pISSN 2071-4688
eISSN 2311-8709

Рынок ценных бумаг

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ЦЕННЫХ БУМАГ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЕДЕЛЬНОЙ ВЕЛИЧИНЫ РИСКА[*]

Екатерина Александровна МАЛЕЕВА[a,•], Ольга Александровна БЕЛЬСНЕР[b], Олег Леонидович КРИЦКИЙ[c]

[a] студент бакалавриата Инженерной школы ядерных технологий,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Российская Федерация
eam21@tpu.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 2023-4841

[b] старший преподаватель Инженерной школы ядерных технологий,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Российская Федерация
belsner@tpu.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 2417-0070

[c] кандидат физико-математических наук, доцент Инженерной школы ядерных технологий,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Российская Федерация
olegkol@tpu.ru
http://orcid.org/0000-0002-9158-7905
SPIN-код: 9821-4000

• Ответственный автор

История статьи:
Получена 13.09.2018
Получена в доработанном виде 27.09.2018
Одобрена 11.10.2018
Доступна онлайн 24.12.2018

УДК 519.21:330.4
JEL: G11, G32

Аннотация

Предмет. Исследование влияния предельных величин риска на размер совокупного капитала и долей в оптимальном портфеле ценных бумаг. При использовании модели Марковица резкий рост (падение) цен акций ведет к резкому изменению долей портфеля при переформировании. Невозможно сформировать портфель при структурном изменении фондового рынка. Этих недостатков лишен предлагаемый подход.

Цели. Исследоване формирования портфеля ценных бумаг с использованием предельной величины риска VaR.

Методология. Применялась методология Бенати—Рицци, использовался алгоритм смешанного целочисленного линейного программирования.

Результаты. Построены портфели по алгоритму Марковица с учетом ограничений по величине риска VaR, проведено сравнение доходностей и стоимостей двух портфелей из акций, входящих в ММВБ-10. Оценены выборочные альфа-, бета-коэффициенты, рассчитана рискованность и доходность пассивных портфельных инвестиций.

Выводы и значимость. Представленная модель позволила уменьшить начальные инвестиционные вложения, ослабила влияние резких падений фондового рынка на стоимость портфеля, увеличила реализованную доходность инвестиций. Использование метода Бенати—Рицци удобно для создания широкого спектра инвестиционных портфелей для массового инвестора.

Ключевые слова:
предельная величина риска, управление портфелем ценных бумаг, метод Бенати—Рицци, метод Марковица

Для цитирования: Малеева Е.А., Бельснер О.А., Крицкий О.Л. Формирование портфеля ценных бумаг с использованием предельной величины риска // Финансы и кредит. — 2018. — Т. 24, № 12. — С. 2708 — 2720.
https://doi.org/10.24891/fc.24.12.2708

Введение

Широко известная классическая модель Марковица вот уже более полувека активно используется инвесторами при формировании портфеля и при принятии решений о его управлении[1]. Наряду с очевидными достоинствами подход Марковица не лишен и

[*] Работа выполнена в рамках Программы повышения конкурентоспособности ТПУ.

[1] *Шарп У., Александер Г., Бейли Дж.* Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2001. 1028 с.; *Крицкий О.Л., Бельснер О.А.* Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36. С. 35—40.

недостатков. Во-первых, расчет долей портфеля зависит только от текущих значений параметров, характеризующих его активы, независимо от того, будут они изменяться или нет. Поэтому резкий рост (падение) цен акций ведет к резкому изменению долей такого портфеля при переформировании. Во-вторых, невозможно построить портфель ценных бумаг при структурном изменении фондового рынка, когда долгое падение цен сменяется устойчивым ростом: ретроспективные приращения цен отрицательны, а небольшое число растущих котировок не позволяет сформировать портфель с положительными долями. Для устранения подобных недостатков вместо использования волатильности ценовых приращений портфеля авторами предлагается перейти к применению так называемой предельной величины риска $VaR_{\alpha}(X_t)$ [1, 2]:

$$VaR_{\alpha}(X_t)=inf\{x\in\Re, P(X_t<x)\geq\alpha\}, \quad (1)$$

где X_t — случайная величина, характеризующая инвестиционный доход в будущем;

α — заданное пороговое значение;

$F(x)=P(X_t<x)$ — функция распределения X_t.

Если $F(x)$ всюду непрерывна и строго монотонно возрастает, то $F(x)$ имеет обратную функцию и выражение (1) приобретает более простой вид:

$$VaR_{\alpha}(X_t)=F^{-1}(\alpha).$$

Использование показателя $VaR_{\alpha}(X_t)$, или коротко *VaR*, играет важную роль при управлении капиталом во всех секторах экономики, но особенно в банковской и финансовой сфере. Его внедрению способствовало создание Базельского комитета по банковскому надзору и введение законодательных регулирующих соглашений между центральными банками ведущих десяти стран мира G-10 (Basel I, Basel II, Basel III, см. более подробно[2]).

