

МЕТОДЫ ТЕОРИИ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ В КРЕДИТНОМ СКОРИНГЕ

Елена Сергеевна ВОЛКОВА^{a,*}, Владимир Борисович ГИСИН^b,
Владимир Игоревич СОЛОВЬЕВ^c^a кандидат физико-математических наук, доцент департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация
EVolkova@fa.ru^b кандидат физико-математических наук, профессор департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация
VGisin@fa.ru^c доктор экономических наук, профессор, руководитель департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Российская Федерация
VSoloviev@fa.ru

* Ответственный автор

История статьи:

Получена 04.07.2017

Получена в доработанном виде 09.08.2017

Одобрена 24.08.2017

Доступна онлайн

28.09.2017

УДК 519.226

JEL: C38, C55, D81

Ключевые слова:

кредитный скоринг, машинное обучение, нечеткие множества, нечеткая логика, нечеткий вывод

Аннотация**Предмет.** В ряде случаев риск принятия решений может быть связан с неопределенностью, в основе которой лежат явления, не подчиняющиеся вероятностным закономерностям. Для моделирования неопределенности такого рода используются методы теории нечетких множеств. Они нашли свое применение и в кредитном скоринге. В сочетании с классическими методами они позволяют строить гибкие и эффективные модели. В статье приводится обзор современного состояния исследований, связанных с применением теории нечетких множеств и нечеткой логики в задачах кредитного скоринга.**Цели.** Описание и классификация конструкций теории нечетких множеств и нечеткой логики, применяемых в современных моделях кредитного скоринга.**Методология.** Изучение актуальных научных публикаций по теме статьи, представленных в Google Scholar.**Результаты.** Представлено описание и анализ основных методов теории нечетких множеств, применяемых в кредитном скоринге.**Выводы.** Применение нечетких множеств и нечеткой логики в моделях кредитного скоринга позволяет строить гибкие модели, допускающие естественную и понятную интерпретацию. Перспективным представляется направление, связанное с использованием систем нечеткого логического вывода.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2017

Для цитирования: Волкова Е.С., Гисин В.Б., Соловьев В.И. Методы теории нечетких множеств в кредитном скоринге // Финансы и кредит. – 2017. – Т. 23, № 35. – С. 2088 – 2106.
<https://doi.org/10.24891/fc.23.35.2088>**Введение**В статье «Современные подходы к применению методов интеллектуального анализа данных в задаче кредитного скоринга»¹, был представлен обзор работ по указанному направлению в целом.¹ Волкова Е.С., Гисин В.Б., Соловьев В.И. Современные подходы к применению методов интеллектуального анализа данных в задаче кредитного скоринга // Финансы и кредит. 2017. Т. 23. № 34. С. 2044–2060.

В настоящей статье более детально анализируются работы, в которых существенную роль играют методы теории нечетких множеств и, в частности, нечеткая логика.

Большинство публикаций, связанных с применением нечетких множеств и нечеткой логики к решению задач кредитного скоринга, посвящено

разработке эффективных алгоритмов, их апробации и сравнению с другими алгоритмами.

В работах, где основой является метод опорных векторов, нечеткие множества играют вспомогательную роль, например в трудах А. Чаудхури с соавторами [1], Б. Йи и Дж. Жу [2], Дж. Ши и Б. Ксу [3].

Определяющую роль нечеткие множества приобретают в тех работах, которые ориентированы на использование системы решающих правил. Здесь можно выделить два направления. К первому относятся труды, в которых построение систем правил производится экспертным путем, как в работах Ц. Ксинху и К. Джонга [4], Н. Лукашевича [5], Н.Н. Горлушкиной и Е.В. Шина [6], С. Маммадли [7], или путем несложного эвристического алгоритма, как в исследованиях И. Ву с соавторами [8], Ю. Абдулрахмана с соавторами [9].

К этим работам примыкают труды, в которых методы теории нечетких множеств используются для ранжирования признаков и, затем, для построения правил вывода. Используются методы многокритериального принятия решений (см. работу С. Садатрасаула с соавторами [10]), коллективного принятия решений (Л. Ю с соавторами [11]), в частности, метод нечетких иерархий (З. Че с соавторами [12], Дж. Игнатиус с соавторами [13]).

Ко второму направлению относятся исследования, в которых построение самой системы правил и ее совершенствование производится на основе обучения.

Научной проблематике в этой области с точки зрения теории (извлечение знаний, обработка больших объемов данных) посвящена монография Е. Лугхофера [14]. В работе Г. Боске с соавторами [15] дается обзор реализованных прикладных разработок.

Основные проблемы при построении систем с обучением вызваны извлечением знаний, которое в данном контексте направлено на извлечение правил вывода.

Несколько особняком стоит работа Г. Зенга с соавторами [16]. В ней нечеткие множества используются для решения своеобразной проблемы, связанной с отвергнутыми заемщиками. В обучающих выборках об отвергнутых заемщиках нет информации об их возможной дальнейшей траектории. Вполне вероятно, что некоторые из них оказались бы вполне добросовестными клиентами. При обучении это приводит к смещению оценок в сторону ужесточения. Авторы пытаются решить эту проблему, вводя нечеткие множества «плохих» и «хороших» заемщиков с дробными значениями принадлежности, и проводят обучение на модифицированном наборе данных.

Для извлечения знаний во многих работах применяются различного рода сети, такие как нейронные сети, персептроны, карты Кохонена: С. Пирамиту с соавторами [17], Р. Малхотра и Д. Малхотра [18], Б. Баесенс с соавторами [19, 20], А. Лаха [21], И. Джао с соавторами [22], М. Кашей с соавторами [23], П. Хайек, В. Олей [24].

В работе С. Дерхами и А. Смита [25] система нечетких правил строится на основе решения оптимизационной задачи. Оптимизация ведется по двум параметрам: точность и интерпретируемость.

Своеобразный подход к построению правил вывода применен в работе В. Барадарана и М. Кешаварца [26], где впервые предпринята попытка построить динамическую систему вывода.

Высокую эффективность демонстрируют системы, в которых обучение происходит с помощью генетических и эволюционных алгоритмов. Вероятно, это направление является одним из наиболее перспективных. Применительно к кредитному скорингу это направление получило развитие в первую очередь в работах Ф. Хофмана с соавторами [27–31]. В дальнейшем исследования в этом направлении велись достаточно активно, к примеру, в трудах А. Лахасна с соавторами [32, 33].

Отметим еще одно направление работ, напрямую не связанное с нечеткостью, методы которого используются в том числе и при обучении нечетких систем. Специальные приемы на стадии обучения позволяют существенно повысить эффективность алгоритмов классификации. Эти алгоритмы получили название усиливающих (boosting). Их применение для построения нечетких систем описано в работах Ф. Хофмана [29] и Л. Санчеса и Дж. Отеро [34].

Ряд исследований посвящен сравнительному анализу эффективности различных алгоритмов кредитного скоринга. В большинстве работ обучение и сравнение алгоритмов проводится на канонических наборах данных («Германском» и «Австралийском»), иногда к ним добавляется «Японский» набор данных. Используются и частные наборы.

В работе Н. Нвулу и С. Оройа [35] проведено сравнение метода опорных векторов и нейронных сетей. Последние показали лучший результат. Эта тенденция сохраняется и с использованием нечеткости: нейронные сети демонстрируют лучшие результаты по сравнению с «бесхитростными» алгоритмами, построенными на других принципах (см. работу А. Грейса и С. Вильямса [36]). Эта тенденция – преимущество комбинированных алгоритмов – отмечена также в работе С. Аккоса [37]. Преимущество, как правило, не решающее, например, в работе А. Грейса и С. Вильямса нейронные сети дают 96,89% верных ответов, а методы, основанные на нечетких правилах, – 94,44%. В работе М. Горжалчани и Ф. Рудзинского [38] проведено сравнение 24 методов на трех канонических наборах данных. Основными критериями эффективности выступали точность и скорость. Полученные результаты довольно интересны с технической точки зрения, однако недостаточное внимание к интерпретируемости может осложнить их использование.

