивого развития.

В качестве основных принципов процесса устойчивого развития в данной работе будем рассматривать сбалансированность (развитие без диспропорций) и состоятельность во времени (динамическую устойчивость) траектории (сценария развития) социальных, экономических и экологических показателей. Это означает, что принципы оптимального (в том или ином смысле) поведения общества, определенные в начальный момент времени, должны оставаться таковыми постоянно при движении вдоль выбранной траектории вплоть до прихода региона в predetermined конечное состояние. Динамическая устойчивость представляет важное свойство содержательности во времени принципов оптимальной политики развития, в соответствии с которым общество ориентируется на одни и те же ценности и не имеет оснований для отклонения от первоначально принятых планов действий. Данный принцип был введен Л.А. Петросяном [12] в области кооперативных дифференциальных игр.

Построение модели будем проводить исходя из предположения о том, что для перехода к устойчивому развитию должны быть достигнуты определенные стартовые условия стабильности экономики, удовлетворительное состояние окружающей среды и приемлемый уровень благосостояния населения. Эти условия являются экзогенными по отношению к модели. Формально они означают существование такого начального состояния региона, из которого возможно достижение запланированного в конце долгосрочного периода гармоничного состояния триады «хозяйство – природа – население».

При определении показателей устойчивого развития региона (фазовых состояний системы) и других параметров модели за основу будем брать некоторые из индикаторов, предложенных Комиссией ООН по устойчивому развитию, а также ряд других показателей⁶. Каждый набор индикаторов поставлен в соответствие одному из разделов «Повестки дня на XXI век»⁷, принятой на Конференции ООН в Рио-де-Жанейро 12–14 июня 1992 г.

⁶ Показатели устойчивого развития: структура и методология. Тюмень: ИПСО СО РАН, 2000. 359 с.

⁷ Повестка дня на XXI век. URL: http://www.un.org/ru/documents/decl_conv/conventions/agenda21.shtml

Уравнения динамики для каждого из показателей будем получать путем построения авторегрессионных моделей или при помощи конечных разностей первого порядка, то есть с учетом предшествующих значений выбранных фазовых переменных, известных из статистических данных. Подобный подход к построению модели оптимального управления на основе статистических данных был рассмотрен в статье В.В. Мешечкина, Н.И. Богатыревой для задачи повышения уровня здоровья населения Кемеровской области [13].

Таким образом, в качестве способа исследования проблемы устойчивого развития региона будем рассматривать применение нелинейных моделей с управляющими параметрами, основанных на статистических данных, соответствующих дискретной задаче оптимального управления со многими критериями качества.

Введем систему обозначений, которую будем использовать в дальнейшем.

Под фазовым состоянием системы будем понимать вектор $x = (x_1, \dots, x_n)$, где (x_1, \dots, x_{k_1}) – совокупность данных, характеризующих социальный сектор, $(x_{k_1+1}, \dots, x_{k_2})$ – совокупность экологических данных, а $i = 1, \dots, n$ – совокупность данных экономического сектора.

Будем считать, что все секторы системы снабжены некоторыми рычагами управления, то есть $u = u_1, \dots, u_m$.

Идентифицировав на первом шаге регрессионного анализа переменные, от которых зависит показатель x_i , $i = 1, \dots, n$, с использованием пошаговой регрессии и метода наименьших квадратов построим зависимости вида:

$$x_i^t = f_i(x_i^{t-1}, u_1^t, \dots, u_m^t, y_i^t), i = 1, \dots, n, t = 1, 2, \dots, T, \quad (1)$$

учитывающие взаимосвязь между тремя секторами системы. Здесь y_i^t – вектор некоторых дополнительных параметров, определяемых путем прогнозирования с применением статистических данных региона, либо являющихся константами.

К n соотношениям (1), выступающим в качестве уравнений динамики, добавим известное состояние региона в начальный момент времени и планируемое конечное состояние региона:

$$x_i(0) = x_i^0, x_i(T) = x_i^T, i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

ограничения на параметры управления регионом и на возможные значения показателей устойчивого развития

$$u_j(0) \in U_j^0, x_i(t) \in X_i^t, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m, t = 1, 2, \dots, T, \quad (3)$$

и критерии, описывающие качество достижения цели управления регионом в каждом из рассматриваемых секторов. Их должно быть, по крайней мере три:

$$\begin{cases} F^1(x_1^0, \dots, x_0^n, u_1(\bullet), \dots, u_m(\bullet)) \rightarrow \max(\min), \\ F^2(x_1^0, \dots, x_0^n, u_1(\bullet), \dots, u_m(\bullet)) \rightarrow \max(\min), \\ F^3(x_1^0, \dots, x_0^n, u_1(\bullet), \dots, u_m(\bullet)) \rightarrow \max(\min), \end{cases} \quad (4)$$

где $u_j(\bullet) = [u_j^1, u_j^2, \dots, u_j^{T-1}]$, $j = 1, \dots, m$.

Способ определения конечных состояний региона $x_i(T) = x_i^T$, $i = 1, \dots, n$, был описан автором в работе [14].

Выбранные нами для построения фазовых уравнений показатели (по соответствующим разделам доклада «Повестка дня на XXI век») приведены в *табл. 1*.

В качестве общих управляющих параметров для всех трех секторов системы будем рассматривать доли бюджета региона (субъекта Российской Федерации), направляемые ежегодно в национальную экономику u_1 , жилищно-коммунальное хозяйство u_2 , охрану окружающей среды u_3 , образование u_4 , культуру u_5 , здравоохранение u_6 и социальную политику u_7 .

