

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТОИМОСТИ ИННОВАЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ
НА ОСНОВЕ БАРЬЕРНОГО ОПЦИОНА**DOI: <https://doi.org/10.24891/snkqpn>EDN: <https://elibrary.ru/snkqpn>**Александр Святославович МАЛЬЦЕВ**

ответственный автор, главный специалист АО «Государственный специализированный проектный институт» (Росатом), Москва, Российская Федерация

e-mail: alexsander.maltsev@mail.ru

ORCID: отсутствует

SPIN: отсутствует

Татьяна Викторовна ТАЗИХИНА

кандидат экономических наук, профессор кафедры корпоративных финансов и корпоративного управления, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация

e-mail: tazihina@yandex.ru

ORCID: отсутствует

SPIN: отсутствует

История статьи:

Per. № 188/2026

Получена 02.03.2026

Одобрена 11.03.2026

Доступна онлайн

30.09.2026

Специальность: 5.2.1,
5.2.2**УДК** 330.42**JEL:** C65, D60, E22,
G17, K34**Ключевые слова:**барьерный опцион,
эквивалентный
портфель,
примитивные ценные
бумаги Эрроу – Дебре,
биномиальная модель,
текущая стоимость**Аннотация****Предмет.** Стоимость барьерного опциона.**Цели.** Разработка инструментария моделирования стоимости инновационных проектов на основе барьерных опционов пут с верхней динамической границей в условиях нестационарных цен на продукцию.**Методология.** Использованы теории построения эквивалентного портфеля, арбитража, теоремы доминирования и аддитивности стоимости.**Результаты.** Приведено доказательство равенства стоимости рыночного портфеля его рыночной цене при условии отсутствия на полном рынке капитала арбитража и транзакционных издержек. Внесен вклад в опционный подход моделирования стоимости инновационного проекта с учетом динамики его финансовых показателей. В модифицированной биномиальной модели цена базового актива равняется математическому ожиданию суммы денежного потока и скорректированной ликвидационной стоимости на издержки банкротства проекта.**Выводы.** В условиях неопределенности рыночной конъюнктуры действенным механизмом снижения риска отрицательного значения чистой приведенной стоимости инновационного проекта является встраивание в контракт барьерного опциона пут с динамической верхней границей. Опцион пут на выбор оптимального времени на выход из проекта на основе биномиальной модели позволяет в каждом узле дерева решений определить момент выхода из проекта в случае достижения ценой базового актива значения ликвидационной стоимости проекта при условии его банкротного состояния.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2026

Для цитирования: Мальцев А.С., Тазикина Т.В. Моделирование стоимости инновационных проектов на основе барьерного опциона // Финансы и кредит. – 2026. – № 9. – С. 201 – 225.

DOI: 10.24891/snkqpn EDN: SNKQPN

Введение

Как правило, цены на продукцию, производимую в рамках инновационного проекта, обладают высокой волатильностью. В первую очередь это относится к предприятиям добывающих отраслей, к IT-компаниям, фирмам, применяющим биотехнологии, и многим другим. Такого рода проекты характеризуются повышенным риском инвестирования.

Фундаментальный анализ, основанный на методе дисконтирования денежных потоков (Discounted Cash Flow, DCF), не учитывает эффективность ценности управления проектом, заключающейся в извлечении дополнительной прибыли. Иначе говоря, в методе DCF при моделировании прогнозных значений денежных потоков не учитываются реальные опционы, сопряженные с различными благоприятными сценариями, направленными на расширение, приостановку, смену вида деятельности при изменении конъюнктуры рынка, прекращение проекта или выход из бизнеса (например, выход одного из акционеров из совместного наукоемкого проекта при достижении фактической рентабельности нижней критической отметки).

Классический метод дисконтирования денежных потоков (DCF) не предусматривает возможности принятия гибких управленческих решений, тогда как в основе стоимости реальных опционов лежит гибкость (неопределенность), связанная с волатильностью цен выпускаемой продукции, которая является основной детерминантой стоимости временной премии опциона.

Дело в том, что в рамках традиционной теории DCF ценность гибкости управленческих решений заключается в присвоении субъективной вероятности для различных сценариев проекта, что отражает потенциал реализации последующих инвестиций. Однако построение дерева решений для различных сценариев на основе метода DCF не является эквивалентным биномиальному процессу, который положен в основу теории стоимости опционов по следующим причинам.

- Для опционов не существует постоянной ставки дисконтирования, в качестве значения которой применяется стоимость капитала проекта (стоимость альтернативных издержек), поскольку риск опциона постоянно меняется с изменением таких детерминант, как период владения опциона, цены¹ базового актива опциона.
- Дерево решений может содержать осмысленные гибкие управленческие решения в рамках сценарного анализа, если оно содержит опционы.

Опционная модель оценки стоимости проекта в отличие от полноценной экономико-математической модели бизнес-плана проекта не учитывает сдвиг между производственным и финансовым циклами: сдвиг между денежными потоками и затратами в течение незавершенного производства, период и объем авансовых платежей и поступлений, а также потребность во внешнем финансировании. Однако встраивание опционов в контракты с заказчиками и подрядчиками позволяет хеджировать риски получения отрицательного значения чистой приведенной стоимости (Net Present Value, NPV) за счет создания дополнительной стоимости проекта в виде цены временной премии опциона.

Использование опциона пут особенно актуально для тех инновационных проектов, в которых расчеты на основе классического метода DCF приводят к выводу об их неэффективности. В первую очередь это характерно для инновационных наукоемких проектов в области биотехнологий и IT-отрасли.

¹ Отмечается, что в условиях рыночного равновесия (при равенстве спроса и предложения) на свободном от арбитража и полном рынке капитала, а также отсутствия транзакционных издержек стоимость и цена ценных бумаг равны.

Для инновационных проектов именно на основе метода DCF актуально моделирование скорректированной приведенной стоимости (adjusted present value, APV) проекта на основе барьерного опциона (barrier option) пут на отказ от инвестирования в проект с динамической верхней границей (up-and-out option). Эта динамическая граница позволяет определить момент времени выхода из проекта в случае достижения цены базового актива значения ликвидационной стоимости проекта (верхней границы опциона) при условии банкротного состояния проекта (на основе значений коэффициентов финансовой устойчивости и рентабельности согласно значению коэффициента Альтмана).

Оценка стоимости барьерного опциона пут с верхней границей, на основе которого принимается решение об инвестировании в проект, можно рассчитать как разность стоимостей двух опционов: одного – на отказ от инвестиций, а другого – на выбор оптимального времени выхода из действующего проекта.

Расчет стоимости опциона первого типа целесообразно производить на основе формулы Блэка – Шоулза. Процедура оценки стоимости опциона второго типа на основе биномиальной модели предоставляет возможность в каждом узле дерева решений сравнивать значение математического ожидания цены базового актива и скорректированной остаточной стоимости проекта (цена исполнения опциона) и принять решение о продолжении или выходе из проекта. Применение биномиальной модели в отличие от формулы Блэка – Шоулза позволяет также в каждом узле дерева решений моделировать цену базового актива с учетом финансового состояния проекта на основе его финансовых показателей.

Целью настоящего исследования является разработка инструментария моделирования стоимости инновационных проектов на основе барьерных опционов пут с динамической верхней границей, зависящей от финансовых показателей проекта и величины собственного капитала проекта, в условиях нестационарных цен на производимую продукцию.

Задачи исследования включают:

- формализацию различных подходов оценки стоимости рыночного портфеля (через примитивные ценные бумаги Эрроу – Дебре и через эквивалентный портфель);
- доказательство, что в условиях отсутствия на полном рынке капитала арбитража стоимость рыночного портфеля равняется его рыночной цене;
- разработку биномиальной модели стоимости опциона на выбор оптимального времени прекращения действующего проекта, учитывающей прогнозные финансовые показатели проекта и величину собственного капитала проекта;
- разработку стоимости опциона на отказ от инвестиций в проект, учитывающей недополученные денежные потоки в течение инвестиционного периода проекта, а также случай превышения волатильности затрат над волатильностью цены продукции;
- оценку скорректированной текущей стоимости (APV) проекта с правом на отказ от инвестиций, а также с правом выхода из проекта в оптимальный момент времени с использованием динамической границы, равной ликвидационной стоимости проекта, и определяемой финансовыми показателями проекта.

Анализ литературы

Существуют следующие основные типы реальных опционов на активы компании/проекта:

- опцион на расширение (опцион на последующие инвестиции);
- опцион на отсрочку;

- опцион на выбор времени реализации капитальных вложений проекта;
- опцион на отказ от инвестиций в проект;
- опцион на прекращение проекта или выход из бизнеса.

Данная статья посвящена теме оценки эффективности инновационных проектов на основе опционного подхода на прекращение проекта или выхода из бизнеса, что в ряде случаев позволяет получить положительное значение NPV проекта.

В научных статьях А.В. Бухвалова [1], О.Ю. Гавеля, А.Ю. Усановой, Н.П. Фефеловой [2], Ю.В. Трифионовой, Е.В. Кошелевой [3], К.С. Просолуповой [4], Н.И. Труничкина, К.Г. Акупяна [5] и др. анализируется целесообразность применения реальных опционов в менеджменте, включая инструмент стратегического контроллинга в агробизнесе, а также встраивания реальных опционов в процесс принятия инвестиционных и стратегических решений. Это позволяет уменьшать риски и создавать дополнительную стоимость для этих проектов в виде цены временной премии опциона.