В настоящее время имеется большое количество методик оценивания и вычисления $VaR_{\alpha}(X_t)$. Условно их можно разделить на три категории: 1) параметрические (различные комбинации методов ARMA(p,q) и GARCH(p,q) [3]); 2) непараметрические (метод исторического моделирования [4, ф. (7), (9)]); 3) полупараметрические (модель условной авторегрессии CAViAR [5]).

Несмотря на широкое применение VaR в качестве меры риска, его использование для создания оптимального по соотношению «доходность/риск» портфеля все еще не имеет общепринятой методологии. Так, в [3, ф. (6.9)] для построения оптимального портфеля с учетом VaR выбирается функция, зависящая от потерь при инвестировании и неприятия риска инвестора. В [4] авторы вычисляют различные комбинированные меры риска портфеля и выбирают наилучший вариант для конкретных исторических данных, проводя двухэтапную оптимизацию. В [6, 7] формулируется несколько оптимизационных задач: 1) максимизация доходности портфеля с учетом ограничения уровня VaR_{α}; 2) минимизация квантильной функции с учетом ограничения уровня доходности портфеля. В [6] оптимальное решение находится методами смешанного линейного целочисленного программирования, а в [7] вычисляется почти оптимальное решение.

Использование предельной величины риска при формировании портфеля усложняется ввиду ее вероятностной природы, сильно зависящей от распределения анализируемых данных, а также из-за некогерентности этой меры риска[3] в произвольном случае, когда суммарная предельная величина риска изменения стоимости портфеля превосходит сумму *VaR* изменений цен каждого актива. Кроме того, отсутствует выпуклость оптимизируемой при расчете долей портфеля функции [6, 7], гарантирующей наличие единственного устойчивого к возмущениям (вычислительным ошибкам) экстремума. Именно поэтому при формировании портфеля некоторые исследователи выбирают другие

[2] Basel Committee on Banking Supervision. Fundamental Review of the Trading Book. 2nd Consultative Document. Bank for International Settlements, 2013, 127 p.

[3] *Крицкий О.Л., Бельснер О.А.* Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36. С. 35—40.

меры риска, например условную предельную величину $CVaR_\alpha$, или коротко *CVaR*, потому что она когерентна при любом законе распределения вероятности:

$$CVaR_\alpha(X_t)=E\{X_t, X_t<VaR_\alpha(X_t)\}.$$

Так, в [8] в рамках модели Блэка—Литтермана, обобщающей классический алгоритм Марковица, находится явное решение задачи портфельной оптимизации с ограничениями по уровню $CVaR_\alpha$. В [9] в рамках классического подхода Марковица волатильность портфеля заменяется на величину $CVaR_\alpha$, найденную при нормальном законе распределения, и записывается явное аналитическое решение оптимизационной задачи. В [10] ищется минимум целевой функции

$$\Psi(x_1,\ldots,x_N)-\nu\, Risk-(1-\nu)\sum_{i=1}^{N} r_i x_i,$$

где ν — неприятие риска инвестора;

Risk — эмпирическая оценка риска портфеля (по выбору исследователя: или *VaR*, или *CVaR*);

x_i — искомые доли портфеля;

r_i — доходности *i*-ой ценной бумаги;

N — число бумаг в портфеле.

При этом поиск оптимального решения производится «методом фейерверков», когда случайным образом выбираются несколько параметров целевой функции, вычисляется потенциальное решение и определяется значение функционала близости этого решения к оптимальному.

Для расчета долей конструируемого портфеля и решения сопутствующей оптимизационной задачи наряду с одномерными показателями риска используются и многомерные. Ввиду зависимости *VaR* и *CVaR* от функции распределения случайных приращений цен, вместо теоретических распределений авторы работ [11—13] исследуют применимость различных типов копул для оценки рисков и анализируют их влияние на размер долей. В работе [11] рассматриваются *GARCH-EVT*-копула, *ARMA-GARCH-EVT*-копула, а также классы эллипсообразных и архимедовых копул (последние два класса исследуются и в [12]). В [13] подбираются эмпирические копулы.

В работах [14—16] меры риска *VaR* и *CVaR* используются для формулирования и решения задач многоцелевой портфельной оптимизации для просчета инвестиционных сценариев.