В следующих разделах статьи мы более подробно рассмотрим модели кредитного

скоринга, основанные на нечетком выводе. Описанию этих моделей посвящен раздел 1. Одним из перспективных направлений представляется разработка комбинированных моделей, в которых методы нечеткой логики используются вместе с классическим методом опорных векторов. Описание таких моделей содержится в разделе 2.

1. Системы нечетких правил и нейронные сети в моделях кредитного скоринга

Системы кредитного скоринга, основанные на идеях теории нечетких множеств и нейронных сетей, имеют, как правило, следующую структуру. Ядро представляет собой система нечетких правил. Для формирования системы правил могут использоваться нейронные сети. Вообще, часть системы, связанная с формированием правил, оказывается наиболее сложной, трудоемкой. В наиболее простых случаях система правил формируется экспертным путем, а нейронные сети используются для определения оптимальных параметров (функций принадлежности) соответствующих нечетких множеств. В более продвинутых системах, получивших распространение в последнее десятилетие, сама система правил (вместе с параметрами) формируется в процессе обучения системы. Эти подходы получили развитие в рамках общих идей извлечения знаний.

В общих задачах классификации аппарат нейронных сетей и сам по себе (без комбинирования с другими подходами) позволяет получать приемлемые результаты. Однако в задачах кредитного скоринга этого оказывается недостаточно. При использовании нейронных сетей можно добиться высокой точности распознавания, но они не дадут ответа на вопрос о том, как это сделано. Те факты, что модель кредитного скоринга должна объяснять, чем «хороший» заемщик отличается от «плохого», а из моделей должны исключаться переменные, не имеющие содержательной интерпретации, отмечались еще на заре построения таких систем

в 1980-е гг. Дополнительную мотивировку этому тезису придали классики теории применения машинного обучения и извлечения знаний в кредитном скоринге, см. работы Б. Баесенса и соавторов [19, 20].

По форме представления и способу использования логических правил различаются системы логического вывода, основанные на модели Такаджи–Сугено, и системы, основанные на модели Мамдани.

1.1. Модели Такаджи–Сугено

Системы, основанные на моделях Такаджи – Сугено, получили развитие в рамках так называемых нечетких адаптивных сетей (FAN – Fuzzy Adaptive Network), см. работу И. Джиао [22]. В задачах кредитного скоринга нечеткие адаптивные сети применяются опосредованно, в первую очередь для составления кредитного рейтинга.

Нечеткая адаптивная система представляет собой пятислойную сеть. В узлах первого слоя содержатся функции принадлежности нечетких множеств A_{jk} , используемых в правилах вывода. Нечеткие множества A_{jk} представляют собой треугольные или трапециевидные нечеткие числа, задаваемые, соответственно, тройкой или четверкой параметров. В узлах второго слоя для каждого правила (R_j) происходит конъюнктивное агрегирование значений функций принадлежности $\mu_{A_{jk}}(x_k)$ и вычисляются коэффициенты γ_j . В узлах третьего находятся коэффициенты линейных функций $f_j(x_1, \dots, x_n)$. В пятом слое вычисляется выходное значение (рис. 1).

Для настройки системы проводится обучение. В процессе обучения происходит подбор подходящих значений параметров. Изменение параметров происходит в узлах первого и четвертого слоев.

Эффективными в вычислительном отношении оказываются те системы, в которых в качестве нечетких множеств используются симметричные треугольные

нечеткие числа. Симметричное треугольное нечеткое число задается парой чисел a, e , где a – модальное значение, а $e > 0$ – ошибка. Носителем числа служит промежуток $[a - e; a + e]$.

В процессе вычислений коэффициенты линейных уравнений в слое (IV) считаются симметричными треугольными нечеткими числами с модальным значением r_{jk} и ошибкой ρ_{jk} . С учетом этого на выходе получается симметричное треугольное нечеткое число с модальным значением

$$\hat{y} = \sum_j \sum_{k=0}^n w_j r_{jk} x_k, \quad \text{где } x_0 = 1, \text{ и ошибкой}$$

$$\hat{e} = \sum_j \sum_{k=0}^n w_j \rho_{jk} x_k.$$

Будем использовать верхний индекс i для обозначения номера объекта из обучающей выборки. Для оценки качества работы сети используется средняя квадратичная ошибка

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \left[(y^{(i)} - \hat{y}^{(i)})^2 + (\hat{e}^{(i)})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\},$$

где N – число объектов в обучающей выборке, а $y^{(i)}$ – «правильное» выходное значение для объекта i .

Обучение сети проходит по двум направлениям. Во-первых, параметры, задающие нечеткие множества A_{jk} , оптимизируются путем обратного распространения ошибки E . Оптимальные значения коэффициентов r_{jk} линейных функций f_i вычисляются путем решения задачи линейного программирования:

$$\sum_j \sum_{k=0}^n w_j \rho_{jk} x_k \rightarrow \min$$

при выполнении следующих линейных ограничений:

$$\rho_{jk} \geq 0 \quad \text{для всех } j, k;$$

$$\hat{y}^{(i)} - (1 - \alpha) \hat{e}^{(i)} \leq y^{(i)} \leq \hat{y}^{(i)} + (1 - \alpha) \hat{e}^{(i)} \quad \text{для}$$

всех i , где $\alpha \in [0; 1]$ – число, задающее уровень доверия (часто используется $\alpha = 0$).

Нечеткие множества A_{jk} задаются, как правило, с помощью лингвистических модификаторов. На области значений показателя x_k задается несколько промежутков (обычно 3, 5, 7 или 9) в соответствии с интенсивностью проявления свойства. Например, на множестве значений годового дохода могут быть выделены такие нечеткие множества, как «очень высокий», «высокий», «средний», «низкий», «очень низкий».

Чтобы не перегружать текст техническими деталями, приведем простой пример применения нечеткой адаптивной системы. Рассмотрим задачу оценки допустимого размера кредита, выдаваемого заемщику. Входными величинами служат:

x_1 – кредитный скоринг по методу FICO (Fair, Isaac and Company);

x_2 – экспертная оценка.

Переменная x_1 принимает значения в промежутке от 375 до 900. В этом множестве выделяются три нечетких подмножества предикатами H (high), A (average) и L (low). Переменная x_2 принимает значения в промежутке от 1 до 7. В этом множестве также выделяются три нечетких подмножества предикатами P (positive), U (neutral) и N (negative). По числу различных комбинаций база содержит девять правил:

$(R_1) IF L(x_1) \wedge N(x_2)$
 $THEN (Y_1 = r_{10} + r_{11}x_1 + r_{12}x_2);$

...

$(R_9) IF H(x_1) \wedge P(x_2)$
 $THEN (Y_9 = r_{90} + r_{91}x_1 + r_{92}x_2).$

Результаты расчетов по подобной схеме после обучения на реальном материале приведены в работе И. Джиао с соавторами [22].

1.2. Модели Мамдани

Модели Мамдани в большей степени приспособлены для категориальных решений и потому чаще используются

в моделях кредитного скоринга. Считается, что одно из преимуществ применения нечетких методов состоит в том, что они, обеспечивая приемлемую эффективность, позволяют формулировать правила принятия решений в лингвистических терминах, допускающих сравнительно простую интерпретацию. Естественность и простота интерпретации на самом деле зависит от типа генерируемых правил.