Однако в этих статьях не уделяется внимания вопросу оценки стоимости инновационных проектов в условиях нестационарных цен на производимую продукцию с динамической границей цены базового актива, когда выплаты и срок жизни опциона зависят от того, достигла ли цена базового актива определенного уровня, величина которой зависит от значений основных финансовых показателей проекта.

Стоит отметить нетривиальную работу Б.Н. Яценко [6], в которой в рамках решения вопроса формализации критериев эффективности проектов, включающих управленческую гибкость в процессе их реализации, приводится модифицированная формула Блэка – Шоулза на основе критерия Массе, что позволяет учитывать размер собственного капитала, от которого прямо пропорционально зависит риск инвестора, а следовательно, и ожидаемый эффект проекта. Однако в данной работе не приводится численного решения модифицированной формулы Блэка – Шоулза, представленной в виде сложного интеграла, что делает данную формулу непрактичной и недоступной к применению для широкой аудитории финансовых аналитиков.

Главным отличием при оценке стоимости опциона на основе классической формулы Блэка – Шоулза от биномиальной формулы является предпосылка, что динамика курса акций характеризуется не дискретным, а случайным непрерывным процессом.

В основе формулы Блэка – Шоулза для справедливой цены опциона $C(t, S_t)$, положена идея моделирования эквивалентного портфеля на основе комбинации долей базового актива и безрискового заимствования, который воспроизводит те же самые денежные потоки, что и опцион.

В случае вывода биномиальной формулы стоимости опциона может применяться как подход построения эквивалентного портфеля, так и моделирование цены опциона через цены примитивных ценных бумаг. Однако в случае вывода формулы Блэка – Шоулза рассматривается случай, когда динамика цены базисного актива характеризуется не дискретным, а случайным непрерывным Винеровским² процессом.

² Динамика курса акций описывается стохастической переменной с нулевым средним значением и дисперсией, пропорциональной продолжительности периода времени, что согласуется с представлением об эволюции цены акции как о случайном блуждании.

Справедливая стоимость опциона $C(t, S_t)$ удовлетворяет следующему линейному уравнению Блэка – Шоулза в частных производных, не содержащей стохастическую переменную:

$$\frac{\delta C}{\delta t} + S^2 \sigma^2 \frac{1}{2} \frac{\delta^2 C}{\delta S^2} + r_f S \frac{\delta C}{\delta S} - r_f C = 0, \quad (1)$$

где σ – среднее квадратичное отклонение изменения доходности акций (постоянная величина);

r_f – доходность от инвестирования в безрисковые ценные бумаги.

Уравнение (1) получено для широкого класса производных инструментов в предположении, что цена производного инструмента зависит от времени и цены базового актива (S) без каких-либо шоков. В некоторых случаях решение можно найти в явном виде, как, например, для случая оценки стоимости европейских опционов.

Во многих случаях для решения уравнения (1) применяются приближенные численные методы. Следует отметить, что согласно предложенному в работе Ж. Анкудиновой, М. Эрхарда [7] численному алгоритму, биномиальный метод оценки стоимости европейских и американских опционов по сути представляет численный метод нахождения приближенного решения уравнения Блэка – Шоулза (1). Иначе говоря, формула Блэка – Шоулза – это биномиальный метод в пределе.

Дифференциальное уравнение броуновского движения динамики изменения цены акций положено в основу вывода известной формулы цены опциона Блэка – Шоулза.

В работах С. Эдеки, О. Югбербер [8] и Н. Коусис и Х. Спирос [9] и др. рассматривается дифференциальное уравнение броуновского движения динамики изменения цены акций, в котором коэффициент дрейфа (тренда) случайного процесса корректируется на дивидендную доходность акций. Это позволяет избежать стационарного характера формулы Блэка – Шоулза, связанного с тем, что по базовому активу не выплачиваются дивиденды, то есть не производится корректировка стоимости базового актива на величину доходности альтернативных издержек (opportunity costs) финансирования проекта, равной дивидендной доходности.

Также отмечается, что классическая формула Блэка – Шоулза обладает существенными недостатками, вытекающими из не реалистичности основных допущений для этой модели, к которым можно отнести неликвидность (отсутствие возможности моментально совершать операции с ценными бумагами), отсутствие транзакционных издержек и т.д.

В работе Х. Леланда [10] отмечается, что в случае, когда продажа и покупка ценных бумаг осуществляется с транзакционными издержками, допущение о непрерывности времени (continuous time) совершения операций с ценными бумагами и об отсутствии арбитража на рынке уже не работает. Проблема заключается в том, что бесконечное количество колебаний в геометрическом броуновском движении, а также неограниченная возможность (perfect replication) заменять одни активы на комбинацию других порождает бесконечное число транзакционных издержек и невозможность эффективного хеджирования разных активов и формирования эквивалентного портфеля. Х. Леланд [10] предложил решить данную проблему на основе формирования эквивалентного портфеля, включающего транзакционные издержки, в течение небольшого интервала времени (discrete time setting). Идеи Х. Леланда были продолжены в работе К. Ванга [11], который разработал дифференциальное уравнение для дробного броуновского движения (fractional Brownian motion, FBM), описывающее изменение цен акций.

В работах Б. Нтеуманге, Е. Пиндза и Ф. Шокролахи [12, 13] на основе допущений, изложенных в работе Т. Ванга [11], получено модифицированное уравнение Блэка – Шоулза в частных производных с учетом транзакционных издержек для случая, когда изменение цены акций описывается FBM.

$$\frac{\delta C}{\delta t} + S^2 \tilde{\sigma}^2 \frac{1}{2} \frac{\delta^2 C}{\delta S^2} + rS \frac{\delta C}{\delta S} - r_f C = 0; \quad (2)$$

$$\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2 \left[(\delta t)^{2H-1} + Le(H) \operatorname{sign} \frac{\delta^2 V}{\delta S^2} \right]; \quad (3)$$

$$Le(H) = \frac{k}{\sigma (\delta t)^{1-H}} \sqrt{\frac{2}{\pi}}. \quad (4)$$

Выражение для модифицированной дисперсии (3) зависит от числа Леланда (4), индекса Херста $H \in (0, 1)$ и фиксированного интервала времени малой величины δt , в течение которого происходит так называемая ревизия портфеля на предмет наличия транзакционных издержек. Число Леланда (4) в свою очередь зависит от k , которое отражает уровень транзакционных издержек при продаже или покупке акций в течение периода δt . Однако наличие большого количества данных показателей создает определенные трудности при расчете дисперсии (3), а следовательно, и для решения модифицированного уравнения Блэка – Шоулза (2).

Решение (2) предложено в работе Т. Ванга [11] на основе барицентрической интерполяции Якоби (barycentric Jacobi interpolation) и имеет следующий вид:

$$C_{FBM}(S, \tau) = Se^{-\delta \tau} N(d_1) - Ke^{-r\tau} N(d_2), \quad (5)$$

где K – цена исполнения опциона;

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\tilde{\sigma}^2}{2}\right)\tau}{\tilde{\sigma} \sqrt{\tau}};$$

$$d_2 = d_1 - \tilde{\sigma} \sqrt{\tau};$$

$N(d_1), N(d_2) = 1 - N(-d_1) - N(-d_2)$ – кумулятивные функции нормального распределения.

Главный недостаток формулы (5) связан с индексом Херста, поскольку, если его значения превышает $\frac{1}{2}$, то приращение процесса изменения цены акций имеет отрицательную корреляцию с транзакционными издержками и процесс носит неустойчивый характер.

Как видно из модифицированной формулы Блэка – Шоулза (5), главным преимуществом которой является то, что текущая стоимость базового актива корректируется на интервал времени совершения транзакционных издержек $\delta \tau$.

Тем не менее в ранее отмеченных работах в формуле оценки стоимости опциона не учитывается снижение текущей стоимости базового актива в течение инвестиционного периода, когда компания не получает доходы от операционной деятельности.

В подходе оценки стоимости опциона пут на отказ или выбора времени прекращения проекта, основанного на модифицированной формуле Блэка – Шоулза (5), если даже опцион встроен в контракт, нереалистично может допускаться, что ценность стоимости опциона не изменяется на протяжении жизненного цикла проекта.

Применение биномиальной модели оценки стоимости опциона на отказ или выбор времени прекращения проекта в отличие от формулы Блэка – Шоулза может обеспечить большую гибкость и позволить в течение жизненного цикла проекта моделировать изменение ликвидационной стоимости проекта (стоимость опциона пут) и принять в каждом узле биномиального дерева решение о выходе или продолжении проекта.

При этом главным отличием при оценке стоимости опциона на основе формулы Блэка – Шоулза, изложенной в работе этих авторов [14], от биномиальной формулы является предпосылка, что динамика курса акций характеризуется не дискретным, а случайным непрерывным процессом.

Структура скорректированной текущей стоимости проекта при условии встроенных в него реальных опционов

Стоимость опциона складывается из внутренней (intrinsic value) и временной стоимостей (time value). Внутренняя стоимость равняется разности между ценой базового актива (underlying asset value)³ и ценой исполнения (strike price)⁴ опциона при его немедленном исполнении. В инвестиционном анализе данная величина представляет чистую приведенную стоимость (NPV) проекта. Внутренняя стоимость имеет положительное значение, если рыночная цена базового актива опциона кол выше его цены исполнения, и такой опцион называется с выигрышем (in the money), в противном случае опцион кол называется с проигрышем (out of the money). Превышение цены опциона над его внутренней стоимостью представляет временную стоимость (time value) или временную премию опциона.