Несмотря на кажущуюся ущербность методологии применения предельной величины риска *VaR* при формировании оптимального рискового портфеля, в настоящей работе мы будем использовать именно данный показатель. В первую очередь это связано с общей сложностью решения задач оптимизации с применением квантильных мер риска, потому что даже в случае простой замены волатильности портфеля на показатель *VaR* в модели Марковица алгоритм поиска решения экспоненциально усложняется по числу арифметических операций [6]. Далее при нормальном (в общем случае эллиптическом) законе распределения приращений цен активов величина *VaR* становится когерентной мерой риска[4] [3], а оптимизационная задача с учетом *VaR* превращается в классическую задачу Марковица [3]. Наконец, для оценки *VaR* можно использовать непараметрические алгоритмы, например метод исторического моделирования, а для вычисления *CVaR* всегда необходимо качественно подбирать функцию распределения [17].

Основные положения

Выберем на финансовом рынке *K* рисковых активов. Пусть x_i — случайная величина, отвечающая за доходность портфеля в момент времени i, $1 \leqslant i \leqslant T$, где T — момент его времени формирования. Пусть $F(x)$ — функция распределения для x_i. Пусть R_j — случайная величина, представляющая собой относительную доходность актива j, $1 \leqslant j \leqslant K$, λ_j — его доля в конструируемом

[4] *Крицкий О.Л., Бельснер О.А.* Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36. С. 35—40.

портфеле, r_{ij} — наблюдаемая доходность R_j в момент времени i, $1 \leqslant i \leqslant T$, $r_{min} = \min_{i,j} \{r_{ij}\}$ — минимальный уровень доходности для всех составляющих портфель ценных бумаг. Пусть α — квантиль, фиксирующий допустимый уровень риска *VaR* согласно выражению (1). Наконец, пусть r_{VaR} — относительная доходность портфеля, задаваемая его управляющим.

Рассмотрим задачу формирования оптимального портфеля с ограничением по величине риска *VaR*, фиксированной на уровне α. Тогда наблюдаемая доходность портфеля будет равна:

$$x_i = \sum_{j=1}^{K} \lambda_j r_{ij}.$$

Не будем делать никаких дополнительных предположений о функциях распределения для относительных доходностей активов. Для получения оценки *VaR* воспользуемся методом исторического моделирования [4], чтобы не останавливаться на выходящем за рамки настоящего исследования вопросе о подборе наилучшего закона распределения для значений R_j.

Задачу формирования портфеля с учетом *VaR* сформулируем следующим образом (метод Бенати—Рицци) [6]:

$$\max_{\lambda, x, y} \sum_{i=1}^{T} p_i x_i; \tag{2}$$

$$x_i = \sum_{j=1}^{K} \lambda_j r_{ij}, 1 \le i \le T; \tag{3}$$

$$x_i \ge r_{min} + (r_{VaR} - r_{min}) y_i, 1 \le i \le T; \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{T} p_i (1 - y_i) \le \alpha; \tag{5}$$

$$y_i \in \{0,1\}, 1 \le i \le T;$$

$$\sum_{j=1}^{K} \lambda_j = 1, \lambda_j \ge 0, \tag{6}$$

где p_i — вероятность появления реализации x_i в серии эмпирических наблюдений, $1 \leqslant i \leqslant T$.

Заметим, что переменные y_i в (6) являются бинарными, принимающими только нулевые или единичные значения. Это необходимо для правильного ограничения предельного уровня риска портфеля в (5): каждый раз, когда x_i становится меньше r_{VaR}, мы полагаем y_i равным нулю. Следовательно, в (4) производится суммирование только тех вероятностей p_i, для которых наблюдаемая доходность x_i будет меньше *VaR*. Если же в (5) результат суммирования становится больше α, то портфель превращается в нереализуемый.

Поиск решения задачи (2)—(6) усложнен экспоненциальной вычислительной сложностью используемого для решения алгоритма смешанного целочисленного линейного программирования [6], так как для целочисленных переменных y_i, $1 \leqslant i \leqslant T$, существует 2^T различных состояний для перебора. Поэтому в настоящей работе решение задачи (2)—(6) было реализовано с помощью специализированного пакета программного обеспечения («решателя») IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.8.

В случае отсутствия специализированного программного обеспечения поиск целочисленного решения задачи (2)—(6) может быть осуществлен любым известным математическим алгоритмом, например методом Данцига—Манна или методом Бендерса[5].

Результаты численных расчетов

Построим портфель П1, состоящий из высоколиквидных акций российских компаний, входящих в индекс ММВБ-10, методом Бенати—Рицци. В качестве исходных данных используем котировки компаний ПАО «Аэрофлот», ПАО «Авиакомпания АЛРОСА», ПАО «Банк ВТБ», ПАО «Газпром», ПАО «ГМК Норильский никель», ПАО «Лукойл», ПАО «Магнит», ПАО «МосБиржа», ПАО «НК Роснефть», ПАО «Сбербанк», взятые за период с 3 января 2017 г. по 29 декабря 2017 г., T = 252 торговых дня.

