

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ТАРИФОВ СТРАХОВАНИЯ КОМПАНЬОНОВ**Наталья Александровна ЧИСТЯКОВА^а, Ирина Владимировна СУХОРУКОВА^{б,•}**^а кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, Российская Федерация
chistna@mail.ru^б доктор экономических наук, профессор кафедры высшей математики, Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва, Российская Федерация
suhorukovaira@yandex.ru

• Ответственный автор

История статьи:

Получена 18.05.2017

Получена в доработанном виде 09.06.2017

Получена в доработанном виде 07.07.2017

Одобрена 25.07.2017

Доступна онлайн 29.08.2017

УДК 336.6

JEL: C02

Ключевые слова: тарифы страхования, нетто-ставка, пожизненное страхование, процентная ставка, плотность распределения, функция распределения, функция дожития, среднее значение**Аннотация****Предмет.** Актуарная система контроля и управления в области страхования рисков.**Цели.** Методическое обоснование и разработка экономико-математической модели расчета тарифной нетто-ставки выплаты страхового обеспечения компаньону (живому супругу) в случае смерти другого компаньона (супруга) до наступления его пенсионного возраста, зависящее от величины процентной ставки, возрастов супругов, их остаточных времен до пенсий, интенсивностей смертности и предельно допустимых возрастов.**Методология.** Используется актуарная методика вычисления страховых тарифов методами математического и имитационного моделирования. Построена экономико-математическая модель расчета страховых тарифов личного страхования жизни, причем предполагается, что застрахованными являются супруги, а выгодоприобретателем является один из них. При выполнении расчетов предполагается использование методов теории вероятностей, актуарной математики, а также при необходимости – численных методов и методов имитационного моделирования.**Результаты.** Получено аналитическое выражение тарифа выплаты страхового обеспечения живому компаньону в случае смерти другого до наступления его пенсионного возраста, зависящее от процентной ставки, возрастов компаньонов, их остаточных времен до пенсий, интенсивностей смертности и предельно допустимых возрастов. Рассчитаны вероятности получения страхового обеспечения каждым из компаньонов и стоимость договора (математическое ожидание затрат страховщика), рассчитанных на момент заключения договора.**Выводы.** Результаты исследований позволяют получить аналитические выражения для вероятностей разрыва совместного проекта из-за действий компаньона, а также выражения для вычисления страховых тарифов в виде единовременной выплаты.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2017

Для цитирования: Чистякова Н.А., Сухорукова И.В. Экономико-математическая модель расчета тарифов страхования компаньонов // *Финансы и кредит*. – 2017. – Т. 23, № 32. – С. 1944 – 1954.
<https://doi.org/10.24891/fc.23.32.1944>

С каждым годом возрастает роль математических методов оценки в различных отраслях экономики. Так, свои исследования авторы посвящают математическим основам теории страхования жизни и пенсионных схем [1], применению процедуры экологического аудита в системе экологического страхования

сельскохозяйственных предприятий на загрязненных территориях¹, методологическим основам страхования жилого фонда от

¹ Сухорукова И.В., Швед Е.В. Применение процедуры экологического аудита в системе экологического страхования сельскохозяйственных предприятий на загрязненных территориях // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2014. № 7. С. 9–13.

природно-экологических и техногенных рисков², экономической модели оптимизации при централизованном управлении закупками дочерних компаний государственной корпорации³. Одним из важных разделов математической теории страхования являются актуарные расчеты, которые используются для расчета тарифных ставок⁴, а также для вычисления страховых резервов компании, размеров франшизы, лимитов ответственности, оценки финансовой устойчивости страхового портфеля и решения ряда других задач [2, 3].

Актуарные расчеты исходя из принципа равенства обязательств страховщика и страхователя позволяют найти долю участия каждого страхователя в создании страхового фонда, то есть определить размеры тарифных ставок [4], влияние макроэкономических показателей на размер страховой премии [5]. Для определения суммы, которую необходимо внести каждому из страхователей в общий страховой фонд, вначале требуется рассчитать объем финансовых обязательств страховщика, или размер предстоящих выплат по договорам страхования [6–8]. Указанные проблемы широко представлены и в исследованиях зарубежных авторов [9–14].

Страховщику необходимо располагать сведениями о том, сколько объектов пострадает или не пострадает от страхового события, чтобы определить достаточный уровень страхового фонда. На основе статистических данных можно вычислить суммы предстоящих выплат. Например, обладая информацией о смертности населения, можно рассчитать вероятность дожития и смерти для людей разных возрастов. На основе этих данных строятся

таблицы смертности, которые показывают изменение динамики числа людей определенной возрастной категории. С помощью таблиц смертности населения рассчитываются нетто-ставки по личному страхованию жизни и пенсии для определенной возрастной категории лиц. Учитывая долгосрочный характер данных вложений, тарифные ставки изначально уменьшаются на величину дохода, полученного в виде ссудного процента на средства страховщика, используемые в качестве кредитных ресурсов.