С этой точки зрения принято различать два типа нечетких систем: дескриптивные и аппроксимационные. В дескриптивных нечетких системах нечеткие множества и их функции принадлежности ассоциированы с терминами, близкими к естественному языку. В аппроксимационных системах каждое правило использует свои функции принадлежности, определяемые локально. Каждая из систем имеет свои достоинства и недостатки (Ф. Хофман с соавторами [30]).

В дескриптивной базе знаний правила вывода оперируют с общим набором нечетких множеств, на которые они ссылаются с помощью лингвистических терминов. Как правило, на области значений переменной формируются подмножества, отвечающие легко воспринимаемым и интуитивно ясным терминам: «малый», «средний», «большой». Аппроксимационные правила обеспечивают, вообще говоря, более высокую точность, но более сложны для содержательной интерпретации. Например, в работе А. Грейса и С. Вильямса [36] проведено сравнение эффективности систем кредитного скоринга, основанных на нейронных сетях и на системе нечеткого вывода (модель Мамдани). Нейронные сети показали более высокую эффективность (это характерно и для других работ, например исследования Н. Нвулу и С. Оройа [35]), в среднем на 2%. В то же время применявшаяся база правил использовала всего восемь переменных, и на шкалах выделялись по три значения (high, low, moderate). Таким образом, база

содержала 24 правила вывода и допускала простую содержательную интерпретацию.

Для обучения нечетких систем и формирования базы знаний используют импульсные (boosting) алгоритмы, генетические алгоритмы, эволюционные алгоритмы и комбинации этих алгоритмов. Использование импульсных схем обучения практически не зависит от того, строится ли дескриптивная или аппроксимационная система. В то же время тип системы существенно влияет на генетическое представление правил и тип алгоритма оптимизации. В дескриптивной системе число правил вывода конечно, выделение оптимального правила может рассматриваться как задача дискретной оптимизации, которую можно решать, применяя генетические алгоритмы. При построении аппроксимационной системы формируются линейные функции, непрерывно зависящие от параметров. В этом случае для оптимизации используются эволюционные стратегии. Главное отличие генетических алгоритмов и эволюционных стратегий состоит в генетическом представлении решения-кандидата. Генотип в эволюционной стратегии представляет собой вектор с действительными координатами, в то время как генетические алгоритмы работают с популяцией бинарных векторов. Это отличие достаточно существенное, хотя и не принципиальное. Более принципиально то, что в эволюционных процессах главный источник движения в направлении оптимального решения – мутации.

В генетических алгоритмах мутации играют второстепенную роль. Здесь на первый план выходит рекомбинация генов при скрещивании, которая первоначально вообще не применялась в эволюционных алгоритмах. Применение генетических алгоритмов и их модификаций повышает эффективность систем кредитного скоринга, однако лежащая в основе подобных алгоритмов эвристика, делает затруднительной их содержательную интерпретацию (см. работу

С. Садатрасаула, М. Голамяна и К. Шаханаги [10]).

Общая схема нечеткой системы классификации представлена на рис. 2.

Усиливающие (boosting) алгоритмы применяются для того, чтобы при использовании слабого обучающего алгоритма, на разных вероятностных распределениях на обучающей выборке агрегировать слабые классификаторы в один, достаточно эффективный (Р. Шапир [39] и М. Корытковский с соавторами [40]).

Один из наиболее распространенных и хорошо изученных усиливающих алгоритмов называется AdaBoost. Коротко этот алгоритм можно описать следующим образом.

Пусть задано обучающее множество (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, M$, где $x_i \in X \subset R^n$, $y_i \in \{-1; 1\}$. В качестве начального на обучающем множестве выбирается распределение вероятностей P_0 такое, что $P_0(i) = \frac{1}{M}$ для всех i . Далее для $t = 0, 1, 2, \dots, T$ выполняются следующие шаги. Относительно распределения P_t строится классификатор $h_t: X \rightarrow R$. Далее распределение P_t модифицируется:

$$P_{t+1}(i) = \frac{P_t(i) \exp(-\alpha_t y_i h_t(x_i))}{Z_t},$$

где α_t – коэффициент (подобранный с учетом свойств этого распределения P_t), а Z_t – нормирующий множитель. В итоге получается классификатор

$$H(x) = \text{sign} \left(\sum_{i=1}^T \alpha_i h_i(x) \right).$$

2. Описание моделей

2.1. Дескриптивные правила нечеткой классификации

Правила вывода близки к правилам вывода в системах Мамдани и имеют следующий вид

(R_j) ЕСЛИ $(Q_{j1}(x_1) \text{ И } \dots \text{ И } Q_{jn}(x_n))$
ТО $Class = c_j$,

где c_j – метка класса (например «Good» для заемщика, которому кредит может быть одобрен). В качестве $Q_{jk}(x_k)$ допускаются дизъюнктивные предикатов $P_{jk1}(x_k), \dots, P_{jkl_k}(x_k)$, соответствующих нечетким множествам, выделенным на области допустимых значений переменной x_k .

При настройке системы (R_j) правилам приписывается их значимость в ходе обучения w_j .

Список переменных определяется заранее. При построении систем кредитного скоринга в качестве переменных берутся, например, такие:

- месячный доход – непрерывная величина;
- остаток на счете – непрерывная величина;
- количество иждивенцев – дискретная величина;
- назначение кредита – номинальная величина;
- срок – непрерывная величина;
- возраст – непрерывная величина;
- профессия – номинальная величина;
- и т.п.

Правило в сформированной базе может выглядеть следующим образом:

ЕСЛИ («Средний» (месячный доход) ИЛИ «Высокий» (месячный доход) ИЛИ «Очень высокий» (месячный доход)) И «Большой» (остаток на счете) И («малое» (количество иждивенцев) ИЛИ «среднее» (количество иждивенцев)) И («2» (назначение кредита) ИЛИ «7» (назначение кредита)) И «средний» (срок) И («очень небольшой» (возраст) ИЛИ («небольшой» (возраст) ИЛИ «средний» (возраст))) И («17» (профессия) ИЛИ «23» (профессия) ИЛИ «25» (профессия)) ТО кредит = «одобряется».

Величина $\langle R_j(x) \rangle = \min_k \langle Q_{jk}(x_k) \rangle$ называется величиной активации правила (R_j) на входе x . Каждое правило (R_j) голосует за своего кандидата c_j количеством голосов, равным величине активации правила. Решение (выбор подходящего класса) определяется большинством голосов.

Ясно, что заключительная процедура выглядит достаточно произвольно. Однако практически во всех работах принимается именно она, или ее небольшие модификации. В силу теоремы Эрроу, такая процедура может привести к противоречивым решениям. Избежать противоречий можно было бы, если использовать процедуры нечеткого коллективного принятия решений (см. работу Б.М. Жибилиско [41]).

Приведем схематичное описание «генетического» представления системы правил.

Допустим для простоты, что используются две переменные, и в области значений каждой переменной выделено по три нечетких множества. Обозначим эти множества через A_{kl} , $k = 1, 2$, $l = 1 \div 3$, а через P_{kl} соответствующие им предикаты. Каждому правилу сопоставляется «хромосома». Хромосома содержит битовую строку длины 6. По 3 бита отводится каждой переменной. Биты служат индикаторами присутствия предиката P_{kl} в дизъюнктивной форме Q_{jk} из посылки правила. Например, посылке правила

(R_j) ЕСЛИ $(P_{12}(x_1) \text{ ИЛИ } P_{13}(x_1) \text{ И } P_{21}(x_2))$
ТО $Class = c_j$

ставится в соответствие строка («ген»)

011 100.

Ген, отвечающий за посылку, включается в структуру битовой строки («хромосомы»), соответствующей правилу:

$(s_1, s_2; a_{11}, a_{12}, a_{13}; a_{21}, a_{22}, a_{23}; c)$.