С позиции фундаментального анализа⁵ рыночную (справедливую) стоимость базового актива, а следовательно, и внутреннюю стоимость опциона можно рассчитать на основе доходного (метода DCF) или сравнительного подходов.

Поскольку прогнозные денежные потоки не учитывают ценность гибкости управленческих решений, определяемых детерминантами опциона, связанных с неопределенностью прогнозных величин основных показателей проекта, главным образом цены на производимую продукцию, ожидаемая стоимость базового актива на основе метода DCF, равная приведенной стоимости (present value, PV) проекта, отражает его справедливую (рыночную) стоимость в условиях стационарности⁶ рынка цен на производимую продукцию.

В этом случае, как отмечено в работе Н. Антилла и К. Ли [15], внутренняя стоимость опциона, например, кол на реализацию инвестиций в проект, равная NPV проекта, представляет его справедливую стоимость без учета ценности гибкости управленческих решений.

Согласно работе Дж.Р. Хитчнера [16] в рамках сравнительного подхода рыночная цена базового актива может определяться на основе таких мультипликаторов, как отношение рыночной цены компании-аналога к основным финансовым и производственным показателям (прибыль до налогообложения, выручка, объем производства и т.д.). Поскольку данные

³ Под стоимостью базового актива, лежащей в основе реального опциона, понимается стоимость имущества, например, основных и оборотных активов (машины и оборудование, здания и сооружения, запасы), которая в пассиве баланса выражает стоимость акций и облигаций (собственного и заемного капитала).

⁴ Под ценой исполнения понимается стоимостная оценка базисного актива, которая уплачивается за него при исполнении опциона.

⁵ В рамках фундаментального анализа реализуются доходный и сравнительный подходы при определении внутренней стоимости ценных бумаг.

⁶ Отмечается, что определение стационарного характера рыночных цен на выпускаемую продукцию или оказываемые услуги производится на основе теста Дики – Фауллера (ADF-тест) на наличие единичного корня.

показатели, как правило, рассчитаны для инерционных сценариев в условиях стационарного рынка цен на продукцию, внутренняя стоимость опциона не отражает его волатильность.

При этом на слабоэффективном рынке (*weak-form efficiency*) инвесторы имеют отличную от нормальной (среднеотраслевой) норму доходности по инвестициям, в этом случае внутренняя стоимость опциона может быть ниже цены его исполнения.

Наклонная прямая линия на *рис. 1* представляет нижний предел цены опциона пут, если рыночный курс акций ниже цены исполнения опциона, то опцион пут с выигрышем. Таким образом, скорректированную текущую стоимость (*adjusted present value, APV*) проекта можно представить в виде двух составляющих: *NPV*, рассчитанную на основе метода *DCF* проекта без учета ценности гибкости управленческих решений, и стоимости временной премии опциона (*time value premium option, TVPO*):

$$APV = NPV + TVPO. \quad (6)$$

Как видно из формулы (6), при моделировании темпов роста прогнозных денежных потоков инновационных проектов на основе значения временной премии опциона достигается равенство оценок стоимости проекта на основе метода *DCF* и реальных опционов.

В работе Н. Антиллы и К. Ли [15] отмечено, что опцион пут является опционом с выигрышем, как видно из *рис. 1*, если текущая цена базового актива опциона ниже его цены исполнения и временная стоимость опциона составляет наименьшую часть его стоимости, и именно по этой причине использование опционов пут (на отказ) наиболее важно для компаний, находящихся в кризисе, а также для неэффективных инвестиционных проектов на основе метода *DCF*.

В некоторых случаях временная стоимость опциона может быть меньше изменения стоимости базового актива по причине:

- ожидаемых выплат больших дивидендов, величина которых превышает стоимость временной премии опциона;
- того, что инвестор имеет в своем портфеле как базовый актив, так и пут опционы на этот актив, которые характеризуются «глубоко в деньгах» (цена исполнения значительно превышает текущую цену базового актива). В этом случае временная стоимость пут опциона может оказаться меньше изменения стоимости базового актива и процентной доходности в случае досрочного исполнения пут опциона.

Безарбитражная оценка рыночной цены финансовых титулов на рынке капитала

В условиях свободного от арбитража и полного⁷ рынка капитала из финансовых титулов и производных ценных бумаг можно смоделировать безрисковый портфель (хеджированный финансовый титул). Верно также и обратное: если на свободном от арбитража и полном рынке капитала обращаются безрисковые ценные бумаги и финансовые титулы, то возможно дублирование их денежных потоков через производные финансовые титулы. Эта идея лежит в основе оценки производных финансовых титулов, в нашем случае опционов.

Под финансовыми титулами понимаются ценные бумаги, которые предоставляют их владельцу право в момент времени *t* получать доходы, величина которых зависит от наступления *s*-й ситуации для этого периода времени. Любой момент времени может характеризоваться несколькими ситуациями, то есть существует так называемое дискретное про-

⁷ На полном рынке капитала количество финансовых титулов с линейно независимыми денежными потоками равняется количеству ситуаций.

странство ситуаций, количество которых для любого момента времени является определенным ($\Omega_t = 2^t, t \in 1, \dots, T$). При покупке j -го финансового титула по цене $p(X_j)$ приобретается право на получение через год денежных потоков $X_{j1}, \dots, X_{js}$ в зависимости от возникающей s -й ситуации.

При определении фондового рынка, свободного от арбитража, водится понятие примитивной ценной бумаги. Эти ценные бумаги характеризуются случаем «двухмоментного времени», то есть владелец этих ценных бумаг получает доход, равный одной условной денежной единице в случае наступлении ситуации s .

Таким образом, цена примитивной ценной бумаги – это такая цена требования на выручку, равной одной условной денежной единице (1 руб.) в момент времени $t = 1$ при наступлении ситуации s . Формализация денежных потоков j -й примитивной ценной бумаги для s -й ситуации в момент времени t :

$$X_{js} = \begin{cases} 1 & \text{только при наступлении } s\text{-й ситуации;} \\ s \in \Omega_t = 2^t, t \in 1, \dots, T; \\ 0 & \text{в любой другой ситуации.} \end{cases} \quad (7)$$

Рыночные ценные бумаги представляются требованиями на получение доходов при условии большего чем одно количество ситуаций, которые можно интерпретировать как подходящую комбинацию портфеля примитивных ценных бумаг.

В рамках принципа безарбитражной оценки стоимости рыночных ценных бумаг рассматривается портфель: в каждый моменты времени $t = 1, \dots, T$ покупается (со знаком плюс) одна единица j -го финансового титула, который генерирует возвратные потоки платежей ($X_{j1}, \dots, X_{js}$), и продается (со знаком минус) по X_{jt} единиц примитивных ценных бумаг со сроком обращения $t = 1, \dots, T$. При этом портфель, который не имеет возвратных потоков, должен согласно теореме доминирования⁸ иметь нулевую стоимость. Из этого следует:

$$p(\tilde{X}_{j1}, \dots, \tilde{X}_{js}) - \sum_{s=1}^S \frac{\tilde{X}_{js}}{(1+r_{0s})^s} = 0 \quad \forall j \in 1, \dots, J \quad (8)$$

$$s \in \bigcup_{t=1}^T 2^t, |\Omega_t| = 2^t, S = \sum_{t=1}^T 2^t$$

Таким образом, на основе полученного равенства (8) делается вывод о том, что на безарбитражном рынке рыночная цена ценной бумаги равняется приведенной стоимости суммы возвратных денежных потоков, которые причитаются по этой ценной бумаге. На этом утверждении основывается фундаментальный подход оценки стоимости активов.

Рынок капитала, на котором обращается множество J рыночных ценных бумаг, для которых в моменты времени t для s -х ситуаций $s \in 1, \dots, S$ известны ожидаемые возвратные линейно независимые⁹ друг от друга денежные потоки, является свободным от арбитража, если существует такой вектор цен примитивных ценных бумаг $(\pi_1, \dots, \pi_s)$ при $\pi_s \geq 0 \quad \forall s$ (это условие вытекает из теоремы доминирования), что выполняется равенство:

⁸ Согласно теореме доминирования, если в моменты времени $t = 1, \dots, T$ портфель обещает положительные возвратные потоки, то он имеет положительную стоимость, если его возвратные потоки равняются нулю, то портфель имеет нулевую стоимость.