На следующем шаге регрессионного анализа определим конкретные виды функций f_i , ориентируясь на статистические данные региона. Соответствующие временные ряды при этом подвергаются предварительному анализу на сопоставимость, представимость, однородность и устойчивость, из рядов исключаются аномальные наблюдения и заменяются расчетными уровнями. Проверка принадлежности имеющихся данных нормальному закону распределения осуществляется на основе критерия Шапиро – Уилка [15]. Для оценки степени взаимосвязи выбранных фазовых переменных и долей бюджета рассчитываются коэффициенты ранговой корреляции Спирмена [16]. Для оценки качества полученной модели используется средняя ошибка аппроксимации.

Подмодель социального сектора. Построение фазовых уравнений динамики региона начнем с социального сектора. Рассмотрим демографическую динамику. Обозначим численность населения в год t через $x_1(t)$. Уравнение изменения численности населения имеет вид:

$$x_1(t) = x_1(t-1) + b(t) + m(t) - d(t), \quad (5)$$

где $b(t)$, $m(t)$ и $d(t)$ – количество родившихся, миграционный прирост и количество умерших в году t . Перечисленные величины будем считать

известными, определяемыми путем прогнозирования с применением статистических данных.

В *табл. 1* были перечислены показатели устойчивого развития региона, которые классифицировались по разделам доклада «Повестка дня на XXI век». Рассмотрим раздел «Борьба с бедностью» и построим уравнение регрессии для процента населения с доходом ниже прожиточного минимума. Данную величину обозначим через $x_2(t)$. Рассчитанные коэффициенты ранговой корреляции Спирмена показали, что на данный фактор наибольшее влияние оказывают отчисления в национальную экономику, жилищно-коммунальное хозяйство и здравоохранение.

Эмпирическое уравнение связи строилось в виде следующей мультипликации:

$$x_2(t) = ag_1(x_2(t-1))g_2(u_1(t), u_2(t), u_6(t)). \quad (6)$$

Обозначим через I_t расходы бюджета в год t . Для идентификации аналитического вида функций g_1 и g_2 в (6) был применен метод Брандона, расчеты проводились на основе пакета анализа Microsoft Excel, в результате получена зависимость следующего вида:

$$x_2(t) = e^{a_{21}x_2(t-1)}(a_{22} + a_{23}v_1(t) + a_{24}v_2(t) + a_{25}v_6(t)), \quad (7)$$

где $v_j(t) = u_j(t)I(t)$, $j = 1, \dots, 7$, – расходы бюджета в j -ю сферу в год t . Значения вычисленных коэффициентов регрессии для этого и последующих уравнений на примере статистических данных Кемеровской области приведены в *табл. 2*.

Полученная зависимость демонстрирует, что скорость роста процента населения с доходом ниже прожиточного минимума прямо пропорциональна самой этой величине; увеличение бюджетных отчислений в национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство приводит к снижению данного параметра (в том числе за счет переселения граждан из жилищного фонда, признанного непригодным для проживания, и/или жилищного фонда с высоким уровнем износа и создания новых рабочих мест). Под критерием качества для сферы борьбы с бедностью рассматривалась введенная величина процента населения с доходом ниже прожиточного минимума, которая подлежит минимизации:

$$F_2(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_2(t) \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}, \quad (8)$$

где $v(\bullet) = \{v(0), v(1), \dots, v(T-1)\}$ ($v(t) = (v_1(t), \dots, v_7(t))$) – допустимое управление системы;

V – множество всех допустимых управлений.

Для статистических данных по доходам населения $x_3(t)$ рассматривалась линейная авторегрессионная модель, где в качестве факторных переменных принимались доли бюджетных отчислений в национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство:

$$x_3(t) = a_{31}x_3(t-1) + a_{32}v_1(t) + a_{33}v_2(t) + a_{34}. \quad (9)$$

Зависимость (9) демонстрирует рост доходов населения с увеличением бюджетных отчислений в национальную экономику и снижением отчислений в жилищно-коммунальное хозяйство.

В качестве второго функционала качества для данного раздела можно ввести показатель среднедушевого дохода населения:

$$F_3(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T \frac{x_3(t)}{x_1(t)} \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}. \quad (10)$$

Перейдем к рассмотрению раздела «Содействие образованию, подготовке кадров и информированности общества». Определив зависимость процента детей, обучающихся в общеобразовательных учреждениях $x_4(t)$, от бюджетных отчислений в сферы образования и социальной политики, получим:

$$x_4(t) = a_{41}(x_4(t-1))^{0.5} + a_{42}(v_4(t))^{0.5} + a_{43}(v_7(t))^{0.5} + a_{44}. \quad (11)$$

Соотношение (11) свидетельствует о том, что увеличение отчислений в социальную политику приведет к возрастанию доли обучающихся детей, тогда как для бюджетных отчислений в сферу образования наблюдается обратная зависимость, которую можно объяснить реализацией программ развития профессионального образования и переходом детей на обучение в учреждениях среднего профессионального образования на базе девяти классов.