Если $s_i = 0$, значение переменной x_i в расчет не принимается; $c = 1$ – отнесение к классу

1 (одобрено), $c = 0$ – отнесение к классу 0 (отказано). Например, хромосома (01; 011; 100; 1) дает правило

$$\text{ЕСЛИ}(P_{21}(x_2)) \text{ТО Class} = 1.$$

Если на обучающем примере правило было активизировано, для каждой переменной x_k выбирается тот предикат P_{kl^*} , для которого значение $\langle P_{kl^*}(x_k) \rangle$ максимально (минимальное из этих значений по k дает величину активации правила). Далее биты s_1, s_2 а также биты a_{kl} , соседние с a_{kl^*} , выбираются случайным образом. В обучающей выборке просматриваются все примеры, которые подходят под новую хромосому. Значение c устанавливается по большинству.

Качество правила принято оценивать по трем критериям: частота, степень покрытия, согласованность.

Частота определяется как доля примеров, в которых отнесение к указанному классу было выполнено по рассматриваемому правилу, к числу всех примеров с отнесением к этому классу.

Степень покрытия оценивает долю примеров, в которых отнесение к указанному классу было выполнено по рассматриваемому правилу, в обучающей выборке в целом.

Согласованность оценивает разницу между правильной и неправильной классификацией по заданному правилу на обучающей выборке.

Три указанных критерия сводятся в один агрегированный критерий (обычно берется произведение отдельных критериев). Окончательное формирование базы правил происходит путем отбора заданного числа правил по агрегированному критерию.

2.2. Аппроксимационные правила нечеткой классификации

Аппроксимационные правила имеют более простой вид, чем дескриптивные:

$$(R_j) \text{ЕСЛИ}(P_{j1}(x_1) \text{И} \dots \text{И} P_{jn}(x_n)) \\ \text{ТО Class} = c_j,$$

где P_{jk} – предикат, задающий трапецевидное нечеткое множество A_{jk} на множестве значений переменной x_k .

Нечеткое множество A_{jk} задается четверкой чисел $(a_{jk}, d_{jk1}, d_{jk2}, d_{jk3})$ $d_{jk1}, d_{jk2}, d_{jk3} \geq 0$ так, что функция принадлежности множества A_{jk} кусочно-линейна, $[a_{jk}; a_{jk} + d_{jk1} + d_{jk2} + d_{jk3}]$ – носитель множества A_{jk} , а $[a_{jk} + d_{jk1}; a_{jk} + d_{jk1} + d_{jk2}]$ – множество модальных значений.

Генетический код, описывающий правило (R_j) , имеет следующую структуру: числовой вектор размерности $4n$ для описания множеств A_{jk} , битовая строка длины n – индикаторы включенности переменных, указатель класса. Пусть $z_i, i = 1 \div 4n$ – координаты числового вектора. Они подвергаются мутациям, стандартным для эволюционных алгоритмов. Шаг мутации определяется вектором $(\sigma_i)_{i=1 \div 4n}$ (также являющимся составной частью хромосомы). Мутации описываются следующими уравнениями:

$$z_i(t+1) = z_i(t) + N_i(0, \sigma_i); \\ \sigma_i(t+1) = \sigma_i(t) \exp(\tau' N(0, 1) + \tau N_i(0, 1)).$$

Здесь параметр τ' ускоряет или замедляет общую скорость мутаций, а параметр τ – скорость мутаций одного «гена». Значение σ_i берется достаточно малым, и при $d_{jkl} \leq 0$ мутация не происходит.

2.3. Алгоритмы нейро-нечеткой классификации

Отметим, что как дескриптивные, так и аппроксимационные правила могут порождаться системами нейро-нечеткой классификации и нейро-нечеткого распознавания образов. В таких системах нейронные сети служат для настройки параметров нечетких множеств, используемых в правилах вывода. С наиболее распространенными системами нейро-нечеткой классификации можно познакомиться по работам С. Хальгамуге и М. Глеснера [42], Г. Карпентера с

соавторами [43], Д. Наука и Р. Крузе [44], Н. Чихолд-Гурман [45], С. Пала и С. Митры [46], и по книге [47]. Представление о современном положении дел дают работы П. Мелина и О. Кастильо [48], С. Кара с соавторами [49], книга Л. Ангстенбергер [50].

В работе Г. Боске с соавторами [15] приводится обзор того, как нейро-нечеткие системы распознавания были реализованы.

3. Нечеткость и метод опорных векторов в кредитном скоринге

Метод опорных векторов широко применяется в задачах классификации. Первые публикации, посвященные применению метода опорных векторов для решения задач кредитного скоринга, появились около 10 лет назад в работах Т. Ван Гестеля с соавторами [51], В. Ксяо и К. Фея [52].

В последующем метод совершенствовался, но оставались проблемы, которые снижали эффективность алгоритмов. Среди учебных примеров некоторые данные могли быть искажены случайным шумом. Относительно некоторых заявителей ошибочное решение могло быть принято по ошибке. В любом случае обнаруживались точки, которые нецелесообразно было категорически относить к одному из классов. В работе Ц. Лина и С. Ванга [53] был описан нечеткий метод опорных векторов, который вскоре был применен для оценки кредитного риска в работе И. Ванга с соавторами [54].

Впоследствии нечеткий метод опорных векторов стал применяться и непосредственно для решения задач кредитного скоринга.

Приведем краткое описание нечеткого метода опорных векторов. В отличие от обычного метода нечетких векторов, обучающее множество состоит из троек

вида (x_i, y_i, s_i) , $i = 1, 2, \dots, M$, где $x_i \in X \subset R^n$, $y_i \in \{-1; 1\}$, а $s_i \in [0; 1]$ – мера принадлежности заявителя с параметрами x_i классу y_i .

Система кредитного скоринга получается в результате решения оптимизационной задачи:

$$\|w\|^2 + C \sum_{i=1}^M s_i \gamma_i \rightarrow \min;$$

$$y_i (\langle w, x_i \rangle - w_0) \geq 1 - \gamma_i, i = 1, 2, \dots, M;$$

$$\gamma_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, M.$$

Комбинирование метода опорных векторов с нечеткими методами позволяет добиться достаточно высоких результатов. Например, в работе А. Чаудхури [1] за счет выбора параметров удается добиться точности в 93,7% (при точности на обучающей выборке 96,7%).

Заключение

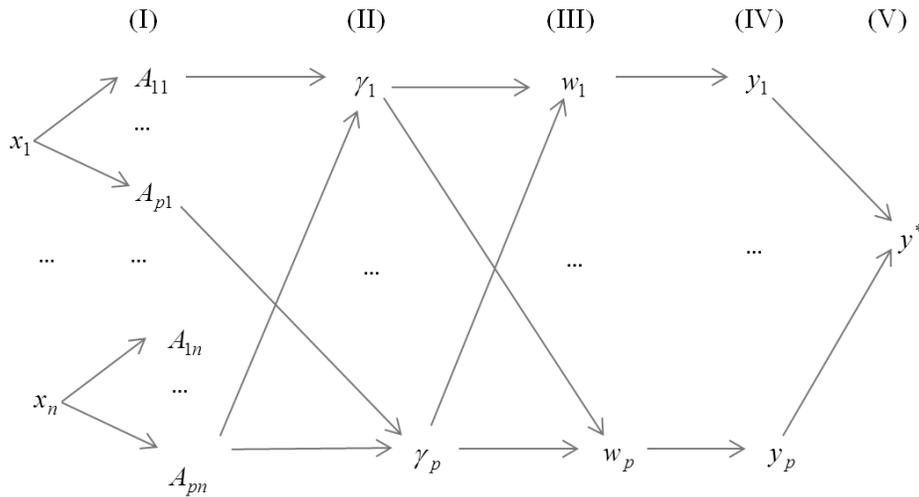
В последние два десятилетия применение так называемых мягких вычислений в моделях кредитного скоринга стало все больше привлекать внимание исследователей. К мягким вычислениям относят вычисления, связанные с нейронными сетями, генетические алгоритмы и их разновидности, а также вычисления, основанные на системах нечеткого вывода. Для нейронных сетей и генетических алгоритмов характерна высокая точность. Однако полученным на их основе результатам сложно (а зачастую и невозможно) дать содержательное объяснение. Системы, в которых решение основано на нечетком выводе, как правило, допускают естественную содержательную интерпретацию, даже если настройка параметров производится с помощью нейронных сетей или генетических алгоритмов. Комбинирование классических подходов и мягких вычислений с нечеткой логикой приводит к достаточно понятным моделям с приемлемой эффективностью.