[5] *Кофман А., Анри-Лабордер А.* Методы и модели исследования операций. Целочисленное программирование. М.: Мир, 1977. 432 с.

Выберем уровень предельной величины риска *VaR* равным 0,95 и найдем решение задачи (2)—(6) «решателем» IBM CPLEX. Рассчитанные доли ценных бумаг в оптимальном портфеле П1 приведем в *табл. 1*.

Наблюдаемая доходность портфеля П1 на момент его формирования 29 декабря 2017 г. составила 95% годовых, что превосходит доходность индекса ММВБ-10 за этот же период (она достигла уровня –23,04% годовых).

Используя те же исторические данные, рассчитаем доли в другом портфеле П2 по классическому методу Марковица[6] и сравним их с результатом для П1. При этом для П2 зададим уровень волатильности σ (или допустимый уровень финансового риска) равным 20% годовых.

Оказалось, что портфель П2 будет состоять только из обыкновенных акций ПАО «ГМК Норильский никель» с долей 0,26 и ПАО «Сбербанк» с долей 0,74. Наблюдаемая доходность данного портфеля на момент его формирования составила 30% годовых.

Динамику стоимостей портфелей П1, П2 за первые пять месяцев 2018 г. (с 3 января по 28 мая 2018 г.) приведем на *рис. 1*.

Из *рис. 1* следует, что для портфеля П1 требуется меньше начальных инвестиционных вложений, чем для портфеля П2. При этом индексное инвестирование является наиболее ресурсоемким, требующим до 1,7 раза больше денежных средств, чем начальные вложения в П1, и до 1,4 раза больше, чем первоначальные вложения в П2.

Нормируем размер начального капитала таким образом, чтобы его размер для рассматриваемых портфелей П1, П2 совпадал. Это позволит сравнить ценовую динамику двух портфелей в случае резкого роста или падения котировок входящих в него акций (*рис. 2*) и выявить портфель с наименьшими инвестиционными потерями.

Как следует из *рис. 2*, портфель П1 менее чувствителен к слабым флуктуациям (до 4%) на падающем рынке (1-й —65-й торговые дни) и проигрывает П2 в стоимости. В то же время при резком падении котировок (66-й торговый день) или на растущем рынке (67-й — 99-й торговые дни) стоимость П1 превосходит стоимость П2. Это обусловлено тем, что при медленном падении рынка скорость изменения показателя *VaR* как квантильной меры риска ниже, чем скорость изменения волатильности σ как меры риска в методе Марковица.

Заметим, что при формировании портфеля в моменты роста рынка показатель *VaR* не учитывает ретроспективные отрицательные доходности портфеля, как это происходит в методе Марковица, что позволяет включить в портфель высокорисковые акции с более высоким весом.

Для оценки рискованности пассивного управления портфелями П1 и П2 в течение первых пяти месяцев 2018 г. рассчитаем выборочные бета-коэффициенты:

$$\bar{\beta}=\frac{cov(R_\pi, R)}{\sigma(R)},$$

где R_π — относительная доходность портфеля (П1 или П2);

R — относительная доходность индекса ММВБ-10;

$\sigma(R)$ — выборочное стандартное отклонение индекса.

Динамика изменения $\bar{\beta}$ для портфелей П1, П2 приведена на *рис. 3*.

Хорошо известно, что случай $\bar{\beta}=1$ соответствует рыночному уровню риска[7], то есть риск владения сформированным портфелем совпадает с риском инвестирования в индексный портфель. Если $\bar{\beta}>1$, то риск портфельных инвестиций выше среднерыночного уровня, если $\bar{\beta}<1$, то ниже. По результатам анализа данных на *рис. 3* можно сделать вывод о том, что до

[6] *Крицкий О.Л., Бельснер О.А.* Оптимизация портфеля финансовых инструментов // Финансы и кредит. 2013. № 36. С. 35—40.

[7] *Шарп У., Александер Г., Бейли Дж.* Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2001. 1028 с.

65-го торгового дня с момента создания П1 обладает более высоким риском, чем П2 и чем индексный портфель ММВБ-10. Однако в период с 66-го по 99-й торговые дни (резкое падение и последующая коррекция фондового рынка) портфель П2 обходит П1 по уровню риска. В целом П1 — более рисковый портфель, чем П2 и индексный.