Для повышения индекса образования в целях содействия устойчивому развитию общества необходимо ввести следующий функционал качества:

$$F_4(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_4(t) \rightarrow \max_{v(\bullet) \in V}. \quad (12)$$

Для раздела «Защита здоровья населения» выделим в качестве фазовой переменной количество больничных учреждений в регионе $x_5(t)$. В данном случае при построении уравнений регрессии рассматривались конечные разности первого порядка для $x_5(t)$, обозначим через $\Delta x_5(t) = x_5(t) - x_5(t-1)$, $t = 2, \dots, T$ и их зависимости от бюджетных отчислений в сферы здравоохранения и социальной политики. Соответствующее уравнение динамики имеет вид:

$$x_5(t) = x_5(t-1) + a_{51}\ln(v_6(t)) + a_{52}\ln(v_7(t)) + a_{53}. \quad (13)$$

Полученные знаки при коэффициентах свидетельствуют о повышении уровня здоровья населения при изменении отчислений в перечисленные сферы, включающих предупреждение некоторых заболеваний за счет физкультурно-оздоровительной работы, а также улучшения качества медицинского обслуживания населения, которое приводит к снижению частоты повторной обращаемости в больничные учреждения за медицинской помощью.

В разделе «Содействие устойчивому развитию поселений» обозначим через $x_6(t)$ количество семей, состоящих на учете в качестве нуждающихся в жилых помещениях, и, рассматривая конечные разности первого порядка для $x_6(t)$, построим уравнение динамики в зависимости от отчислений в национальную экономику, жилищно-коммунальное хозяйство и здравоохранение, которое будет иметь вид:

$$x_6(t) = x_6(t-1) + a_{61}\ln(v_1(t)) + a_{62}\ln(v_2(t)) + a_{63}v_6(t) + a_{64}. \quad (14)$$

Уравнение (14) демонстрирует снижение количества семей, нуждающихся в жилых помещениях, с ростом отчислений в национальную экономику (за счет мероприятий по застройке территорий) и в жилищно-коммунальное хозяйство (за счет модернизации жилищно-коммунального комплекса, капитального ремонта жилищного фонда, переселения граждан из жилищного фонда, признанного непригодным для проживания, а также подпрограммы обеспечения жильем молодых семей). При увеличении же отчислений в здравоохранение количество таких семей, напротив, увеличивается, что можно объяснить увеличением рождаемости.

Под критерием качества следует рассматривать суммарное количество семей, нуждающихся в жилых помещениях и состоящих на учете на всем планируемом интервале времени, которое подлежит минимизации:

$$F_5(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_6(t) \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}. \quad (15)$$

Подмодели экологического и экономического секторов. Перейдем к построению уравнений динамики экологического сектора. Рассмотрим переменные раздела «Водные ресурсы» и исследуем зависимости конечных разностей первого порядка для объема сброса сточных вод от бюджетных отчислений в сферы национальной экономики и охраны окружающей среды. Уравнение динамики в данном случае принимает следующий вид:

$$x_7(t) = x_7(t-1) + a_{71}\ln(v_1(t)) + a_{72}\ln(v_3(t)) + a_{73}. \quad (16)$$

Очевидно, что при увеличении бюджетных отчислений в охрану окружающей среды и национальную экономику происходит сокращение сброса сточных вод, что можно объяснить реализацией программ «Экология и природные ресурсы» в рамках подраздела «Водные ресурсы» расходов областного бюджета.

Под критерием качества можно рассматривать и суммарный сброс сточных вод, подлежащий минимизации на всем плановом отрезке времени:

$$F_6(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_7(t) \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}. \quad (17)$$

В разделе «Земельные ресурсы» обозначим через $x_8(t)$ площадь посевных земель в год t и рассмотрим зависимости $\Delta x_8(t)$ от бюджетных отчислений в сферы национальной экономики и образования. Уравнение динамики будет иметь вид:

$$x_8(t) = x_8(t-1) + a_{81} \ln(v_1(t)) + a_{82} \ln(v_4(t)) + a_{83}. \quad (18)$$

Полученная зависимость объясняет увеличение посевных площадей с возрастанием отчислений в национальную экономику (подраздел «Сельское хозяйство и рыболовство») и обратную зависимость с отчислениями в сферу образования, что может свидетельствовать о нежелании ехать в сельскую местность населения с высшим образованием.

Рассмотрим далее раздел «Другие виды ресурсов», где введем переменную $x_9(t)$, обозначающую лесовосстановление в год t , и построим зависимости конечных разностей первого порядка от отчислений в сферы национальной экономики и жилищно-коммунального хозяйства. Уравнение динамики будет иметь вид:

$$x_9(t) = x_9(t-1) + a_{91} (v_1(t))^{a_{92}} (v_2(t))^{a_{93}}. \quad (19)$$

Соотношение (19) демонстрирует, что уменьшение бюджетных отчислений в национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство будет оказывать положительное влияние на лесовосстановление (подраздел «Лесное хозяйство»).

В разделе «Атмосфера» обозначим через $x_{10}(t)$ объем выбросов в год t в атмосферу загрязняющих веществ, отходящих от стационарных источников, и построим уравнение динамики в зависимости от параметров, отвечающих за бюджетные отчисления в сферы национальной экономики, жилищно-коммунального хозяйства и охраны окружающей среды:

$$x_{10}(t) = x_{10}(t-1) + a_{10,1} \ln(v_1(t)) + a_{10,2} v_2(t) + a_{10,3} v_3(t) + a_{10,4}. \quad (20)$$

Уравнение (20) показывает, что выбросы уменьшаются с ростом отчислений в национальную экономику (в частности, за счет реализации региональной целевой программы «Экология и природные ресурсы Кемеровской области»), жилищно-коммунальное хозяйство (программа технического развития отраслей жилищно-коммунального хозяйства) и в охрану окружающей среды.