Рисунок 1

Схема нечеткой адаптивной системы

Figure 1

Diagram of fuzzy adaptive system



Источник: составлено авторами

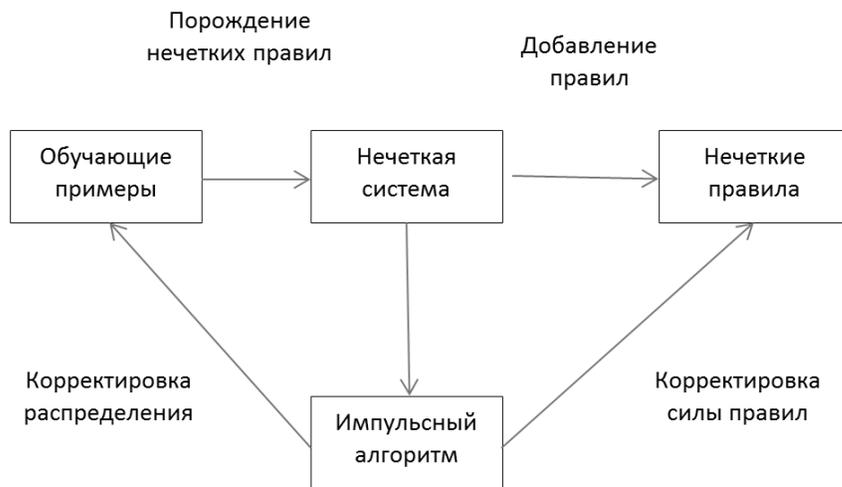
Source: Authoring

Рисунок 2

Общая схема нечеткой системы классификации с обучением

Figure 2

The general scheme of a fuzzy classification system with learning



Источник: составлено авторами

Source: Authoring

Список литературы

1. *Chaudhuri A.* Modified Fuzzy Support Vector Machine for Credit Approval Classification. *AI Communications*, 2014, vol. 27, iss. 2, pp. 189–211.
2. *Yi B., Zhu J.* Credit Scoring with an Improved Fuzzy Support Vector Machine Based on Grey Incidence Analysis. Proc. Int. Conf. on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS), 2015, IEEE, 2015, pp. 173–178.
3. *Shi J., Xu B.* Credit Scoring by Fuzzy Support Vector Machines with a Novel Membership Function. *Journal of Risk and Financial Management*, 2016, vol. 9, iss. 4, pp. 1–10. doi: 10.3390/jrfm9040013
4. *Xinhui C., Zhong Q.* On Consumer Credit Scoring Based on Multi-criteria Fuzzy Logic. Proc. Int. Conf. Business Intelligence and Financial Engineering, 2009, BIFE'09. IEEE, 2009, pp. 765–768.
5. *Lukashevich N.S.* The Credit Scoring System for Evaluating Personal Loans Based on the Fuzzy Sets Theory. *World Applied Sciences Journal*, 2014, vol. 31, iss. 5, pp. 840–845.
6. *Горлушкина Н.Н., Шин Е.В.* Реинжиниринг бизнес-процесса кредитования и применение аппарата нечетких множеств для классификации заемщиков в задаче кредитного скоринга // Интернет-журнал Науковедение. 2015. Т. 7. № 2. С. 1–11. URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/82EVN215.pdf>
7. *Mammadli S.* Fuzzy Logic Based Loan Evaluation System. *Procedia Computer Science*, 2016, vol. 102, pp. 495–499. URL: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.09.433>
8. *Wu Y., Zhang B., Lu J., Du K.L.* Fuzzy Logic and Neuro-fuzzy Systems: A Systematic Introduction. *International Journal of Artificial Intelligence and Expert Systems (IJAE)*, 2011, vol. 2, iss. 2, pp. 47–80.
9. *Abdulrahman U.F.I., Panford J.K., Hayfron-Acquah J.B.* Fuzzy Logic Approach to Credit Scoring for Micro Finance in Ghana: A Case Study of KWIQPLUS Money Lending. *International Journal of Computer Applications*, 2014, vol. 94, no. 8, pp. 11–18. URL: http://www.academia.edu/15502256/Fuzzy_Logic_Approach_to_Credit_Scoring_for_Micro_Finance_in_Ghana_A_Case_Study_of_KWIQPLUS_Money_Lending
10. *Sadatrasoul S., Gholamian M., Shahanaghi K.* Combination of Feature Selection and Optimized Fuzzy Apriori Rules: The Case of Credit Scoring. *The International Arab Journal of Information Technology*, 2015, vol. 12, iss. 2, pp. 138–145. URL: <http://www.ccis2k.org/iajit/PDF/vol.12,no.2/5795.pdf>
11. *Yu L., Wang S., Lai K.K.* An Intelligent-Agent-Based Fuzzy Group Decision Making Model for Financial Multicriteria Decision Support: The Case of Credit Scoring. *European Journal of Operational Research*, 2009, vol. 195, iss. 3, pp. 942–959.
12. *Che Z.H., Wang H.S., Chuang C.L.* A Fuzzy AHP and DEA Approach for Making Bank Loan Decisions for Small and Medium Enterprises in Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 2010, vol. 37, iss. 10, pp. 7189–7199.
13. *Ignatius J., Hatami-Marbini A., Rahman A. et al.* A Fuzzy Decision Support System for Credit Scoring. *Neural Computing and Applications*, 2016, pp. 1–17. doi: 10.1007/s00521-016-2592-1