⁹ Отмечается, что согласно теории линейной алгебры, если возвратные денежные потоки $\tilde{X}_{js}, \forall j \in 1, \dots, J$ в (9) являются линейно зависимыми друг от друга, то матрица, сформированная из этих денежных потоков, является вырожденной и ее определитель равен нулю, а система уравнений (9) не имеет решений.

$$PV = p(\tilde{X}_{j1}, \dots, \tilde{X}_{js}) = \sum_{s=1}^S \tilde{X}_{js} \pi_s = \sum_{s=1}^S \frac{\tilde{X}_{js}}{(1+r_{0s})^s}, \forall j \in 1, \dots, J \quad (9)$$

$$\pi_s \geq 0 \forall s \in \bigcup_{t=1}^T 2^t, |\Omega_t| = 2^t, S = \sum_{t=1}^T 2^t$$

где s – номер ситуации (любая ситуация это набор из нулей и единиц длины t , где $t = 1, 2, \dots, T$);

$\tilde{X}_{js}$ – возвратный денежный поток, порождаемый j -й ценной бумагой для s -й ситуации в условиях неопределенности;

π_s – цена примитивной ценной бумаги (цены Эрроу – Дебре) для s -й ситуации;

$$\pi_s = \frac{1}{(1+r_{0s})^s} = \begin{cases} 1 & \text{при наступлении ситуации } s; \\ 0 & \text{в любой другой ситуации.} \end{cases}$$

ценной бумаги и спотовой ставкой r_{0s} для s -й ситуации.

При этом отмечается, что для неполного рынка капитала¹⁰, когда, как правило, количество обращающихся ценных бумаг не равняется количеству периодов до погашения этих ценных бумаг, система уравнений (9) имеет бесконечное множество решений (количество неизвестных больше, чем количество уравнений), и некоторые цены примитивных ценных бумаг могут принимать отрицательные значения. В этом случае согласно теореме доминирования на рынке капитала существуют арбитражные операции и цена финансовых активов не равняется их рыночной стоимости.

Сформированный портфель из примитивных ценных бумаг Эрроу – Дебре согласно теореме аддитивности стоимости¹¹ на свободном от арбитража, полном рынке капитала и отсутствия транзакционных издержек дублирует стоимость рыночной ценной бумаги.

Таким образом, на теоретически конкурентоспособном и свободном от арбитража полном рынке, на котором отсутствуют транзакционные издержки, стоимость опциона (производную ценную бумагу) можно смоделировать синтетически через комбинацию примитивных ценных бумаг, путем формирования безрискового портфеля. Данный подход положен в основу вывода биномиальной модели стоимости опциона.

Альтернативные подходы моделирования стоимости реальных инвестиций

Покажем, что на полном рынке капитала оценку стоимости реальных инвестиций можно осуществить через цены примитивных ценных бумаг или с помощью эквивалентного портфеля.

Существует два альтернативных сценария:

- 1) осуществления инвестиций в ценные бумаги или в реальные активы, что дает возможность получать доходы (возвратные денежные потоки) по ценным бумагам или простыми денежными потоками от инвестиций в реальные активы;
- 2) производится отказ от инвестиций и приобретается портфель из рыночных ценных бумаг, возвратные денежные потоки которых имеют такие же значения, что и генерируемые инвестиций.

¹⁰ Рынок капитала, в отличие от фондового рынка, охватывает широкий спектр финансовых инструментов, тогда как фондовый рынок специализируется на операциях с акциями.

¹¹ Согласно теореме аддитивности стоимости сумма отдельных рыночных цен всех ценных бумаг должна равняться рыночной цене портфеля, сформированного из этих ценных бумаг.

В этом случае сформированный портфель n_j^s рыночных ценных бумаг называется эквивалентным портфелем и удовлетворяет системе уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_s &= \sum_{j=1}^I n_j^s \tilde{X}_{js} \quad \forall s \in 1, \dots, S, \\ s &\in \cup_{t=1}^T 2^t, |\Omega_t| = 2^t, S = \sum_{t=1}^T 2^t. \end{aligned} \quad (10)$$

где n_j^s – количество j -х финансовых титулов, которые необходимо покупать и продавать в s -й ситуации ($s \in \cup_{t=1}^T 2^t$).

Согласно теореме доминирования при условии свободного от арбитража полного рынка капитала и отсутствия транзакционных издержек (издержки поиска информации, ведения переговоров, сбор и анализ информации, юридическое сопровождение и т.д.) рыночная стоимость эквивалентного портфеля:

$$\begin{aligned} PV &= p(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_S) = \sum_{j=1}^I n_j^s p(\tilde{X}_{j1}, \dots, \tilde{X}_{jS}) > 0; \\ \tilde{X}_s &= \sum_{j=1}^I n_j^s \tilde{X}_{js} > 0 \quad \forall s \in [1, \dots, S]. \end{aligned} \quad (11)$$

Путем подстановки цен ценных бумаг, воспроизведенных синтетически через возвратные денежные потоки этих бумаг и примитивные ценные бумаги (9) в эквивалентный портфель (11) и после алгебраических преобразований с учетом выражения (10) получаем:

$$PV = p(\tilde{X}_1, \dots, \tilde{X}_S) = \sum_{j=1}^I n_j \underbrace{\left(\sum_{s=1}^S \tilde{X}_{js} \pi_s \right)}_{p(\tilde{X}_{j1}, \dots, \tilde{X}_{jS})} = \sum_{s=1}^S \pi_s \underbrace{\left(\sum_{j=1}^I n_j^s \tilde{X}_{js} \right)}_{\tilde{X}_s} = \sum_{s=1}^S \pi_s \tilde{X}_s. \quad (12)$$

Таким образом, теоретически на свободном от арбитража и полном рынке капитала стоимость реальных инвестиций (сумма приведенных денежных потоков, генерируемых этой инвестицией) можно рассчитать на основе моделирования эквивалентного портфеля или через цены примитивных ценных бумаг:

$$PV = \sum_{s=1}^S \tilde{X}_s \pi_s : \pi_s \geq 0 \quad \forall s = \sum_{j=1}^I n_j^s p(\tilde{X}_{j1}, \dots, \tilde{X}_{jS}). \quad (13)$$

Это значит, что при условии отсутствия на полном рынке капитала арбитражных операций и транзакционных издержек теоретически достигается равенство рыночной цены ценной бумаги (актива) и ее рыночной стоимости.

Каждый финансовый титул имеет «опционоподобный» характер. Стоимость и величину прибыли при его исполнении достаточно трудно предсказать, поэтому такой опцион представляет требование на зависимые от ситуации прогнозные денежные потоки (contingent claim).

Поскольку на свободном от арбитража полном рынке капитала стоимость рыночного портфеля можно воспроизвести через цены примитивных ценных бумаг или через эквивалентный портфель, стоимость опциона можно смоделировать на основе этих двух подходов.

Это основные допущения при выводе биномиальной модели и формулы Блэка – Шоулза для оценки стоимости опциона.

Так как рыночные ценные бумаги можно воспроизвести через комбинацию примитивных ценных бумаг, стоимость опциона, выраженную через биномиальные коэффициенты вероятности, можно смоделировать через цены примитивных ценных бумаг.

В основу вывода известной формулы Блэка – Шоулза положено формирование эквивалентного портфеля.

Вывод: при моделировании стоимости опциона с более сложной структурой целесообразно применять комбинированный подход на основе примитивных ценных бумаг (биномиальная модель) и эквивалентного портфеля (формулы Блэка – Шоулза).

Формализация стоимости барьерного опциона пут на отказ от инвестирования с дополнительным правом выхода из проекта

Инвестиции в инновационные и наукоемкие проекты, обладающие большим периодом НИОКР и объемом капиталовложений, сопряжены с риском, что инвестиции могут не окупиться, а фактические денежные потоки могут не достигнуть прогнозных оценок. Однако, как было отмечено ранее, проекты, включающие встроенный опцион на приостановку или прекращение деятельности, обладают большей гибкостью, а следовательно, и большей стоимостью.

Так, в работе Т. Коупленда [17] отмечается, что экономический эффект увеличения стоимости проекта за счет временной стоимости опциона может иметь достаточно большое значение. Например, принятие опциона на прекращение проекта в критический момент с большим объемом инвестиций в НИОКР позволило увеличить стоимость проекта на 83%.

Для инновационных проектов, особенно в области IT и биотехнологий, имеющих в условиях расширяющейся экономики достаточно большую степень неопределенности прогнозной цены выпускаемой продукции и характеризующихся большим объемом затрат на НИОКР и большим периодом его длительности, целесообразно рассматривать стоимость проекта с точки зрения ценности опциона на отказ от инвестиций (option to abandon investments) в проект.

Отмечаются следующие недостатки классической формулы Блэка – Шоулза [14] при оценке стоимости реального опциона:

- 1) не учитывается снижение стоимости базового актива на величину недополученных денежных потоков в течение инвестиционного периода проекта;
- 2) не отражается негативная природа дисперсии изменения затрат для случая, когда дисперсия изменения затрат превышает дисперсию изменения доходов;
- 3) стационарный и ограниченный характер формулы Блэка – Шоулза:
 - по акциям, лежащим в основе стоимости базового актива, не предусматривается выплата дивидендов;
 - при исполнении опциона не меняется стоимость базового.

Скорректированная цена базового актива на дивидендную доходность (выплаты дивидендов в период по исполнения опциона) в формуле Блэка – Шоулза позволяет избежать вероятного случая, когда снижение цены базового актива может быть больше, чем величина временной стоимости опциона после выплаты дивидендов.

В работе А. Дамодарана [18] предлагается исходить из того, что для достаточно долгосрочных опционов в период до их погашения ожидается неизменная дивидендная доходность.

Авторы статьи отмечают, что, как правило, на практике выплата дивидендов производится для проектов, которые достигли устойчивого роста в долгосрочной перспективе, что характеризует их финансовую зрелость, а при оценке стоимости проекта на основе опциона пут на прекращение проекта или на выход из бизнеса нецелесообразно корректировать цену базового актива на дивидендную доходность.