Так же, как и для сброса сточных вод, под критерием качества здесь будем рассматривать суммарные выбросы:

$$F_7(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_{10}(t) \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}. \quad (21)$$

Рассмотрим фазовые переменные сектора экономики. В разделе «Экономическое развитие» через $x_{11}(t)$ обозначим величину валового регионального продукта в год t и построим уравнение взаимосвязи $\Delta x_{11}(t)$ с отчислениями в сферы национальной экономики и здравоохранения. Таким образом, получим уравнение:

$$x_{11}(t) = x_{11}(t-1) + (a_{11,1} + a_{11,2} v_1(t)) (a_{11,3} + a_{11,4} v_6(t) + a_{11,5} (v_6(t))^2). \quad (22)$$

Данная зависимость демонстрирует увеличение объема валового регионального продукта с ростом отчислений в национальную экономику и его уменьшение при отчислениях в здравоохранение менее 5 млрд руб. (за счет мероприятий по энергосбережению в совокупности с неудовлетворительным уровнем здоровья населения).

Под критерием качества будем рассматривать объем валового регионального продукта на душу населения:

$$F_8(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T \frac{x_{11}(t)}{x_1(t)} \rightarrow \max_{v(\bullet) \in V}. \quad (23)$$

В этом же разделе рассмотрим переменную, отвечающую за валовое накопление основного капитала $x_{12}(t)$, и построим уравнение зависимости $\Delta x_{12}(t)$ от отчислений в национальную экономику. Получим следующее уравнение динамики:

$$x_{12}(t) = x_{12}(t-1) + a_{12,1} e^{a_{12,2} v_1(t)}. \quad (24)$$

Приведенное уравнение свидетельствует об экспоненциальном росте валового накопления основного капитала с ростом бюджетных отчислений в национальную экономику. Данную величину также будем максимизировать:

$$F_9(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_{12}(t) \rightarrow \max_{v(\bullet) \in V}. \quad (25)$$

Рассмотрим раздел «Изменение характера потребления». Обозначим через $x_{13}(t)$ производство тепловой энергии в регионе в год t и определим взаимосвязь параметра $\Delta x_{13}(t)$ с бюджетными отчислениями в национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство. Уравнение динамики будет иметь вид:

$$x_{13}(t) = x_{13}(t-1) + a_{13,1} \ln(v_1(t)) + a_{13,2} v_2(t) + a_{13,3}. \quad (26)$$

Приведенная зависимость демонстрирует сокращение производства тепловой энергии при увеличении отчислений в национальную экономику и жилищно-коммунальное хозяйство (за счет реализации региональной целевой программы «Обеспечение энергетической эффективности и энергосбережения на территории Кемеровской области»).

В этом же разделе обозначим через $x_{14}(t)$ объем добычи полезных ископаемых в год t и определим его зависимость от бюджетных отчислений в сферы национальной экономики и жилищно-коммунального хозяйства. Получим:

$$x_{14}(t) = a_{14,1} x_{14}(t-1) (v_1(t))^{a_{14,2}} (v_2(t))^{a_{14,3}}. \quad (27)$$

Зависимость (27) свидетельствует о сокращении добычи полезных ископаемых с увеличением отчислений в национальную экономику (за счет реализации региональной целевой программы «Экология и природные ресурсы Кемеровской области») и росте данного показателя с увеличением отчислений в жилищно-коммунальное хозяйство (за счет коммунальной энергетики).

Наконец, рассмотрим раздел «Финансовые ресурсы и механизмы», где введем переменную $x_{15}(t)$, отвечающую за количество убыточных предприятий и организаций в год t . Среди управляющих параметров здесь выделим бюджетные отчисления в национальную экономику. Уравнение динамики будет иметь вид:

$$x_{15}(t) = x_{15,1} \ln(x_{15}(t-1)) + a_{15,2} v_1(t) + a_{15,3}. \quad (28)$$

Полученное уравнение демонстрирует линейный рост убыточных организаций с уменьшением бюджетных отчислений в национальную экономику.

Данную величину следует минимизировать:

$$F_{10}(x^0, v(\bullet)) = \sum_{t=1}^T x_{15}(t) \rightarrow \min_{v(\bullet) \in V}. \quad (29)$$

К ограничениям модели можно отнести следующие очевидные условия:

$$\sum_{j=1}^7 v_j(t) \leq I(t), \quad v_j(t) \geq 0, \quad j = 1, \dots, T, \quad (30)$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, \dots, 15, \quad t = 1, \dots, T, \quad x_i(t) \leq 100, \\ i = 2, 4, \quad t = 1, \dots, T. \quad (31)$$

Кроме того, для переменных, отвечающих за количество больничных учреждений, площадь посевных земель, лесовосстановление, производство тепловой энергии и добычу полезных ископаемых введем дополнительные фазовые ограничения:

$$\frac{x_i(t)}{x_1(t)} \geq \mu_i, \quad i = 5, 8, \quad \frac{x_{13}(t)}{x_1(t)} \leq \mu_{13}, \quad x_9(t) \geq \mu_9, \\ x_{14}(t) \leq \mu_{14}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (32)$$

где μ определяется экспертным путем. То есть количество больничных учреждений и площади посевных земель на душу населения не должны быть меньше заранее заданной величины. С другой стороны, потребление электроэнергии на душу населения не должно превышать некоторое значение. Лесовосстановление не может быть меньше известной величины μ_9 , а добыча полезных ископаемых не должна превосходить некоторую норму μ_{14} .