На *рис. 4* приведена динамика изменения стоимости портфеля П1 и предельной величины риска $VaR_{0,95}$, вычисленной методом исторического моделирования, за первые пять месяцев 2018 г. Численные расчеты позволили обнаружить семь пробитий уровня $VaR_{0,95}$, что составило 7,1% случаев от общего числа торговых дней за рассмотренный период, или 18,1% случаев в годовом исчислении (при 252 торговых днях). Такой уровень риска сопоставим с выбранным уровнем волатильности $\sigma = 20\%$ в модели Марковица. Следовательно, портфель П1 потенциально приносит больший доход по сравнению с портфелем П2 при одинаковом профиле риска.

Инвестиционная эффективность П1 подтверждается также наблюдаемыми значениями выборочных альфа-коэффициентов, вычисленных как разность между средней доходностью для П1 и произведением $\bar{\beta}$ на среднюю доходность индекса ММВБ-10. Расчеты показали, что в течение первых пяти месяцев 2018 г. их значения изменялись от -10^{-3} до $2x10^{-3}$, что, как известно, соответствует уровню рыночной доходности индексного портфеля акций.

Реализованная доходность за период с 3 января по 28 мая 2018 г. для индекса ММВБ-10 составляет 13,88% годовых, для портфеля П2 она доходит до уровня –4,1% годовых, для портфеля П1 доходность достигает –1,21% годовых.

Выводы

Показано, что представленная модель (2)—(6) формирования портфеля с учетом предельной величины риска позволяет уменьшить начальные инвестиционные вложения, ослабить влияние резких падений фондового рынка на стоимость портфеля, увеличить реализованную доходность инвестиций при сопоставимом по сравнению с классической методологией Марковица уровне риска. Использование метода Бенати—Рицци удобно для создания широкого спектра инвестиционных портфелей для массового неквалифицированного инвестора с различным профилем неприятия риска.

Таблица 1
Состав оптимального портфеля, построенного методом Бенати—Рцци

Table 1
A structure of the optimal portfolio composed by Benati–Rizzi method

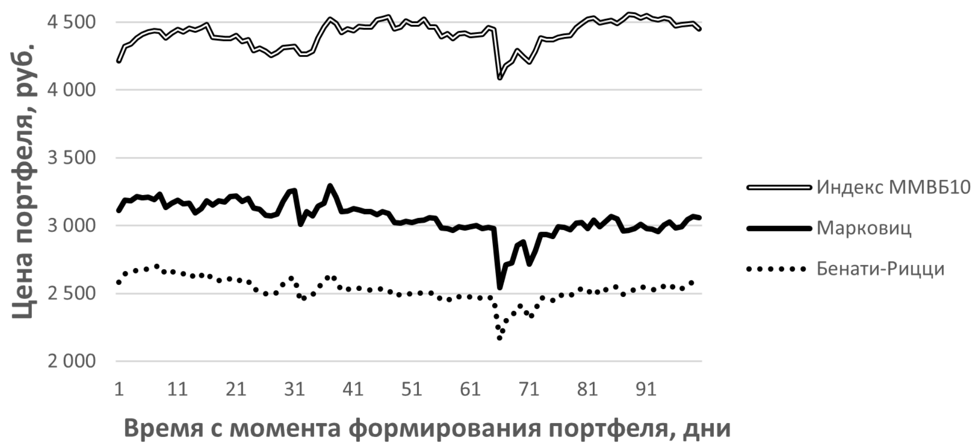
Состав	ПАО «Аэрофлот»	ПАО «Газпром»	ПАО «ГМК «Норильский никель»	ПАО «Лукойл»	ПАО «Магнит»	ПАО «Сбербанк»
Доли	0,15	0,37	0,16	0,11	0,05	0,16

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Рисунок 1
Динамика стоимости построенных портфелей и индекса ММВБ-10

Figure 1
The price dynamics of the selected portfolios and MICEX 10 Index



Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Рисунок 2
Динамика приведенной стоимости портфелей, построенных различными методами