Модифицированная модель Блэка – Шоулза (модель 1)

Для оценки стоимости данного проекта в статье авторами предполагается, что целесообразно применять модифицированную формулу Блэка – Шоулза опциона пут, учитывающую уменьшение стоимости базового актива за счет недополученных доходов от операционной деятельности в течение инвестиционного периода проекта за счет дисконтирования стоимости базового актива на протяжении этого периода по средневзвешенной стоимости капитала (weighted average costs of capita, WACC).

Для рискованных инвестиционных проектов присущи большие значения доходности альтернативных вложений, в качестве которых выступает WACC, состоящая из стоимости собственного капитала и заемных средств.

Как показано, например, в работе О.Е. Николаевой и др.¹², поскольку доходность собственного капитала (ROE, return on equity) является интегральным показателем и показывает рост компании за счет собственных средств в долгосрочной перспективе, для достижения приемлемых показателей эффективности рискованные проекты должны иметь значение ROE, которое больше, чем WACC (стоимость альтернативных вложений).

В статье И.А. Никоновой, М.А. Федотовой и др. [19] указано, что в оценочной практике при дисконтировании денежных потоков обычно применяется метод чистого операционного денежного потока, когда прогнозные денежные потоки не включают выплаты по затратам (процентам) заемных средств, а структура источников финансирования проекта учитывается в ставке дисконтирования, равной WACC финансирования проекта.

Дисперсия затрат может превышать дисперсию доходов, поэтому в статье авторами предлагается модифицировать классическую формулу Блэка – Шоулза опциона пут путем введения скорректированной дисперсии стоимости базового актива.

При этом если прогнозные оценки доходов имеют большую степень достоверности, чем прогнозные затраты, то корректировка дисперсии стоимости базового актива на коэффициент соотношения дисперсии изменения доходов к дисперсии изменения затрат приводит к снижению его значения, что в свою очередь уменьшает стоимость опциона.

Стоимость опциона пут на отказ от инвестиционного проекта на основе модифицированной формулы Блэка – Шоулза:

$$P_1 = Inv \cdot e^{-r_f \tau} N(-d_2) - \frac{PV \cdot e^{-y \cdot \tau}}{(1+WACC)^\tau} N(-d_1), \quad (14)$$

$$\text{где } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{PV}{Inv}\right) + \left(r_f - y + \frac{\hat{\sigma}^2}{2}\right)\tau}{\sigma \sqrt{\tau}}; \quad d_2 = d_1 - \sigma \sqrt{\tau};$$

¹² Николаева О.Е., Лукаш Е.Н., Мальцев А.С. Методы повышения финансовой устойчивости наукоемких международных проектов на этапе НИОКР // Финансы и кредит. 2024. Т. 30. № 8. С. 1851–1879.
DOI: 10.24891/fc.30.8.1851 EDN: AOWVFM

$$\hat{\sigma} = \begin{cases} \sigma_{CF} \frac{\sigma_{price}}{\sigma_{cost}} \cdot \sigma_{cost} > \sigma_{price} & \text{– среднее квадратичное отклонение изменения цены базового} \\ \sigma_{CF} & \text{актива опциона;} \end{cases}$$

актива опциона;

$\sigma_{CF}; \sigma_{price}; \sigma_{cost}$ – среднее квадратичное отклонение изменения денежного потока, цены продукции и затрат проекта;

$$PV = \frac{\sum_{t=1}^{\tau} CFO_t}{(1+WACC)^t} \quad \text{– ожидаемая приведенная стоимость (Present value, PV) стоимости базового актива опциона;}$$

CFO_t – прогнозные величины денежных потоков от операционной деятельности (Cash Flow from operation activity, CFO) проекта, генерируемых инвестицией, в текущих экономических условиях¹³ в период t ;

$\widehat{Inv}$ – цена исполнения опциона, которая равняется скорректированной стоимости инвестиций в проект (ценность отказа от инвестирования в проект, в текущих экономических условиях);

WACC – средневзвешенная стоимости капитала (средневзвешенная стоимость собственных и заемных средств);

$$y = \frac{1}{n} \quad \text{– дивидендная доходность;}$$

n – длительность жизненного цикла проекта;

$\tau < n$ – период времени до момента погашения опциона пут;

$T < \tau$ – длительность инвестиционного периода проекта;

r_f – безрисковая ставка дисконтирования¹⁴ (например, доходность к погашению по государственным долгосрочным казначейским облигациям США с учетом поправки на коэффициент странового риска для страны реализации проекта).

Кумулятивная функция нормального распределения $N(-d_2)$ представляет вероятность способности опциона пут создать положительный денежный поток в случае его исполнения.

$N(d_1), N(d_2) = 1 - N(-d_1)$ – кумулятивные функции нормального распределения, определяющие вероятности того, что при нормальном распределении, равном нулю, и стандартном отклонении, равном единице, их значения меньше d_1 и d_2 , соответственно.

Поскольку, как уже было отмечено, в основе вывода формулы Блэка – Шоулза лежит построение эквивалентного портфеля, то денежные потоки по опциону пут можно вос-

¹³ Под текущими экономическими условиями понимаются цена денежных потоков в ценах прогнозных периодов жизненного цикла проекта. При приведении (эскалации) прогнозных денежных потоков в текущие экономические условия для проектов в области производства можно использовать прогнозные оценки индекса промышленной инфляции (Production Price Index, PPI) для данной страны.

¹⁴ Текущая стоимость инвестиций на дату исполнения опциона эскалируется по безрисковой ставке дисконтирования исходя из предпосылки, что цене исполнения опциона не свойственна неопределенность, что выражает базовая формула Блэка – Шоулза. В том случае, если для необходимого объема инвестиций характерна неопределенность, это означает, что существует опцион, позволяющий обменять один рискованный актив (стоимость исполнения опциона в ценах на момент его исполнения) на другой (PV второго или следующего проекта на момент его начала).

произвести путем короткой¹⁵ продажи акций в доле, равной $N(-d_1)$, и предоставлением безрискового займа (инвестирования в государственные безрисковые облигации) в доле $N(-d_2)$. При моделировании опциона пут осуществляется короткая продажа акций, поэтому по истечении периода возврата акций нужно иметь достаточный объем заемных денежных средств для их выкупа с учетом процентов за этот период. Иначе говоря, короткая продажа акций в доле, равной $N(-d_1)$, или инвестирование в акции эквивалентно предоставлению заемных средств (покупка государственных облигаций) с учетом процентов по безрисковой ставке.

Среднеквадратичное отклонение цены продукции можно оценить на основе ретроспективных данных для проектов анализируемой отрасли, имеющих примерно одинаковый рыночный риск, а также на основе имитационной модели Монте-Карло с использованием специализированных программ.

Модифицированная биномиальная модель (модель 2)

При оценке эффективности инвестиционных проектов акционеры могут устанавливать минимальное граничное значение рентабельности проекта, и если в ходе реализации проекта его фактическая рентабельность снижается до этой величины, то акционеры в целях хеджирования последующих рисков проекта могут исполнить опцион выбытия (knockout option) на выход из проекта.

В этом случае стоимость проекта можно рассматривать как комбинацию из двух опционов пут, один из которых без ограничения по цене базового актива, а другой относится к семейству барьерных опционов (barrier option), для которых характерно, что период исполнения этих опционов зависит от достижения цены базисного актива определенного уровня или нет. Стоимость барьерных опционов равняется разности стоимостей опционов с ценой исполнения с учетом и без учета ограничения.

Для пут опциона цена выбытия устанавливается выше цены исполнения, и этот опцион называется опционом с верхней границей (up-and-out option).

Стоимость пут опциона с верхним пределом всегда меньше, чем стоимость аналогичного пут-опциона, у которого отсутствует ограничение на стоимость базового актива.

Также, например, встраивание в контракт совместного проекта по разработке и производству наукоемкого изделия опциона пут на выход одного из акционеров из этого проекта позволяет выстраивать операционную гибкость в течение жизненного цикла проекта путем установления цены исполнения, соответствующей текущей приведенной стоимости доли акционера в проекте, что в дальнейшем позволяет избежать критической величины убытков при дальнейшей реализации проекта.

Таким образом, одним из главных недостатков формулы Блэка – Шоулза является ее ограниченность, то есть оценка стоимости опциона основывается на допущении об отсутствии влияния момента исполнения опциона на стоимость его базового актива, по сути нереалистично допускается, что стоимость опциона не изменяется на протяжении периода до погашения. В действительности, если по акциям не выплачиваются дивиденды, инвестору

¹⁵ Под короткой продажей понимается предоставление активов, не обеспеченных собственными средствами, с обязательством выкупить эти активы по истечении некоторого времени по фиксированной цене исходя из соображения, что рыночная стоимость этих активов на момент окончания сделки уменьшится.

выгоднее продать¹⁶ опцион и купить акции на рынке, чем исполнить его раньше даты истечения опциона и таким образом потерять его временную стоимость.

Поскольку для опционов путь на выход из убыточного проекта априори не предвидятся выплаты дивидендов по акциям, а также величина временной стоимости опциона зависит от оставшегося срока его исполнения и от транзакционных издержек, раннее исполнение опциона можно рассматривать как условно оптимальное решение.