Заметим, что сравнительный анализ конкурирующих версий, полученных при помощи метода Брандона и метода наименьших квадратов зависимостей и их статистической значимости, проводился на основе F -статистики Фишера (для этого анализировались регрессионные остатки). Статистическая значимость коэффициентов регрессии оценивалась с использованием t -статистики Стьюдента. Для тестирования автокорреляции остатков применялись критерий Дарбина – Уотсона и h -критерий Дарбина. Затем анализировались относительные погрешности прогноза и устойчивость полученных результатов по отношению к вариации состава выборочных данных.

Заметим, что при изучении различных сфер (экономической, экологической, социальной) исследователи часто попадают в «ловушку разрешимости» (trap of tractability⁸), выбирая вид монотонной зависимости: часто применяются линейные регрессионные модели, что обусловлено простотой и удобством их использования. О данном факте упоминается, например, в работах N. Gilbert, K.G. Troitzsch [17]. Однако такие модели недостаточно адекватно отражают свойства исследуемого объекта, а полученные по ним решения не соответствуют наблюдаемой динамике. В исследовании были построены модели более сложной структуры, содержащие нелинейные взаимосвязи между переменными,

⁸ Simulating societies: Computer simulation of social phenomena / edited by J. Doran, N. Gilbert. London, Taylor & Francis Ltd, 1994, p. 13.

продиктованные конфигурацией использованной статистической совокупности.

Модель (5) – (32) строилась по данным конкретной территории, однако методика построения остается пригодной для любого региона, изменятся лишь значения коэффициентов и, возможно, вид некоторых зависимостей в соответствии со спецификой функционирования секторов. Модель (5) – (32) является дискретной задачей оптимального управления со многими критериями качества.

Таким образом, формализация принципа сбалансированности требует введения специальных обозначений. Пусть экспертным путем определены гармоничные (исключающие диспропорции) целевые состояния социального, экологического и экономического секторов в следующем виде: $x_S^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_6^*)$, $x_N^* = (x_7^*, x_8^*, x_9^*, x_{10}^*)$, $x_E^* = (x_{11}^*, x_{12}^*, \dots, x_{15}^*)$. Допустим, что таким же образом определены величины δ_k , $k = 0, E, N, S$, обозначающие «приемлемую разницу» в развитии, когда отсутствуют диспропорции между тремя рассматриваемыми секторами и внутри каждого из них. «Расстояние» между текущим и целевым состояниями для каждого сектора определим следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} \rho_s(x^*, x(t)) &= \sum_{j=1}^6 \xi_j \left(\frac{x_j^* - x_j(t)}{x_j^*} \right)^2, \quad \rho_n(x^*, x(t)) = \\ &= \sum_{j=7}^{10} \xi_j \left(\frac{x_j^* - x_j(t)}{x_j^*} \right)^2, \\ \rho_e(x^*, x(t)) &= \sum_{j=11}^{15} \xi_j \left(\frac{x_j^* - x_j(t)}{x_j^*} \right)^2, \quad \rho_0(x^*, x(t)) = \rho_e(x^*, x(t)) + \\ &+ \rho_n(x^*, x(t)) + \rho_s(x^*, x(t)), \quad \sum_{j=1}^{15} \xi_j = 1, \xi_j \geq 0, j = 1, \dots, 15, \end{aligned} \right. \quad (33)$$

где выражения в скобках показывают относительную разницу в развитии между целевым и текущим состояниями, а множители ξ_i имеют смысл относительной «важности» i -й компоненты системы, $i = 1, \dots, 15$. Оценка сбалансированности траектории производится на основе оценок степени диспропорциональности между параметрами внутри каждого сектора путем суммирования соответствующих величин «расстояний» для каждого из текущих состояний.

Определение 1. Оптимальную (в смысле некоторого принципа оптимальности W) траекторию $x(\cdot)$ системы (5) – (32) будем называть сбалансированной на интервале времени $[0, T]$, если выполнены следующие условия:

$$5) \quad x_E(T) = x_E^*, x_N(T) = x_N^*, x_S(T) = x_S^*;$$

$$6) \quad \rho(x^*, x(t)) \leq \delta_k, \quad t = 0, 1, \dots, T, \quad k = 0, E, N, S.$$

Обозначим задачу (5) – (32) символом $\psi(x^0, T)$ и введем в рассмотрение $X(x^0, T)$ – множество оптимальных (в смысле принципа оптимальности (п.о.) W) траекторий в задаче (5) – (32). Предположим, что $X(x^0, T) \neq \emptyset$. Тогда множество

$$W(x^0, T) = \{F(x(\cdot)) = (F^1(x(\cdot)), \dots, F^n(x(\cdot))) | x(\cdot) \in X(x^0, T)\}$$

будем называть оптимальным значением задачи (5) – (32).

Пусть $x(\cdot) \in X(x^0, T)$. Вдоль этой траектории определим совокупность задач, подобных задаче $\psi(x^0, T)$: $\{\psi(x(t), T-t), t = 0, \dots, T\}$. Текущая задача $\psi(x(t), T-t)$ отличается от исходной начальным состоянием и продолжительностью. Оптимальное значение текущей задачи $\psi(x(t), T-t)$ обозначим через $W(x(t), T-t)$.

Определение 2. Оптимальную (в смысле некоторого принципа оптимальности W) траекторию $x(\cdot)$ задачи $\psi(x^0, T)$ будем называть состоятельной во времени на $[0, T]$, если выполнены условия:

$$1) \quad X(x(t), T-t) \neq \emptyset \text{ для всех } t = 0, \dots, T;$$

$$2) \quad (x(\cdot) | [t, T]) \in X(x(t), T-t),$$

где $(x(\cdot) | [t, T])$ – сужение траектории $x(\cdot)$ на $[t, T]$.