Figure 2
Dynamics of the performed portfolio prices built by different methods

Источник: авторская разработка

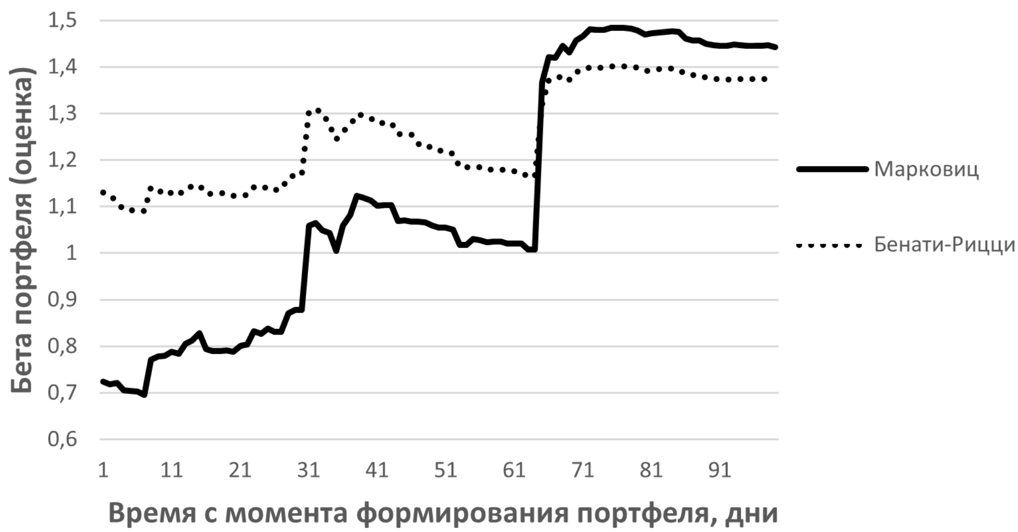
Source: Authoring

Рисунок 3

Динамика статистических оценок бета-коэффициентов за первые пять месяцев 2018 г.

Figure 3

Dynamics of statistical estimates of beta coefficients for the first five months of 2018



Источник: авторская разработка

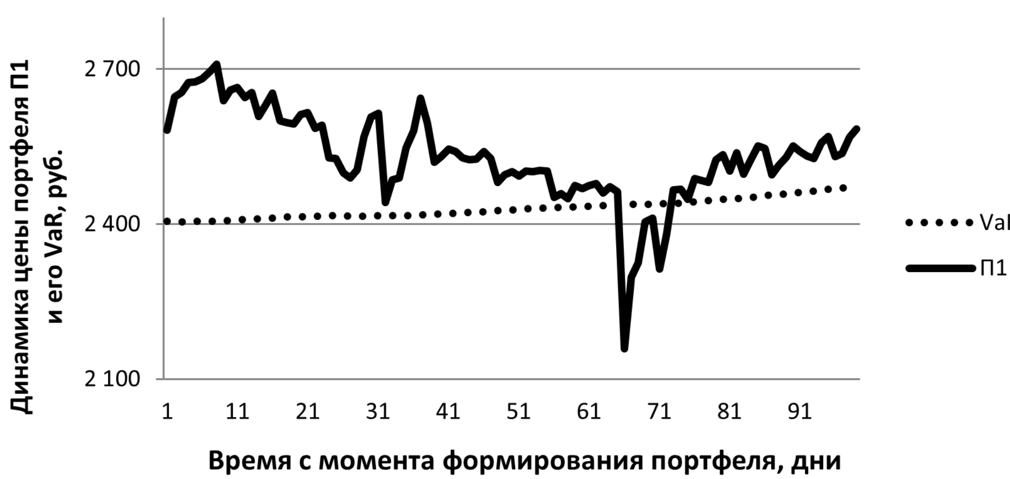
Source: Authoring

Рисунок 4

Динамика стоимости портфеля П1 и его предельной величины $VaR_{0,95}$ за первые пять месяцев 2018 г.

Figure 4

Price dynamics of P1 portfolio and its $VaR_{0.95}$ margin for the first five months of 2018



Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. *Artzner Ph., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D.* Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 1999, vol. 9, iss. 3, pp. 203–228. URL: https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068

2. *Крицкий О.Л., Ульянова М.К.* Определение многомерного финансового риска портфеля акций // Прикладная эконометрика. 2007. № 4. С. 3—17. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-mnogomernogo-finansovogo-riska-portfelya-aktsiy

3. *McNeil A.J., Frey R., Embrechts P.* Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools. Princeton University Press, 2015, 720 p.

4. *Бронштейн Е.М., Тулупова Е.В.* О параметрах комбинированных квантильных мер риска при формировании портфелей ценных бумаг // Современная экономика: проблемы и решения. 2014. № 5. С. 16—30. URL: http://www.auditfin.com/fin/2014/3/fin_2014_31_rus_03_01.pdf

5. *Engle R.F., Manganelli S.* CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2004, vol. 22, iss. 4, pp. 367–381. URL: https://doi.org/10.1198/073500104000000370

6. *Benati S., Rizzi R.* A Mixed Integer Linear Programming Formulation of the Optimal Mean/Value-at-Risk Portfolio Problem. *European Journal of Operational Research*, 2007, vol. 176, iss. 1, pp. 423–434. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.07.020

7. *Babat O., Vera J.C., Zuluaga L.F.* Computing Near-Optimal Value-at-Risk Portfolios Using Integer Programming Techniques. *European Journal of Operational Research*, 2018, vol. 266, iss. 1, pp. 304–315. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.09.009