14. *Lughofer E.* Evolving Fuzzy Systems-Methodologies, Advanced Concepts and Applications. Berlin, Springer, 2011, 454 p. doi: 10.1007/978-3-642-18087-3
15. *Bosque G., del Campo I., Echanobe J.* Fuzzy Systems, Neural Networks and Neuro-Fuzzy Systems: A Vision on Their Hardware Implementation and Platforms over Two Decades. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2014, vol. 32, pp. 283–331. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.02.008>
16. *Zeng G., Zhao Q.* A Rule of Thumb for Reject Inference in Credit Scoring. *Mathematical Finance Letters*, 2014, vol. 2014, pp. 1–13. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.662.8666&rep=rep1&type=pdf>
17. *Piramuthu S.* Financial Credit-Risk Evaluation with Neural and Neurofuzzy Systems. *European Journal of Operational Research*, 1999, vol. 112, iss. 2, pp. 310–321.
18. *Malhotra R., Malhotra D.K.* Differentiating Between Good Credits and Bad Credits Using Neuro-Fuzzy Systems. *European Journal of Operational Research*, 2002, vol. 136, iss. 1, pp. 190–211.
19. *Baesens B., Setiono R., Mues C., Vanthienen J.* Using Neural Network Rule Extraction and Decision Tables for Credit-Risk Evaluation. *Management Science*, 2003, vol. 49, iss. 3, pp. 312–329.
20. *Baesens B., Van Gestel T., Viaene S. et al.* Benchmarking State-of-the-Art Classification Algorithms for Credit Scoring. *Journal of the Operational Research Society*, 2003, vol. 54, iss. 6, pp. 627–635.
21. *Laha A.* Building Contextual Classifiers by Integrating Fuzzy Rule Based Classification Technique and k-nn Method for Credit Scoring. *Advanced Engineering Informatics*, 2007, vol. 21, iss. 3, pp. 281–291.
22. *Jiao Y., Syau Y.R., Lee E.S.* Modelling Credit Rating by Fuzzy Adaptive Network. *Mathematical and Computer Modelling*, 2007, vol. 45, iss. 5-6, pp. 717–731.
23. *Khashei M., Rezvan M.T., Hamadani A.Z., Bijari M.* A Bi-level Neural-Based Fuzzy Classification Approach for Credit Scoring Problems. *Complexity*, 2013, vol. 18, iss. 6, pp. 46–57.
24. *Hájek P., Olej V.* Intuitionistic Fuzzy Neural Network: The Case of Credit Scoring Using Text Information. Engineering Applications of Neural Networks – 16th International Conference, EANN 2015, Rhodes, Greece, September 25–28, 2015, Proceedings. Communications in Computer and Information Science 517, Springer, 2015, pp. 337–346.
25. *Derhami S., Smith A.E.* An Integer Programming Approach for Fuzzy Rule-Based Classification Systems. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 256, iss. 3, pp. 924–934. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.065>
26. *Baradaran V., Keshavarz M.* An Integrated Approach of System Dynamics Simulation and Fuzzy Inference System for Retailers' Credit Scoring. *Economic Research – Ekonomiska Istraživanja*, 2015, vol. 28, iss. 1, pp. 959–980. doi: 10.1080/1331677X.2015.1087873
27. *Hoffmann F.* Boosting a Genetic Fuzzy Classifier. Proc. Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. IEEE, 2001, vol. 3, pp. 1564–1569.

28. Hoffmann F., Baesens B., Martens J. et al. Comparing a Genetic Fuzzy and a Neurofuzzy Classifier for Credit Scoring. *International Journal of Intelligent Systems*, 2002, vol. 17, iss. 11, pp. 1067–1083.
29. Hoffmann F. Combining Boosting and Evolutionary Algorithms for Learning of Fuzzy Classification Rules. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, vol. 141, iss. 1, pp. 47–58.
30. Hoffmann F., Baesens B., Mues C. et al. Inferring Descriptive and Approximate Fuzzy Rules for Credit Scoring Using Evolutionary Algorithms. *European Journal of Operational Research*, 2007, vol. 177, iss. 1, pp. 540–555.
31. Del Jesus M.J., Hoffmann F., Navascués L.J., Sánchez L. Induction of Fuzzy-Rule-Based Classifiers with Evolutionary Boosting Algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, vol. 12, iss. 3, pp. 296–308.
32. Lahsasna A., Aïnon R.N., Wah T.Y. Credit Risk Evaluation Decision Modeling through Optimized Fuzzy Classifier. Proc. Int. Symp. on Information Technology, 26–28 Aug., 2008, Kuala Lumpur, Malaysia. 2008. IEEE, 2008, vol. 1, pp. 1–8. doi: 10.1109/ITSIM.2008.4631606
33. Lahsasna A., Aïnon R.N., Wah T.Y. Enhancement of Transparency and Accuracy of Credit Scoring Models through Genetic Fuzzy Classifier. *Maejo International Journal of Science and Technology*, 2010, vol. 4, iss. 1, pp. 136–158.
34. Sánchez L., Otero J. Boosting Fuzzy Rules in Classification Problems under Single-Winner Inference. *International Journal of Intelligent Systems*, 2007, vol. 22, iss. 9, pp. 1021–1034.
35. Nwulu N.I., Oroja S.G. A Comparison of Different Soft Computing Models for Credit Scoring. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 2011, vol. 5, iss. 6, pp. 883–888.
36. Mojisola Grace Asogbon, Oluwarotimi Williams Samuel. Comparative Analysis of Neural Network and Fuzzy Logic Techniques in Credit Risk Evaluation. *International Journal of Intelligent Information Technologies (IJIT)*, 2016, vol. 12, no. 1, pp. 47–62. doi: 10.4018/IJIT.2016010103
37. Akkoç S. An Empirical Comparison of Conventional Techniques, Neural Networks and the Three Stage Hybrid Adaptive Neuro Fuzzy Inference System (ANFIS) Model for Credit Scoring Analysis: The case of Turkish credit card data. *European Journal of Operational Research*, 2012, vol. 222, iss. 1, pp. 168–178. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.04.009>
38. Gorzalczany M.B., Rudziński F. A Multi-Objective Genetic Optimization for Fast, Fuzzy Rule-Based Credit Classification with Balanced Accuracy and Interpretability. *Applied Soft Computing*, 2016, vol. 40, pp. 206–220.
39. Schapire R.E. The Boosting Approach to Machine Learning: An overview. In: *Nonlinear Estimation and Classification*. New York, Springer, 2003, pp. 149–171.
40. Korytkowski M., Rutkowski L., Scherer R. Fast Image Classification by Boosting Fuzzy Classifiers. *Information Sciences*, 2016, vol. 327, pp. 175–182. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.08.030>
41. Gibilisco B.M., Gowen M.A., Albert E.K. et al. *Fuzzy Social Choice Theory*. Springer, 2014, 186 p.

42. Halgamuge S.K., Glesner M. Neural Networks in Designing Fuzzy Systems for Real World Applications. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, vol. 65, iss. 1, pp. 1–12.
43. Carpenter G.A., Grossberg S., Markuzon N. et al. Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Supervised Learning of Analog Multidimensional Maps. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, vol. 3, iss. 5, pp. 698–713.
44. Nauck D., Kruse R. A Neuro-Fuzzy Method to Learn Fuzzy Classification Rules from Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, vol. 89, iss. 3, pp. 277–288.
45. Tschichold-Gürman N. Generation and Improvement of Fuzzy Classifiers with Incremental Learning Using Fuzzy RuleNet. Proc. of the 1995 ACM Symposium on Applied Computing. ACM Nashville, Tennessee, USA, February 26–28, 1995, pp. 466–470.
46. Pal S.K., Mitra S. Neuro-Fuzzy Pattern Recognition: Methods in Soft Computing. New York, NY, USA, John Wiley & Sons, Inc., 1999, 375 p.
47. Bunke H., Kandel A. (eds). Neuro-Fuzzy Pattern Recognition. World Scientific Publishing Company, Singapore, 2000.
48. Melin P., Castillo O. A Review on Type-2 Fuzzy Logic Applications in Clustering, Classification and Pattern Recognition. *Applied Soft Computing*, 2014, vol. 21, pp. 568–577. URL: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.04.017>
49. Kar S., Das S., Ghosh P.K. Applications of Neuro Fuzzy Systems: A Brief Review and Future Outline. *Applied Soft Computing*, 2014, vol. 15, pp. 243–259. URL: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.10.014>
50. Angstenberger L. Dynamic Fuzzy Pattern Recognition with Applications to Finance and Engineering. New York, Springer Science+Business Media, 2001, 288 p. doi: 10.1007/978-94-017-1312-2
51. Van Gestel T., Baesens B., Suykens J.A. et al. Bayesian Kernel Based Classification for Financial Distress Detection. *European Journal of Operational Research*, 2006, vol. 172, iss. 3, pp. 979–1003.
52. Xiao W., Fei Q. A Study of Personal Credit Scoring Models on Support Vector Machine with Optimal Choice of Kernel Function Parameters. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2006, vol. 26, iss. 10, pp. 73–79.
53. Lin C.F., Wang S.D. Fuzzy Support Vector Machines. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, vol. 13, iss. 2, pp. 464–471.
54. Wang Y., Wang S., Lai K.K. A New Fuzzy Support Vector Machine to Evaluate Credit Risk. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, vol. 13, iss. 6, pp. 820–831.