Определение 3. Под траекторией устойчивого развития в модели $\psi(x^0, T)$ будем понимать такую оптимальную траекторию $\bar{x}(\cdot) = [\bar{x}_1(t), \dots, \bar{x}_n(t), t = 0, \dots, T]$, вдоль которой выполнены условия сбалансированности и состоятельности во времени.

Таким образом, задача устойчивого развития региона будет формулироваться следующим образом: необходимо определить такую траекторию развития региона $\bar{x}(\cdot) = [\bar{x}_1(t), \dots, \bar{x}_{15}(t), t = 0, \dots, T]$ системы $\psi(x^0, T)$, которая удовлетворяет условиям:

$$1) \quad \bar{x}_i(0) = x_i^0, \quad \bar{x}_i(T) = x_i^T, \quad i = 1, \dots, 15;$$

$$2) \quad \text{показатели } F_l(x^0, v(\cdot)), \quad l = 1, \dots, 10 \text{ вдоль траектории } \bar{x}(\cdot) \text{ достигают оптимальных (в некотором смысле) значений;}$$

$$3) \quad \text{выполнены требования сбалансированности и состоятельности во времени траектории.}$$

Таблица 1

Показатели развития региона по разделам доклада «Повестка дня на XXI век»

Table 1

Development indicators of the region under Agenda 21

Раздел доклада	Фазовые переменные (показатели развития соответствующего сектора)
Социальный сектор	
Борьба с бедностью	Численность населения с доходом ниже прожиточного минимума (доходы населения)
Демографическая динамика	Численность населения, количество умерших и родившихся за год (миграционный прирост)
Содействие образованию, подготовке кадров и информированности общества	Удельный вес детей, обучающихся в общеобразовательных учреждениях
Защита здоровья населения	Количество больничных учреждений
Содействие устойчивому развитию поселений	Количество семей, состоящих на учете в качестве нуждающихся в жилых помещениях
Экологический сектор	
Водные ресурсы	Объем сброса загрязненных сточных вод
Земельные ресурсы	Посевные площади сельскохозяйственных культур по хозяйствам всех категорий
Другие виды ресурсов	Лесовосстановление
Атмосфера	Выбросы в атмосферу загрязняющих веществ, отходящих от стационарных источников
Экономический сектор	
Экономическое развитие	Валовой региональный продукт (валовое накопление основных фондов)
Изменение характера потребления	Производство тепловой энергии (добыча полезных ископаемых)
Финансовые ресурсы и механизмы	Количество убыточных предприятий и организаций

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 2

Значения параметров модели (5) – (32) для Кемеровской области, определенные на основе регрессионного анализа

Table 2

Parameter values of Model (5) – (32) for the Kemerovo oblast determined through regression analysis

Параметр	Числовое значение	Параметр	Числовое значение	Параметр	Числовое значение
a_{21}	0,04998631	a_{81}	12,854212	$a_{15,1}$	261,47837
a_{22}	6,4626561	a_{82}	-27,438694	$a_{15,2}$	-3,471·10 ⁻⁸
a_{23}	-3,6847·10 ⁻¹⁰	a_{83}	321,72958	$a_{15,3}$	-844,06495
a_{24}	-2,5859·10 ⁻¹⁰	a_{91}	-0,05087807	$a_{16,1}$	750,04411
a_{25}	5,5211·10 ⁻¹⁰	a_{92}	0,22823093	$a_{16,2}$	1,0167538
a_{31}	0,53753291	a_{93}	0,23845533	$a_{16,3}$	-3,701·10 ⁻¹¹
a_{32}	1,6238608	$a_{10,1}$	-40,808152	$a_{16,4}$	1,9650·10 ⁻²¹
a_{33}	-0,28277844	$a_{10,2}$	-1,3420·10 ⁻⁸	$a_{16,5}$	-8,529·10 ⁻¹²
a_{34}	3 539 244 984,3	$a_{10,3}$	-1,1655·10 ⁻⁷	$a_{16,6}$	2,7760·10 ⁻¹¹
a_{41}	16,378699	$a_{10,4}$	993,68591	$a_{16,7}$	-1,355·10 ⁻¹¹
a_{42}	-0,00005366	$a_{11,1}$	943912959,2	$a_{16,8}$	1,0522801
a_{43}	0,00008170	$a_{11,2}$	9,0966526	$a_{17,1}$	0,95311240
a_{44}	-65,809455	$a_{11,3}$	3,5347188	$a_{17,2}$	649,15792
a_{51}	4,3948947	$a_{11,4}$	-1,0705·10 ⁻⁹	$a_{17,3}$	0,52485521
a_{52}	-2,1033778	$a_{11,5}$	1,0388·10 ⁻¹⁹	$a_{17,4}$	2,5867·10 ⁻¹⁰
a_{53}	-53,116694	$a_{12,1}$	2204087901	$a_{17,5}$	-1,2971553
a_{61}	-38 776,328	$a_{12,2}$	2,6428·10 ⁻¹⁰	$a_{17,6}$	17,393035
a_{62}	-14 089,745	$a_{13,1}$	-1093,0349	$a_{18,1}$	39 271,541
a_{63}	0,00001290	$a_{13,2}$	-6,0662·10 ⁻⁷	$a_{18,2}$	4 017,2022
a_{64}	1 097 566,03	$a_{13,3}$	25881,738	$a_{18,3}$	-3 583,8429
a_{71}	-1,3977622	$a_{14,1}$	1,1019657	$a_{18,4}$	-2 313,0671
a_{72}	-0,87852404	$a_{14,2}$	-0,02049052	—	—
a_{73}	48,012628	$a_{14,3}$	0,019447453	—	—