Этот случай, в отличие от модели Блэка – Шоулза, позволяет промоделировать биномиальная модель оценки стоимости опциона.

Применение биномиальной модели оценки стоимости опциона на отказ или выбор времени прекращения проекта по сравнению с формулой Блэка – Шоулза обеспечивает большую гибкость и позволяет в течение жизненного цикла проекта моделировать изменение ликвидационной стоимости проекта и принять в каждом узле биномиального дерева решение о выходе из проекта. Под ликвидационной стоимостью проекта понимается остаточная стоимость (с учетом физического и функционального износа) оборудования, машин, механизмов, зданий и сооружений за минусом скидки на неликвидность.

В случае финансового состояния проекта, близкого к банкротному, ликвидационную стоимость проекта нужно корректировать на величину дополнительных издержек: оплата неустоек при разрыве контрактов с действующими поставщиками, заказчиками и подрядчиками, оплата выходных пособий персоналу, судебные издержки и т.д. Выявление финансового состояния проекта, близкого к банкротному, определяется на основе коэффициента, рассчитываемого по следующей модифицированной пятифакторной модели Альтмана для непубличных компаний, чьи акции не торгуются на бирже:

$$Z = 0,717 X_1 + 0,847 X_2 + 3,107 X_3 + 0,420 X_4 + 0,998 X_5, \quad (15)$$

где X_1 = Оборотный капитал / Активы (*Working Capital / Total Assets*);

X_2 = Нераспределенная прибыль / Активы (*Retained Earnings / Total Assets*);

X_3 = Прибыль до налогообложения и процентных затрат / Активы (*EBIT / Total Assets*);

X_4 = Балансовая стоимость собственного капитала / Заемный капитал (*Book value of equity / Book value of total liabilities*);

X_5 = Выручка / Активы (*Sales / Total assets*).

Интерпретация банкротного состояния компании /проекта:

$Z < 1,23$ – предприятие признается банкротом;

$1,23 < Z < 2,89$ – ситуация неопределенна;

$Z > 2,9$ – стабильное и устойчивое финансовое состояние компании.

При прогнозировании банкротного состояния компании/проекта за один год до его наступления точность пятифакторной модифицированной модели Альтмана (15) составляет 90,9%.

Как было отмечено, при оценке стоимости опциона на выбор оптимального времени прекращения проекта биномиальная модель обеспечивает более высокую гибкость по сравне-

¹⁶ При этом отмечается, что продажа опциона может осуществляться только по его внутренней цене, в противном случае возникает возможность осуществления арбитражных операций, например, при продаже опциона по цене меньшей, чем его внутренняя стоимость позволяет контрагенту получить безрисковый доход путем одновременной покупки опциона пут и его исполнения.

нию с модифицированной формулой Блэка – Шоулза (14), поскольку позволяет в каждом узле биномиального дерева принять решение о завершении проекта. В основе биномиальной формулы оценки стоимости опциона лежит допущение о том, что срок действия опциона подразделяется на субпериоды, которые описываются серией следующих друг за другом процессов Бернулли¹⁷, а динамика курса акций, лежащих в основе стоимости базового актива, характеризуется дискретным процессом.

В каждом узле биномиального дерева принимается решение об исполнении опциона пут, то есть о прекращении действующего проекта или его продолжении. Исполнение опциона пут на прекращение проекта происходит в том случае, если скорректированная ликвидационная стоимость (adjusted liquidation value, ALV) активов проекта превосходит математическое ожидание скорректированной стоимости базового актива опциона.

В статье авторы приведенную скорректированную ожидаемую стоимость базового актива рассматривают как сумму приведенных ожидаемых величин денежного потока от операционной деятельности и скорректированной ликвидационной стоимости активов на величину дополнительных затрат в случае банкротного состояния проекта.

Как указывают многие авторы, выражение для ожидаемой стоимости опциона пут через биномиальные коэффициенты вероятности, денежные потоки которого смоделированы через цены примитивных ценных бумаг, имеет следующий вид:

$$P_0 = \frac{1}{(1+r_f)^n} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \max(K - S_0 u^k d^{n-k}, 0), \quad (16)$$

где $S_0 u^k d^{n-k}$ – цена базового актива с учетом повышательных (u) изменений цены базового актива, равных k и понижающих (d) изменений, равных $n - k$ в течении n периодов.

В статье авторами предлагается модифицированная биномиальная формула стоимости барьерного опциона пут на прекращение проекта:

$$P_2 = \frac{1}{(1+r_f)^T} \sum_{t=0}^T \binom{T}{t} p^t (1-p)^{T-t} \max(ALV_t - ACF_t u^t d^{T-t}; 0). \quad (17)$$

Построение дерева решений биномиальной модели (17) и расчет значений основных финансовых показателей проекта в каждом узле биномиального дерева производится на основе предварительно разработанной экономико-математической модели бизнес-плана проекта. Несмотря на громоздкий характер расчета биномиальной вероятности $\binom{T}{t} p^t (1-p)^{T-t}$ и необходимости провести оценку стоимости опциона в каждом узле биномиального дерева при достаточно большом количестве ситуаций, расчеты на основе формулы (17) достаточно легко реализовать, если прибегнуть к написанию программ на современных алгоритмических языках.

Ожидаемая цена базового актива $ACF_t u^t d^{T-t}$ в период t зависит от финансового состояния проекта и его финансовых показателей в этот период, значения которых характеризуются ожидаемым значением коэффициента Альтмана $E(Z_t)$, и имеет следующий вид:

$$ACF_t u^t d^{T-t} = \begin{cases} E(CFO_t + LV_t - AC_t): E(Z_t) \leq 1,23; \\ E(CFO_t + LV_t): E(Z_t) > 1,23; \\ E(CFO_t + LV_t + F_t): E(Z_t) > 1,23 \text{ и } E(ROE_t) < ROE_{target}, \end{cases} \quad (18)$$

¹⁷ Якоб Бернулли (1665–1705 гг.) – швейцарский математик, один из основоположников теории вероятностей и математического анализа.

где $E(CFO_t + LV_t - AC_t)$ – математическое ожидание суммы свободного денежного потока от операционной деятельности CFO_t и ликвидационной стоимости активов проекта LV_t , скорректированной на величину затрат AC_t в случае банкротства проекта в период t , в текущих экономических условиях;

$E(Z_t) = f(E(X_1), \dots, E(X_5))$ – ожидаемое значение коэффициента Альтмана (15) – функция пяти основных ожидаемых текущих финансовых показателей в период t ;

$F_t = (ROE_{target} - E(ROE_t))S_t$ – предложенная авторами формула объема средств, выделяемых из резервного фонда, для покрытия финансовой потребности в текущем периоде t , в случае снижения ожидаемой текущей доходности собственного капитала $E(ROE_t)$ до уровня ниже его целевого значения ROE_{target} ;

$E(ROE_t) = \frac{u^t d^{T-t} NI_t}{S_t}$ – математическое ожидание текущей доходности собственного капитала (S_t) в период t ;

AC_t – величина неустоек при разрыве контрактов, выплата выходных пособий персоналу, судебных издержек и т.д. в случае наступления банкротного финансового состояния согласно индексу Альтмана (15);

T – период жизненного цикла проекта.

$p = \frac{r_f - r_d}{r_u - r_d}$; $1 - p = \frac{r_u - r_f}{r_u - r_d}$ – псевдовероятности¹⁸ уменьшения или увеличения значений денежных потоков;

$u = 1 + r_u$; $d = 1 + r_d$ – коэффициенты изменения значения денежных потоков;

r_u, r_d – априорная оценка относительного изменения прогнозных денежных потоков в случае увеличения или снижения их значений.

В рамках формулы (17) скорректированная ликвидационная стоимость проекта на величину дополнительных издержек в случае возникновения банкротного состояния в период t в текущих экономических условиях представляет верхнюю границу барьерного опциона пут на отказ от инвестиций:

$$ALV_t = \begin{cases} LV_t - AC_t; & E(Z_t) \leq 1,23; \\ LV_t; & E(Z_t) > 1,23; \\ LV_t; & E(Z_t) > 1,23 \text{ и } E(ROE_t) < ROE_{target}. \end{cases} \quad (19)$$

При выходе из проекта делается предположение о продаже остаточной стоимости имущественного комплекса, что также порождает положительный денежный поток от инвестиционной деятельности. Как видно из формулы (19), ликвидационная стоимость проекта может принимать дискретное значение в периоде t в зависимости от банкротного состояния проекта, характеризуемого значением коэффициента Альтмана.

Решение о выходе из проекта принимается при выполнении условия, что скорректированная ликвидационная стоимость проекта (19) (верхняя граница опциона пут) превышает

¹⁸ Как отмечено в работе Дж. Кокса и С. Росса [20], псевдовероятность можно также охарактеризовать как вероятность наступления событий в условиях нейтральности к риску инвесторов. Именно в этом случае в условиях свободного от арбитража рынка капитала математическое ожидание доходностей акций равняется безрисковой ставке процента равняется $pr_u + (1 - p)r_d = r_f$.