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

METHODS OF FUZZY SET THEORY IN CREDIT SCORING**Elena S. VOLKOVA^{a,*}, Vladimir B. GISIN^b, Vladimir I. SOLOV'EV^c**^a Financial University under Government of Russian Federation, Moscow, Russian Federation
EVolkova@fa.ru^b Financial University under Government of Russian Federation, Moscow, Russian Federation
VGisin@fa.ru^c Financial University under Government of Russian Federation, Moscow, Russian Federation
VSoloviev@fa.ru

* Corresponding author

Article history:

Received 4 July 2017

Received in revised form

9 August 2017

Accepted 24 August 2017

Available online

28 September 2017

JEL classification: C38,
C55, D81**Keywords:** credit score,
machine learning, fuzzy sets,
fuzzy logic, fuzzy inference**Abstract****Importance** This article provides an overview of the current state of research related to the application of fuzzy set theory and fuzzy logic in credit scoring.**Objectives** The article aims to describe and classify fuzzy set theory and fuzzy logic methods used in modern credit scoring models.**Methods** To perform the tasks, we have studied relevant scientific publications on the article subject presented in Google Scholar.**Results** The article presents a description and analysis of the basic methods of fuzzy set theory used in credit scoring.**Conclusions and Relevance** The application of fuzzy sets and fuzzy logic in the models of credit scoring allows for flexible models that allow for a natural and comprehensible interpretation. The most promising direction is the use of fuzzy inference systems.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2017

Please cite this article as: Volkova E.S., Gisin V.B., Solov'ev V.I. Methods of Fuzzy Set Theory in Credit Scoring. *Finance and Credit*, 2017, vol. 23, iss. 35, pp. 2088–2106.
<https://doi.org/10.24891/fc.23.35.2088>**References**

1. Chaudhuri A. Modified Fuzzy Support Vector Machine for Credit Approval Classification. *AI Communications*, 2014, vol. 27, iss. 2, pp. 189–211.
2. Yi B., Zhu J. Credit Scoring with an Improved Fuzzy Support Vector Machine Based on Grey Incidence Analysis. Proc. Int. Conf. on Grey Systems and Intelligent Services (GSIS), 2015, IEEE, 2015, pp. 173–178.
3. Shi J., Xu B. Credit Scoring by Fuzzy Support Vector Machines with a Novel Membership Function. *Journal of Risk and Financial Management*, 2016, vol. 9, iss. 4, pp. 1–10. doi: 10.3390/jrfm9040013
4. Xinhui C., Zhong Q. On Consumer Credit Scoring Based on Multi-criteria Fuzzy Logic. Proc. Int. Conf. Business Intelligence and Financial Engineering, 2009, BIFE'09. IEEE, 2009, pp. 765–768.
5. Lukashevich N.S. The Credit Scoring System for Evaluating Personal Loans Based on the Fuzzy Sets Theory. *World Applied Sciences Journal*, 2014, vol. 31, iss. 5, pp. 840–845.
6. Gorlushkina N.N., Shin E.V. [Reengineering of business process of lending and the use of fuzzy sets for the classification of borrowers in the problem of credit scoring]. *Internet-*

- zhurnal Naukovedenie*, 2015, vol. 7, no. 2, pp. 1–11. (In Russ.)
URL: <https://naukovedenie.ru/PDF/82EVN215.pdf>
7. Mammadli S. Fuzzy Logic Based Loan Evaluation System. *Procedia Computer Science*, 2016, vol. 102, pp. 495–499. URL: <https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.09.433>
 8. Wu Y., Zhang B., Lu J., Du K.L. Fuzzy Logic and Neuro-fuzzy Systems: A Systematic Introduction. *International Journal of Artificial Intelligence and Expert Systems (IJAE)*, 2011, vol. 2, iss. 2, pp. 47–80.
 9. Abdulrahman U.F.I., Panford J.K., Hayfron-Acquah J.B. Fuzzy Logic Approach to Credit Scoring for Micro Finance in Ghana: A Case Study of KWIQPLUS Money Lending. *International Journal of Computer Applications*, 2014, vol. 94, no. 8, pp. 11–18. URL: http://www.academia.edu/15502256/Fuzzy_Logic_Approach_to_Credit_Scoring_for_Micro_Finance_in_Ghana_A_Case_Study_of_KWIQPLUS_Money_Lending
 10. Sadatrasoul S., Gholamian M., Shahanaghi K. Combination of Feature Selection and Optimized Fuzzy Apriori Rules: The Case of Credit Scoring. *The International Arab Journal of Information Technology*, 2015, vol. 12, iss. 2, pp. 138–145.
URL: <http://www.ccis2k.org/iajit/PDF/vol.12,no.2/5795.pdf>
 11. Yu L., Wang S., Lai K.K. An Intelligent-Agent-Based Fuzzy Group Decision Making Model for Financial Multicriteria Decision Support: The Case of Credit Scoring. *European Journal of Operational Research*, 2009, vol. 195, iss. 3, pp. 942–959.
 12. Che Z.H., Wang H.S., Chuang C.L. A Fuzzy AHP and DEA Approach for Making Bank Loan Decisions for Small and Medium Enterprises in Taiwan. *Expert Systems with Applications*, 2010, vol. 37, iss. 10, pp. 7189–7199.
 13. Ignatius J., Hatami-Marbini A., Rahman A. et al. A Fuzzy Decision Support System for Credit Scoring. *Neural Computing and Applications*, 2016, pp. 1–17.
doi: 10.1007/s00521-016-2592-1
 14. Lughofer E. *Evolving Fuzzy Systems-Methodologies, Advanced Concepts and Applications*. Berlin, Springer, 2011, 454 p. doi: 10.1007/978-3-642-18087-3
 15. Bosque G., del Campo I., Echanobe J. Fuzzy Systems, Neural Networks and Neuro-Fuzzy Systems: A Vision on Their Hardware Implementation and Platforms over Two Decades. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2014, vol. 32, pp. 283–331.
doi: <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.02.008>
 16. Zeng G., Zhao Q. A Rule of Thumb for Reject Inference in Credit Scoring. *Mathematical Finance Letters*, 2014, vol. 2014, pp. 1–13. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.662.8666&rep=rep1&type=pdf>
 17. Piramuthu S. Financial Credit-Risk Evaluation with Neural and Neurofuzzy Systems. *European Journal of Operational Research*, 1999, vol. 112, iss. 2, pp. 310–321.
 18. Malhotra R., Malhotra D.K. Differentiating Between Good Credits and Bad Credits Using Neuro-Fuzzy Systems. *European Journal of Operational Research*, 2002, vol. 136, iss. 1, pp. 190–211.
 19. Baesens B., Setiono R., Mues C., Vanthienen J. Using Neural Network Rule Extraction and Decision Tables for Credit-Risk Evaluation. *Management Science*, 2003, vol. 49, iss. 3, pp. 312–329.