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Алфёрова Т.В., Третьякова Е.А. Концептуальное моделирование определения категории «устойчивое развитие» // Журнал экономической теории. 2012. № 4. С. 46–52.
2. Афоничкина Е.А. Моделирование стратегии устойчивого развития экономических систем. Самара: Самарский научный центр РАН, 2016. 230 с.
3. Мкртчян Г.М. Моделирование условий траектории «устойчивого развития» с учетом платежей за землю // Мир экономики и управления. 2015. Т. 15. № 2. С. 69–75. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-usloviy-traektorii-ustoychivogo-razvitiya-s-uchetom-platezhey-za-zemlyu>
4. Самков Т.Л. Моделирование устойчивого развития системы отраслей и регионов // Вестник СибГУТИ. 2015. № 4. С. 47–54. URL: http://vestnik.sibsutis.ru/uploads/1452673987_5080.pdf
5. Старкова М.М., Лютер Е.В., Гусарова Ю.В. Моделирование устойчивого развития промышленных отраслей // Вестник современной науки. 2016. № 10-1. С. 47–51.
6. Хасанова В.Н., Каримов М.Г., Васильева Р.В. Современные подходы к моделированию индикаторов устойчивого развития // Вестник научных конференций. 2015. № 3-3. С. 137–140. URL: <http://ucom.ru/doc/cn.2015.03.03.pdf>
7. Hersh M. Mathematical Modelling for Sustainable Development. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, 557 p. doi: 10.1007/3-540-31224-2
8. Айвазян С.А., Бродский Б.Е. Макроэконометрическое моделирование: подходы, проблемы, пример эконометрической модели российской экономики // Прикладная эконометрика. 2006. № 2. С. 85–111. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/makroekonometricheskoe-modelirovanie-podhody-problemy-primer-ekonometricheskoy-modeli-rossiyskoy-ekonomiki>
9. Бобылев С.Н. Индикаторы устойчивого развития: региональное измерение. Пособие по региональной экологической политике. М.: Акрополь, 2007. 60 с.
10. Тарасова Н.П., Кручина Е.Б. Индексы и индикаторы устойчивого развития // Устойчивое развитие: ресурсы России: монография. М.: РХТУ им. Д.И. Менделеева. 2004. С. 43–79.
11. Данилов Н.Н. Устойчивое развитие: методология математических исследований // Вестник КемГУ. Математика. 2000. № 4. С. 5–15.
12. Петросян Л.А., Данилов Н.Н. Кооперативные дифференциальные игры и их приложения. Томск: Томский университет, 1985. 276 с.
13. Мешечкин В.В., Богатырева Н.И. Математическое моделирование задачи повышения уровня здоровья населения Кемеровской области с применением интегрального показателя // Вестник Кемеровского государственного университета. 2011. № 3. С. 76–85. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskoe-modelirovanie-zadachi-povysheniya-urovnya-zdorovya-naseleniya-kemerovskoy-oblasti-s-primeneniem-integralnogo>
14. Чернова Е.С. Методика определения конечного состояния региона как целевой точки устойчивого развития с помощью теоретико-игрового подхода // Baikal Research Journal. 2010. № 6. С. 20. URL: http://strategy.isea.ru/files/s1/113_Chernova.pdf
15. Shapiro S.S., Wilk M.B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 1965, vol. 52, no. 3/4, pp. 591–611. doi: 10.2307/2333709
16. Spearman C. The Proof and Measurement of Association between Two Things. *The American Journal of Psychology*, 1904, vol. 15, no. 1, pp. 72–101. doi: 10.2307/1412159
17. Gilbert N., Troitzsch K.G. Simulation for the Social Scientist. Second Edition. Maidenhead, Open University Press, 2005, 312 p.

Информация о конфликте интересов

Я, автор данной статьи, со всей ответственностью заявляю о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

MATHEMATICAL MODELING OF THE SUSTAINABLE SOCIO-ENVIRONMENTAL AND ECONOMIC DEVELOPMENT OF A REGION USING STATISTICAL DATA: THE KEMEROVO OBLAST CASE STUDY**Ekaterina S. CHERNOVA**Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation
elvangie@mail.ru**Article history:**

Received 12 May 2017

Received in revised form

29 May 2017

Accepted 15 June 2017

Available online 15 August 2017

JEL classification: C32, C41,
Q56**Keywords:** sustainable
development, mathematical
model, optimal control, social,
economic and ecological system**Abstract****Importance** This article examines the possibility of using best management and data analysis theories to build a mathematical model for the sustainable development of a region, regarding the Kemerovo oblast as a case study.**Objectives** Using statistics, the article aims to develop a mathematical model of sustainable socio-environmental and economic development of a region in the form of a discrete problem of optimum control, and perform a comprehensive analysis of it.**Methods** For the study, I used the methods of optimal control theory, systems analysis, mathematical statistics, regression analysis, and the optimization.**Results** The paper presents a mathematical model of sustainable development of a region in the form of a discrete task of optimal management with many quality criteria, adapted for the study of the socio-ecological and economic dynamics of the Russian Federation subject.**Conclusions** Mathematical models with statistics data control parameters are an appropriate tool to study sustainable development at the regional level, taking into account the current trends of social, economic and environmental indicators. Using the statistics of an individual region as a model's basis takes into account the region's specificity, the conditions and constraints that must be met in order to implement a scenario of sustainable development, and makes it possible and reasonable to apply this approach as a reliable apparatus in making long-term management decisions.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2017