8. *Pang T., Karan C.* A Closed-form Solution of the Black–Litterman Model with Conditional Value at Risk. *Operations Research Letters*, 2018, vol. 46, iss. 1, pp. 103–108. URL: https://doi.org/10.1016/j.orl.2017.11.014

9. *Yoshida Y.* An Optimal Process for Average Value-at-Risk Portfolios in Financial Management. In: Applied Physics, System Science and Computers. *APSAC 2017, Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2018, vol. 428, pp. 101–107. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-53934-8_12

10. *Zhang T., Liu Z.* Fireworks Algorithm for Mean-VaR/CVaR Models. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2017, vol. 483, pp. 1–8. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.036

11. *Sahamkhadam M., Stephan A., Östermark R.* Portfolio Optimization Based on GARCH-EVT-Copula Forecasting Models. *International Journal of Forecasting*, 2018, vol. 34, iss. 3, pp. 497–506. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2018.02.004

12. *Kakouris I., Rustem B.* Robust Portfolio Optimization with Copulas. *European Journal of Operational Research*, 2014, vol. 235, iss. 1, pp. 28–37. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.12.022

13. *Krzemienowski A., Szymczyk S.* Portfolio Optimization with a Copula-Based Extension of Conditional Value-at-Risk. *Annals of Operations Research*, 2016, vol. 237, iss. 1-2, pp. 219–236. URL: https://doi.org/10.1007/s10479-014-1625-3

14. *Pavlou A., Doumpos M., Zopounidis C.* The Robustness of Portfolio Efficient Frontiers: A Comparative Analysis of Bi-objective and Multi-objective Approaches. *Management Decision*, 2018. URL: https://doi.org/10.1108/MD-02-2018-0129

15. *Najafi A.A., Mushakhian S.* Multi-stage Stochastic Mean–Semivariance–CVaR Portfolio Optimization under Transaction Costs. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, vol. 256, pp. 445–458. URL: https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.01.050

16. *Lwin K.T., Qu R., MacCarthy B.L.* Mean-VaR Portfolio Optimization: A Nonparametric Approach. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 260, iss. 2, pp. 751–766. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.005

17. *Lotfi S., Zenios S.A.* Robust VaR and CVaR Optimization under Joint Ambiguity in Distributions, Means, and Covariances. *European Journal of Operational Research*, 2018, vol. 269, iss. 2, pp. 556–576. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.003

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

pISSN 2071-4688
eISSN 2311-8709

Securities Market

SECURITIES PORTFOLIO SELECTION USING THE RISK MARGIN

Ekaterina A. MALEEVA[a,•], Ol'ga A. BEL'SNER[b], Oleg L. KRITSKII[c]

[a] National Research Tomsk Polytechnic University (TPU), Tomsk, Russian Federation
eam21@tpu.ru
ORCID: not available

[b] National Research Tomsk Polytechnic University (TPU), Tomsk, Russian Federation
belsner@tpu.ru
ORCID: not available

[c] National Research Tomsk Polytechnic University (TPU), Tomsk, Russian Federation
olegkol@tpu.ru
https://orcid.org/0000-0002-9158-7905

• Corresponding author

Article history:
Received 13 September 2018
Received in revised form
27 September 2018
Accepted 11 October 2018
Available online
24 December 2018

JEL classification: G11, G32

Keywords: risk margin, portfolio management, Benati-Rizzi method, Markowitz method

Abstract

Subject The article considers the issues of securities portfolio building, using the risk margin value, or Value-at-Risk (VaR) measure.

Objectives The article aims to study the impact of risk margin on the amount of total capital and the optimal portfolio allocation. It is necessary to update the classical approach of Markowitz and adapt it to the current requirements in the banking and financial spheres.

Methods For the study, we used the Benati–Rizzi methodology and the mixed-integer linear programming algorithm.

Results We offer our own portfolio selection model taking into account the risk margin value. The article shows the portfolios selected according to the classical algorithm of Markowitz and taking into account the VaR constraints, as well as the results of comparison of the yield and value of two portfolios composed of the shares included in the MICEX 10 Index. The article also shows the results of calculating the risk and yield of passive portfolio investments.

Conclusions and Relevance The presented model of portfolio selection taking into account the margin risk value helps reduce initial investments, weaken the influence of stock market slump on the portfolio value, and increase the investment ex post return at the risk level comparable to the classical methodology of Markowitz. The use of the Benati-Rizzi method is convenient for creating a wide range of investment portfolios for unsophisticated investors with different risk aversion attitude.