20. Baesens B., Van Gestel T., Viaene S. et al. Benchmarking State-of-the-Art Classification Algorithms for Credit Scoring. *Journal of the Operational Research Society*, 2003, vol. 54, iss. 6, pp. 627–635.
21. Laha A. Building Contextual Classifiers by Integrating Fuzzy Rule Based Classification Technique and k-nn Method for Credit Scoring. *Advanced Engineering Informatics*, 2007, vol. 21, iss. 3, pp. 281–291.
22. Jiao Y., Syau Y.R., Lee E.S. Modelling Credit Rating by Fuzzy Adaptive Network. *Mathematical and Computer Modelling*, 2007, vol. 45, iss. 5-6, pp. 717–731.
23. Khashei M., Rezvan M.T., Hamadani A.Z., Bijari M. A Bi-level Neural-Based Fuzzy Classification Approach for Credit Scoring Problems. *Complexity*, 2013, vol. 18, iss. 6, pp. 46–57.
24. Hájek P., Olej V. Intuitionistic Fuzzy Neural Network: The Case of Credit Scoring Using Text Information. Engineering Applications of Neural Networks – 16th International Conference, EANN 2015, Rhodes, Greece, September 25–28, 2015, Proceedings. Communications in Computer and Information Science 517, Springer, 2015, pp. 337–346.
25. Derhami S., Smith A.E. An Integer Programming Approach for Fuzzy Rule-Based Classification Systems. *European Journal of Operational Research*, 2017, vol. 256, iss. 3, pp. 924–934. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.065>
26. Baradaran V., Keshavarz M. An Integrated Approach of System Dynamics Simulation and Fuzzy Inference System for Retailers' Credit Scoring. *Economic Research – Ekonomika Istraživanja*, 2015, vol. 28, iss. 1, pp. 959–980. doi: 10.1080/1331677X.2015.1087873
27. Hoffmann F. Boosting a Genetic Fuzzy Classifier. Proc. Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, 2001. IEEE, 2001, vol. 3, pp. 1564–1569.
28. Hoffmann F., Baesens B., Martens J. et al. Comparing a Genetic Fuzzy and a Neurofuzzy Classifier for Credit Scoring. *International Journal of Intelligent Systems*, 2002, vol. 17, iss. 11, pp. 1067–1083.
29. Hoffmann F. Combining Boosting and Evolutionary Algorithms for Learning of Fuzzy Classification Rules. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, vol. 141, iss. 1, pp. 47–58.
30. Hoffmann F., Baesens B., Mues C. et al. Inferring Descriptive and Approximate Fuzzy Rules for Credit Scoring Using Evolutionary Algorithms. *European Journal of Operational Research*, 2007, vol. 177, iss. 1, pp. 540–555.
31. Del Jesus M.J., Hoffmann F., Navascués L.J., Sánchez L. Induction of Fuzzy-Rule-Based Classifiers with Evolutionary Boosting Algorithms. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2004, vol. 12, iss. 3, pp. 296–308.
32. Lahsasna A., Aion R.N., Wah T.Y. Credit Risk Evaluation Decision Modeling through Optimized Fuzzy Classifier. Proc. Int. Symp. on Information Technology, 26–28 Aug., 2008, Kuala Lumpur, Malaysia. 2008. IEEE, 2008, vol. 1, pp. 1–8. doi: 10.1109/ITSIM.2008.4631606
33. Lahsasna A., Aion R.N., Wah T.Y. Enhancement of Transparency and Accuracy of Credit Scoring Models through Genetic Fuzzy Classifier. *Maejo International Journal of Science and Technology*, 2010, vol. 4, iss. 1, pp. 136–158.

34. Sánchez L., Otero J. Boosting Fuzzy Rules in Classification Problems under Single-Winner Inference. *International Journal of Intelligent Systems*, 2007, vol. 22, iss. 9, pp. 1021–1034.
35. Nwulu N.I., Oroja S.G. A Comparison of Different Soft Computing Models for Credit Scoring. *International Journal of Mathematical, Computational, Physical, Electrical and Computer Engineering*, 2011, vol. 5, iss. 6, pp. 883–888.
36. Mojisola Grace Asogbon, Oluwarotimi Williams Samuel. Comparative Analysis of Neural Network and Fuzzy Logic Techniques in Credit Risk Evaluation. *International Journal of Intelligent Information Technologies (IJIT)*, 2016, vol. 12, no. 1, pp. 47–62. doi: 10.4018/IJIT.2016010103
37. Akkoç S. An Empirical Comparison of Conventional Techniques, Neural Networks and the Three Stage Hybrid Adaptive Neuro Fuzzy Inference System (ANFIS) Model for Credit Scoring Analysis: The case of Turkish credit card data. *European Journal of Operational Research*, 2012, vol. 222, iss. 1, pp. 168–178.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.04.009>
38. Gorzałczany M. B., Rudziński F. A Multi-Objective Genetic Optimization for Fast, Fuzzy Rule-Based Credit Classification with Balanced Accuracy and Interpretability. *Applied Soft Computing*, 2016, vol. 40, pp. 206–220.
39. Schapire R.E. The Boosting Approach to Machine Learning: An overview. In: *Nonlinear Estimation and Classification*. New York, Springer, 2003, pp. 149–171.
40. Korytkowski M., Rutkowski L., Scherer R. Fast Image Classification by Boosting Fuzzy Classifiers. *Information Sciences*, 2016, vol. 327, pp. 175–182.
doi: <https://doi.org/10.1016/j.ins.2015.08.030>
41. Gibilisco B.M., Gowen M.A., Albert E.K. et al. *Fuzzy Social Choice Theory*. Springer, 2014, 186 p.
42. Halgamuge S.K., Glesner M. Neural Networks in Designing Fuzzy Systems for Real World Applications. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, vol. 65, iss. 1, pp. 1–12.
43. Carpenter G.A., Grossberg S., Markuzon N. et al. Fuzzy ARTMAP: A Neural Network Architecture for Incremental Supervised Learning of Analog Multidimensional Maps. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, vol. 3, iss. 5, pp. 698–713.
44. Nauck D., Kruse R. A Neuro-Fuzzy Method to Learn Fuzzy Classification Rules from Data. *Fuzzy Sets and Systems*, 1997, vol. 89, iss. 3, pp. 277–288.
45. Tschichold-Gürman N. Generation and Improvement of Fuzzy Classifiers with Incremental Learning Using Fuzzy RuleNet. Proc. of the 1995 ACM Symposium on Applied Computing. ACM Nashville, Tennessee, USA, February 26–28, 1995, pp. 466–470.
46. Pal S.K., Mitra S. *Neuro-Fuzzy Pattern Recognition: Methods in Soft Computing*. New York, NY, USA, John Wiley & Sons, Inc., 1999, 375 p.
47. Bunke H., Kandel A. (eds). *Neuro-Fuzzy Pattern Recognition*. World Scientific Publishing Company, Singapore, 2000.
48. Melin P., Castillo O. A Review on Type-2 Fuzzy Logic Applications in Clustering, Classification and Pattern Recognition. *Applied Soft Computing*, 2014, vol. 21, pp. 568–577.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2014.04.017>

49. Kar S., Das S., Ghosh P.K. Applications of Neuro Fuzzy Systems: A Brief Review and Future Outline. *Applied Soft Computing*, 2014, vol. 15, pp. 243–259.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.10.014>
50. Angstenberger L. Dynamic Fuzzy Pattern Recognition with Applications to Finance and Engineering. New York, Springer Science+Business Media, 2001, 288 p.
doi: 10.1007/978-94-017-1312-2
51. Van Gestel T., Baesens B., Suykens J.A. et al. Bayesian Kernel Based Classification for Financial Distress Detection. *European Journal of Operational Research*, 2006, vol. 172, iss. 3, pp. 979–1003.
52. Xiao W., Fei Q. A Study of Personal Credit Scoring Models on Support Vector Machine with Optimal Choice of Kernel Function Parameters. *Systems Engineering: Theory & Practice*, 2006, vol. 26, iss. 10, pp. 73–79.
53. Lin C.F., Wang S.D. Fuzzy Support Vector Machines. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2002, vol. 13, iss. 2, pp. 464–471.
54. Wang Y., Wang S., Lai K.K. A New Fuzzy Support Vector Machine to Evaluate Credit Risk. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2005, vol. 13, iss. 6, pp. 820–831.

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.