ожидаемую цену базового актива (18) с учетом финансового состояния проекта на основе ожидаемого значения коэффициента Альтмана в рамках формулы (17):

$$\begin{aligned} E(CFO_t + LV_t - AC_t) < LV_t - AC_t : E(Z_t) \leq 1,23; \\ E(CFO_t + LV_t) < LV_t : E(Z_t) > 1,23; \\ E(CFO_t + LV_t + F_t) < LV_t : E(Z_t) > 1,23 \text{ и } E(ROE_t) < ROE_{target}. \end{aligned} \quad (20)$$

Поскольку выполнение условия в выражении (20) зависит от значения коэффициента Альтмана, ожидаемая величина ликвидационной стоимости имущества и денежного потока корректируются на затраты при ликвидации предприятия, а также на величину поступлений денежных средств из резервного фонда при снижении доходности собственного капитала до уровня ниже критического значения.

Главное отличие – в разработанной модифицированной биномиальной формуле (17) учитывается размер собственного капитала, в отличие от модифицированной формулы Блэка – Шоулза (14).

Стоимость инновационного проекта на основе опциона пут на отказ от инвестиций с динамической верхней границей, равной ликвидационной стоимости проекта (цене исполнения опциона), можно представить в виде комбинации двух опционов пут (см. рис. 2).

Как это видно из рис. 2, стоимость данного опциона равняется разности между стоимостью опциона на отказ от инвестирования в проект на основе модифицированной формулы Блэка – Шоулза (14) и стоимостью опциона пут на прекращение проекта, если цена базисного актива (цена выбытия) меньше ликвидационной стоимости (цена исполнения) проекта, на основе биномиальной формулы (17):

$$P_{with\ border} = P_1 - P_2. \quad (21)$$

Таким образом, моделирование стоимости такого опциона основывается на оценке стоимости пут опциона дважды: первый раз – при цене исполнения, равной объему инвестиций в проект, второй раз – при цене исполнения, равной верхней границе, то есть ликвидационной стоимости.

Выводы

Теоретически на свободном от арбитража полном рынке капитала и отсутствия транзакционных издержек стоимость реальных инвестиций можно рассчитать на основе моделирования эквивалентного портфеля или через цены примитивных ценных бумаг. Это значит, что при выполнении данных условий стоимость рыночного портфеля равняется его рыночной цене.

Инструментом повышения эффективности инновационного проекта в условиях неопределенности рыночной конъюнктуры цен является включение опционов в контракты с поставщиками и заказчиками.

Снижение рисков получения отрицательного значения NPV путем встраивания в контракт барьерного опциона пут актуально для неэффективных инновационных проектов на основе метода DCF.

Поскольку, как правило, на практике выплата дивидендов производится для проектов, которые достигли устойчивого роста в долгосрочной перспективе, что характеризует их финансовую зрелость, при оценке стоимости проекта на основе опциона пут на прекращение проекта или на выход из бизнеса можно не производить корректировку цены базового актива на дивидендную доходность.

Расчет стоимости опциона пут на выбор оптимального времени на выход из проекта на основе биномиальной модели позволяет в каждом узле дерева решений определить момент выхода в случае достижения цены базового актива значения ликвидационной стоимости проекта при условии его банкротного состояния.

Моделирование ожидаемой текущей стоимости проекта в каждом узле биномиального дерева решений не является трудоемкой задачей при использовании современных компьютеров и программного обеспечения.

Разработанная в статье модифицированная биномиальная формула оценки стоимости опциона пут, в отличие от формулы Блэка – Шоулза, позволяет учитывать размер собственного капитала.

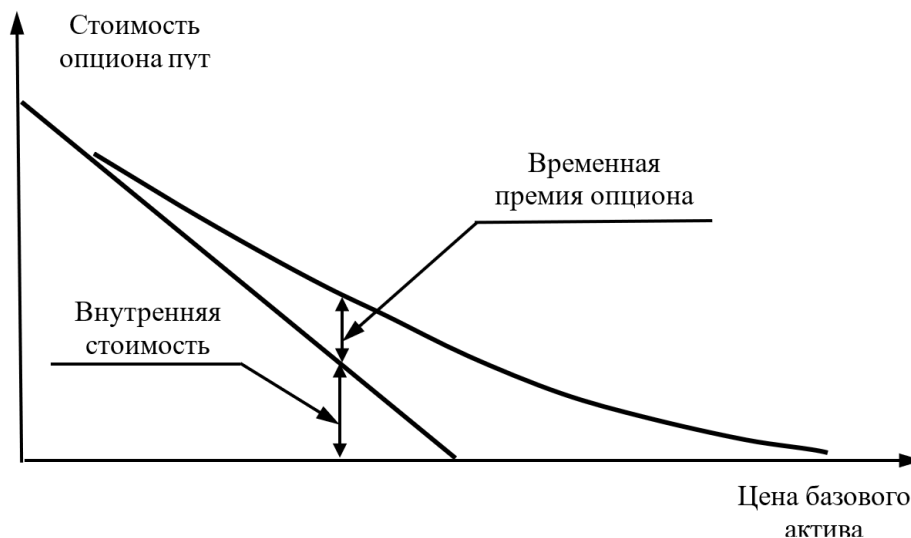
Экономический эффект учета рыночной неопределенности повышает эффективность (увеличение NPV) некоторых наукоемких проектов до 10%. Например, как отмечается в работе А. Дамодарана [18], в условиях рыночной неопределенности встраивание в контракт совместного наукоемкого проекта компаний Lear Aircraft и Airbus по разработке и производству среднемагистральных самолетов опциона на выход из проекта со сроком пять лет для компании Lear Aircraft в размере 40% стоимости затрат на НИОКР приводит к увеличению стоимости 50-процентной доли компании Lear Aircraft примерно на 8%.

Рисунок 1

Визуализация декомпозиции стоимости опциона

Figure 1

Visualization of option cost decomposition



Источник: авторская разработка

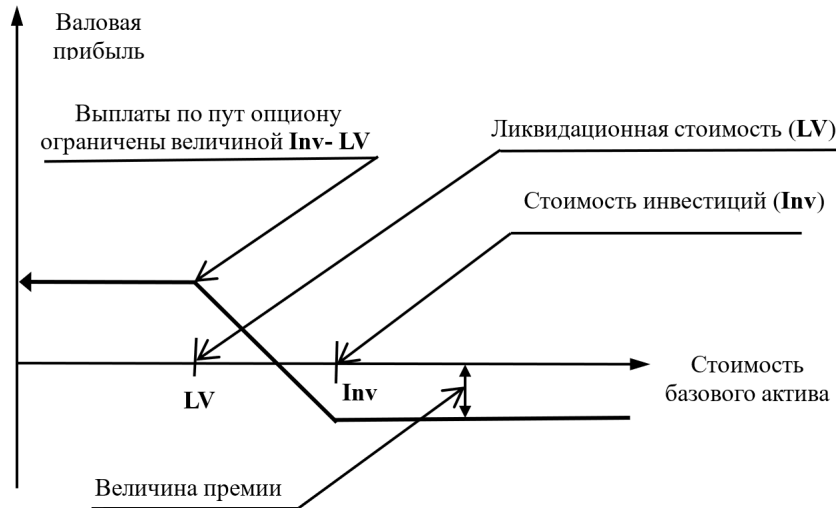
Source: Authoring

Рисунок 2

Диаграмма выплат опциона пут на отказ от инвестиций в проект с верхней границей, равной ликвидационной стоимости проекта

Figure 2

Payoff diagram of a put option on abandoning a project with an upper limit equal to the project's liquidation value



Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Бухвалов А.В. Реальные опционы в менеджменте: введение в проблему // Российский журнал менеджмента. 2004. Т. 2. № 1. С. 3–32. EDN: HTYFJZ
2. Гавель О.Ю., Усанов А.Ю., Фефелова Н.П. Реальные опционы как инструменты стратегического контроллинга в агробизнесе // Аграрный научный журнал. 2017. № 6. С. 79–85. EDN: YUQRFH
3. Трифонов Ю.В., Кошелев Е.В., Купцов А.В. Российская модель метода реальных опционов // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2012. № 2-1. С. 238–243. EDN: OWUFXZ
4. Просолупова К.С. Реальные опционы: аналитическая химера или ключ к реальным сделкам? // Вестник Финансового университета. 2012. № 4. С. 128–138. EDN: PILFMN
5. Труничкин Н.И., Акопян К.Г. Ценообразование опционов с использованием реализованной волатильности // Экономика и бизнес: теория и практика. 2018. № 4. С. 250–257. EDN: XNZLSH
6. Яценко Б.Н. Оценка эффективности инвестиционных проектов, допускающих управленческую гибкость в процессе своей реализации (оценка реальных опционов) // Аудит и финансовый анализ. 2006. № 2. С. 153–165. EDN: KWCDKR
7. Ankudinova Ju., Ehrhardt M. On the numerical solution of nonlinear Black–Scholes equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 2008, vol. 56, iss. 3, pp. 799–812. DOI: 10.1016/j.camwa.2008.02.005