Please cite this article as: Chernova E.S. Mathematical modeling of the sustainable socio-environmental and economic development of a region using statistical data: The Kemerovo oblast case study. *Regional Economics: Theory and Practice*, 2017, vol. 15, iss. 8, pp. 1552–1564.
<https://doi.org/10.24891/re.15.8.1552>**Acknowledgments**The study has been performed within the framework of State job *Organization of Scientific Research*, project No. 2014/64.**References**

1. Alferova T.V., Tret'yakova E.A. [Conceptual modeling defining the category of sustainable development]. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii = Russian Journal of Economic Theory*, 2012, no. 4, pp. 46–52. (In Russ.)
2. Afonichkina E.A. *Modelirovanie strategii ustoychivogo razvitiya ekonomicheskikh sistem* [Modeling the sustainable development strategy of economic systems]. Samara, Samara Science Center of RAS Publ., 2016, 230 p.
3. Mkrtchyan G.M. [Modelling of conditions of the trajectory of sustainable development taking into account payments for land]. *Mir ekonomiki i upravleniya = The World of Economics and Management*, 2015, vol. 15, no. 2, pp. 69–75. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/modelirovanie-usloviy-traektorii-ustoychivogo-razvitiya-s-uchetom-platezhey-za-zemlyu> (In Russ.)
4. Samkov T.L. [Sustainable development modeling of industry systems and regions]. *Vestnik SibGUTI*, 2015, no. 4, pp. 47–54. URL: http://vestnik.sibsutis.ru/uploads/1452673987_5080.pdf (In Russ.)
5. Starkova M.M., Lyuter E.V., Gusarova Yu.V. [Modeling of sustainable development of industrial sectors]. *Vestnik sovremennoi nauki = Bulletin of Modern Science*, 2016, no. 10-1, pp. 47–51. (In Russ.)
6. Khasanova V.N., Karimov M.G., Vasil'eva R.V. [Modern approaches to the modeling of indicators of sustainable development]. *Vestnik nauchnykh konferentsii = Bulletin of Scientific Conferences*, 2015, no. 3-3, pp. 137–140. URL: <http://ucom.ru/doc/cn.2015.03.03.pdf> (In Russ.)

7. Hersh M. *Mathematical Modelling for Sustainable Development*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2005, 557 p. doi: 10.1007/3-540-31224-2
8. Aivazyan S.A., Brodskii B.E. [Macroecometric modeling: modern trends, problems, an example of the econometric model of the Russian economy]. *Prikladnaya ekonometrika = Applied Econometrics*, 2006, no. 2, pp. 85–111. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/makroekonometricheskoe-modelirovanie-podhody-problemy-primer-ekonometricheskoy-modeli-rossiyskoy-ekonomiki> (In Russ.)
9. Bobylev S.N. *Indikatory ustoichivogo razvitiya: regional'noe izmerenie. Posobie po regional'noi ekologicheskoi politike* [Indicators of sustainable development: a regional dimension. Regional Environmental Policy Manual]. Moscow, Akropol' Publ., 2007, 60 p.
10. Tarasova N.P., Kruchina E.B. *Indeksy i indikatory ustoichivogo razvitiya. Ustoichivoe razvitie: resursy Rossii: monografiya* [Indices and indicators of sustainable development. Sustainable development: The Resources of Russia: a monograph]. Moscow, Dmitry Mendeleev University Publ., 2004, pp. 43–79.
11. Danilov N.N. [Sustainable development: A methodology for mathematical research]. *Vestnik KemGU. Matematika = Bulletin of Kemerovo State University. Mathematics*, 2000, no. 4, pp. 5–15. (In Russ.)
12. Petrosyan L.A., Danilov N.N. *Kooperativnye differentsial'nye igry i ikh prilozheniya* [Cooperative differential games and their applications]. Tomsk, Tomsk University Publ., 1985, 276 p.
13. Meshechkin V.V., Bogatyreva N.I. [Mathematical modeling of the problem concerning increasing of population health level in Kemerovo region using integral indicator]. *Vestnik KemGU = Bulletin of Kemerovo State University*, 2011, no. 3, pp. 76–85. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskoe-modelirovanie-zadachi-povysheniya-urovnya-zdorovya-naseleniya-kemerovskoy-oblasti-s-primeneniem-integralnogo> (In Russ.)
14. Chernova E.S. [Determination principles of region finite state as a target point of sustainable development using game-theoretical approach]. *Baikal Research Journal*, 2010, no. 6, p. 20. URL: http://strategy.isea.ru/files/s1/113_Chernova.pdf (In Russ.)
15. Shapiro S.S., Wilk M.B. An Analysis of Variance Test for Normality (Complete Samples). *Biometrika*, 1965, vol. 52, no. 3/4, pp. 591–611. doi: 10.2307/2333709
16. Spearman C. The Proof and Measurement of Association between Two Things. *The American Journal of Psychology*, 1904, vol. 15, no. 1, pp. 72–101. doi: 10.2307/1412159
17. Gilbert N., Troitzsch K.G. *Simulation for the Social Scientist*. Second Edition. Maidenhead, Open University Press, 2005, 312 p.

Conflict-of-interest notification

I, the author of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.