Please cite this article as: Maleeva E.A., Bel'sner O.A., Kritskii O.L. Securities Portfolio Selection Using the Risk Margin. *Finance and Credit*, 2018, vol. 24, iss. 12, pp. 2708–2720.
https://doi.org/10.24891/fc.24.12.2708

Acknowledgments

The study was grant-supported within the framework of the National Research Tomsk Polytechnic University (TPU) Competitiveness Enhancement Program.

References

1. Artzner Ph., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent Measures of Risk. *Mathematical Finance*, 1999, vol. 9, iss. 3, pp. 203–228. URL: https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068

2. Kritskii O.L., Ul'yanova M.K. [Assessment of Multivariate Financial Risks of a Stock Share Portfolio]. *Prikladnaya ekonometrika = Applied Econometrics*, 2007, no. 4, pp. 3–17. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/opredelenie-mnogomernogo-finansovogo-riska-portfelya-aktsiy (In Russ.)

3. McNeil A.J., Frey R., Embrechts P. Quantitative Risk Management. Concepts, Techniques and Tools. Princeton University Press, 2015, 720 p.

4. Bronshtein E.M., Tulupova E.V. [The parameters of the complex quantile risk measures in the forming of portfolios of the securities]. *Sovremennaya ekonomika: problemy i resheniya = Modern Economics: Problems and Solutions*, 2014, no. 5, pp. 16–30. URL: http://www.auditfin.com/fin/2014/3/fin_2014_31_rus_03_01.pdf (In Russ.)

5. Engle R.F., Manganelli S. CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. *Journal of Business and Economic Statistics*, 2004, vol. 22, iss. 4, pp. 367–381. URL: https://doi.org/10.1198/073500104000000370

6. Benati S., Rizzi R. A Mixed Integer Linear Programming Formulation of the Optimal Mean/Value-at-Risk Portfolio Problem. *European Journal of Operational Research*, 2007, vol. 176, iss. 1, pp. 423–434. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2005.07.020

7. Babat O., Vera J.C., Zuluaga L.F. Computing Near-Optimal Value-at-Risk Portfolios Using Integer Programming Techniques. *European Journal of Operational Research*, 2018, vol. 266, iss. 1, pp. 304–315. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.09.009

8. Pang T., Karan C. A Closed-form Solution of the Black–Litterman Model with Conditional Value at Risk. *Operations Research Letters*, 2018, vol. 46, iss. 1, pp. 103–108. URL: https://doi.org/10.1016/j.orl.2017.11.014

9. Yoshida Y. An Optimal Process for Average Value-at-Risk Portfolios in Financial Management. In: Applied Physics, System Science and Computers. *APSAC 2017, Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2018, vol. 428, pp. 101–107. URL: https://doi.org/10.1007/978-3-319-53934-8_12

10. Zhang T., Liu Z. Fireworks Algorithm for Mean-VaR/CVaR Models. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2017, vol. 483, pp. 1–8. URL: http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2017.04.036

11. Sahamkhadam M., Stephan A., Östermark R. Portfolio Optimization Based on GARCH-EVT-Copula Forecasting Models. *International Journal of Forecasting*, 2018, vol. 34, iss. 3, pp. 497–506. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2018.02.004

12. Kakouris I., Rustem B. Robust Portfolio Optimization with Copulas. *European Journal of Operational Research*, 2014, vol. 235, iss. 1, pp. 28–37. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.12.022

13. Krzemienowski A., Szymczyk S. Portfolio Optimization with a Copula-Based Extension of Conditional Value-at-Risk. *Annals of Operations Research*, 2016, vol. 237, iss. 1-2, pp. 219–236. URL: https://doi.org/10.1007/s10479-014-1625-3

14. Pavlou A., Doumpos M., Zopounidis C. The Robustness of Portfolio Efficient Frontiers: A Comparative Analysis of Bi-objective and Multi-objective Approaches. *Management Decision*, 2018. URL: https://doi.org/10.1108/MD-02-2018-0129

15. Najafi A.A., Mushakhian S. Multi-stage Stochastic Mean–Semivariance–CVaR Portfolio Optimization under Transaction Costs. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, vol. 256, pp. 445–458. URL: https://doi.org/10.1016/j.amc.2015.01.050

16. Lwin K.T., Qu R., MacCarthy B.L. Mean-VaR Portfolio Optimization: A Nonparametric Approach. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 260, iss. 2, pp. 751–766. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.01.005

17. Lotfi S., Zenios S.A. Robust VaR and CVaR Optimization under Joint Ambiguity in Distributions, Means, and Covariances. *European Journal of Operational Research*, 2018, vol. 269, iss. 2, pp. 556–576. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.02.003

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.