8. Edeki S.O., Ugbebor O.O., Owoloko E.A. On a Dividend-Paying Stock Options Pricing Model (SOPM) Using Constant Elasticity of Variance Stochastic Dynamics. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2016, vol. 106, iss. 4, pp. 1029–1036. DOI: 10.12732/ijpam.v106i4.5
9. Koussis N., Martzoukos S.H., Trigeorgis L. Real R&D options with time-to-learn and learning-by-doing. *Annals of operations research*, 2007, vol. 151, pp. 29–55. DOI: 10.1007/s10479-006-0127-3 EDN: NXIHDQ
10. Leland H.E. Option pricing and replication with transactions costs. *The Journal of Finance*, 1985, vol. 40, iss. 5, pp. 1283–1301. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1985.tb02383.x
11. Wang X.T. Scaling and Long-Range Dependence in Option Pricing I: Pricing European Option with Transaction Costs under Fractional Black–Scholes Model. *Physics A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2010, vol. 389, iss. 3, pp. 438–444. DOI: 10.1016/j.physa.2009.09.041
12. Nteumagné B.F., Pindza E., Maré E. Applying the Barycentric Jacobi Spectral Method to Price Options with Transaction Costs in a Fractional Black–Scholes Framework. *Journal of Mathematical Finance*, 2014, vol. 4, no. 1, pp. 35–46. DOI: 10.4236/jmf.2014.41004
13. Shokrollahi F. Mixed Fractional Merton Model to Evaluate European Options with Transaction Costs. *Journal of Mathematical Finance*, 2018, vol. 8, no.4. pp. 623–639. DOI: 10.4236/jmf.2018.84040
14. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 1973, vol. 81, no. 3, pp. 637–654. DOI: 10.1086/260062
15. Антилл Н., Ли К. Оценка компаний. Анализ и прогнозирование с использованием отчетности по МСФО. 2-е изд. перераб и доп. М.: Альпина Паблишерз, 2010. 451 с.
16. Хитчнер Дж.Р. Три подхода к оценке стоимости бизнеса. М.: Маросейка, 2008. 291 с.
17. Коупленд Т.Б Коллер Т., Муррин Дж. Стоимость компаний: оценка и управление. 2-е изд. М.: Олимп-Бизнес, 2004. 565 с.
18. Дамодаран А. Инвестиционная оценка: Инструменты и методы оценки любых активов. М.: Альпина Бизнес Бук, 2005. 1323 с.
19. Никонова И.А., Федотова М.А. Проблемы стоимостной оценки в проектном анализе и проектном финансировании // Экономический анализ: теория и практика. 2014. № 42. С. 2–10. EDN: SXMPOR
20. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 1979, vol. 7, iss. 3, pp. 229–263. DOI: 10.1016/0304-405X(79)90015-1

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

MODELING THE VALUE OF INNOVATIVE PROJECTS BASED ON A BARRIER OPTIONDOI: <https://doi.org/10.24891/snkqpn>EDN: <https://elibrary.ru/snkqpn>**Aleksandr S. MAL'TSEV**

Corresponding author, AO State Specialized Design Institute (Rosatom), Moscow, Russian Federation

e-mail: alexsander.maltsev@mail.ru

ORCID: not available

Tat'yana V. TAZIKHINA

Financial University under Government of Russian Federation, Moscow, Russian Federation

e-mail: tazikhina@yandex.ru

ORCID: not available

Article history:

Article no. 188/2026

Received 2 Mar 2026

Accepted 11 Mar 2026

Available online

30 Sept 2026

JEL Classification:C65, D60, E22, G17,
K34**Keywords:** barrieroption, equivalent
portfolio, Arrow-Debreu
securities, binomial
model, present value**Abstract****Subject.** The value of a barrier option.**Objectives.** To develop a toolkit for modelling the value of innovative projects based on put barrier options with an upper dynamic boundary under conditions of non-stationary product prices.**Methods.** The theories of constructing an equivalent portfolio, arbitrage, the dominance theorem, and cost additivity were used.**Results.** A proof is provided that the value of a market portfolio equals its market price under the condition of no arbitrage and no transaction costs in a complete capital market. A contribution is made to the option-based approach to modelling the value of an innovative project, taking into account the dynamics of its financial indicators. In the modified binomial model, the price of the underlying asset equals the mathematical expectation of the sum of the cash flow and the adjusted liquidation value, net of the project's bankruptcy costs.**Conclusions.** Under conditions of uncertainty in the market environment, an effective mechanism for reducing the risk of a negative net present value of an innovative project is the incorporation of a put barrier option with a dynamic upper boundary into the contract. A put option for selecting the optimal time to exit the project, based on the binomial model, allows the exit point to be determined at each node of the decision tree if the price of the underlying asset reaches the project's liquidation value, provided that the project is in a bankrupt state.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2026

Please cite this article as: Mal'tsev A.S., Tazikhina T.V. Modeling the value of innovative projects based on a barrier option. *Finance and Credit*, 2026, iss. 9, pp. 201–225. DOI: 10.24891/snkqpn
EDN: SNKQPN**References**

1. Bukhvalov A.V. [Real options in management: Introduction to the problem]. *Rossiiskii zhurnal menedzhmenta*, 2004, vol. 2, no. 1, pp. 3–32. (In Russ.) EDN: HTYFJZ

2. Gavel' O.Yu., Usanov A.Yu., Fefelova N.P. [Real options as tools of strategic controlling in agrobusiness]. *Agrarnyi nauchnyi zhurnal*, 2017, no. 6, pp. 79–85. (In Russ.) EDN: YUQRFH
3. Trifonov Yu.V., Koshelev E.V., Kuptsov A.V. [The Russian model of the real options method]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2012, no. 2-1, pp. 238–243. (In Russ.) EDN: OWUFXZ
4. Prosolupova K.S. [Real options: Analytical chimera or the key to actual deals?]. *Vestnik Finansovogo universiteta*, 2012, no. 4, pp. 128–138. (In Russ.) EDN: PILFMN
5. Trunichkin N.I., Akopyan K.G. [Pricing of options using realized volatility]. *Ekonomika i biznes: teoriya i praktika*, 2018, no. 4, pp. 250–257. (In Russ.) EDN: XNZLSH
6. Yatsenko B.N. [Performance evaluation of the capital investment projects accepting administrative pliability during the embodying (an estimate of real options)]. *Audit i finansovyi analiz*, 2006, no. 2, pp. 153–165. (In Russ.) EDN: KWCDKR
7. Ankudinova Ju., Ehrhardt M. On the numerical solution of nonlinear Black–Scholes equations. *Computers and Mathematics with Applications*, 2008, vol. 56, iss. 3, pp. 799–812. DOI: 10.1016/j.camwa.2008.02.005
8. Edeki S.O., Ugbebor O.O., Owoloko E.A. On a Dividend-Paying Stock Options Pricing Model (SOPM) Using Constant Elasticity of Variance Stochastic Dynamics. *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 2016, vol. 106, iss. 4, pp. 1029–1036. DOI: 10.12732/ijpam.v106i4.5
9. Koussis N., Martzoukos S.H., Trigeorgis L. Real R&D options with time-to-learn and learning-by-doing. *Annals of Operations Research*, 2007, vol. 151, pp. 29–55. DOI: 10.1007/s10479-006-0127-3 EDN: NXIHDQ
10. Leland H.E. Option pricing and replication with transactions costs. *The Journal of Finance*, 1985, vol. 40, iss. 5, pp. 1283–1301. DOI: 10.1111/j.1540-6261.1985.tb02383.x
11. Wang X.T. Scaling and Long-Range Dependence in Option Pricing I: Pricing European Option with Transaction Costs under Fractional Black–Scholes Model. *Physics A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2010, vol. 389, iss. 3, pp. 438–444. DOI: 10.1016/j.physa.2009.09.041
12. Nteumagné B.F., Pindza E., Maré E. Applying the Barycentric Jacobi Spectral Method to Price Options with Transaction Costs in a Fractional Black–Scholes Framework. *Journal of Mathematical Finance*, 2014, vol. 4, no. 1, pp. 35–46. DOI: 10.4236/jmf.2014.41004
13. Shokrollahi F. Mixed Fractional Merton Model to Evaluate European Options with Transaction Costs. *Journal of Mathematical Finance*, 2018, vol. 8, no. 4, pp. 623–639. DOI: 10.4236/jmf.2018.84040
14. Black F., Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 1973, vol. 81, no. 3, pp. 637–654. DOI: 10.1086/260062
15. Antill N., Li K. *Otsenka kompanii: analiz i prognozirovanie s ispol'zovaniem otchetnosti po MSFO* [Company valuation: Analysis and forecasting using IFRS reporting]. Moscow, Al'pina Publisherz Publ., 2010, 451 p. (In Russ.)

16. Hitchner J.R. *Tri podkhoda k otsenke stoimosti biznesa* [Three approaches to business valuation]. Moscow, Maroseika Publ., 2008, 291 p. (In Russ.)
17. Copeland T., Koller T., Murrin J. *Stoimost' kompanii: otsenka i upravlenie* [Company value: Valuation and management]. Moscow, Olimp-Biznes Publ., 2004, 565 p. (In Russ.)
18. Damodaran A. *Investitsionnaia otsenka: instrumenty i metody otsenki lyubykh aktivov* [Investment valuation: Tools and techniques for determining the value of any asset]. Moscow, Al'pina Biznes Buk Publ., 2005, 1323 p. (In Russ.)
19. Nikonova I.A., Fedotova M.A. [Problems of valuation in project analysis and project financing]. *Ekonomicheskii analiz: teoriia i praktika*, 2014, no. 42, pp. 2–10. (In Russ.)
EDN: SXMPOR
20. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option pricing: A simplified approach. *Journal of Financial Economics*, 1979, vol. 7, iss. 3, pp. 229–263.
DOI: 10.1016/0304-405X(79)90015-1

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.