Актуарные расчеты используют также для экономического обоснования создания резервного фонда страховой компании по каждому договору личного страхования жизни. Кроме этого, актуарные расчеты позволяют определить размер выкупных редуцированных страховых сумм, что дает возможность осуществлять перерасчет страховых взносов при изменении условий договоров страхования жизни.

В совершенствовании развития методологии проведения актуарных расчетов при осуществлении совместной деятельности в ходе страхования рисков авторами в данной статье рассматривается методика расчета тарифных ставок по страхованию жизни двух компаньонов, которые в данной статье рассматриваются как супружеская пара. Эту постановку можно интерпретировать шире как страхование рисков по совместным обязательствам, возникающим вследствие причинения вреда жизни, здоровью или имуществу других лиц.

В основе разработанных методик лежат принципы расчетов тарифных ставок по рисковому виду страхования, рекомендованные Федеральной службой Российской Федерации по надзору за страховой деятельностью.

Актуарная деятельность в Российской Федерации осуществляется в соответствии с Федеральным законом от 02.11.2013 № 293-ФЗ «Об актуарной деятельности в Российской Федерации».

² Сухорукова И.В., Сердюкова Ю.А. Методологические основы страхования жилого фонда от природно-экологических и техногенных рисков // *Финансы и кредит*. 2015. № 2. С. 47–56.

³ Сухорукова И.В., Лихачев Г.Г. Экономическая модель оптимизации при централизованном управлении закупками дочерних компаний государственной корпорации // *Экономический анализ: теория и практика*. 2016. № 6. С. 115–123.

⁴ Фалин Г.И., Фалин А.И. *Актуарная математика в задачах*. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Физматлит, 2003. 192 с.

Федерации», международными договорами Российской Федерации, а также другими федеральными законами, иными нормативными правовыми актами.

Построение моделей для актуарного обеспечения в России является достаточно сложной проблемой. Необходимы обширные статистические данные, такие как: уровень и структура заработной платы, демографические показатели (число работающих, число пенсионеров различных групп), желательна с учетом региональной дифференциации, доходность инвестиций в будущем и т.п. Однако в оценке этих показателей основной проблемой является недостаточность имеющейся статистической и прогнозной базы.

Актуарные расчеты основаны на изучении финансовых схем с учетом стохастического характера страхуемых событий. Потребность в актуарных расчетах связана с эквивалентной выплатой, рассчитанной точными математическими методами в случае реализации страхового случая. При актуарных расчетах создаются адекватные вероятностно-статистические модели, которые используются в конкретных расчетах по страховым договорам. Помимо случайной составляющей актуарный договор является финансовым инструментом, в котором вложенные денежные средства инвестируются для получения дохода.

Пенсионное страхование в России имеет специфические особенности [15–18]. Связаны они в первую очередь с возрастом, достигая которого, человек будет получать гарантированные страховые выплаты. Возраст в Российской Федерации является фиксированным и на данный момент составляет 60 лет для мужчин и 55 лет для женщин. Однако следует подчеркнуть, что нетто-ставка по договору страхования для мужчины будет значительно ниже, чем для женщины того же возраста. Страховой тариф будет отличаться, так как мужчины в среднем после выхода на пенсию живут 7 лет, а

женщины – 20 лет. Также другой важной особенностью пенсионного страхования в России является дифференцированное распределение смертности для каждого отдельного субъекта Российской Федерации⁵. Расчетные тарифные ставки страхования двух мужчин одинаковой возрастной категории, но проживающих в разных регионах России, будут отличаться. Это связано с тем, что для каждого субъекта РФ строятся свои таблицы смертности, отражающие особенности смертности в данном конкретном регионе. Несмотря на данное существенное обстоятельство, практически все страховые компании, для расчета тарифных ставок по пенсионному страхованию используют в основном таблицы смертности по России в целом. Поэтому для страхователей из других субъектов РФ вычисляются изначально некорректные тарифы, в связи с чем не соблюдается принцип эквивалентности обязательства сторон. Страховщик недополучает страховую премию, что влечет за собой увеличение вероятности разорения компании или страхователь платит завышенную цену за полис, из-за чего несет финансовые издержки.

Еще одним важным аспектом проблемы пенсионного страхования является определение необходимой величины технической процентной ставки, которая используется при вычислении коммутационных функций. Ведущими страховыми компаниями в России эта проблема решается с помощью двух вариантов:

- 1) в качестве технической процентной ставки используют ставку рефинансирования Банка России;
- 2) в качестве технической процентной ставки берут ставку, которая применяется Пенсионным Фондом РФ как минимальная ставка наращивания пенсионных накоплений граждан Российской Федерации.

В данном исследовании предлагается рассмотреть проблему страхования рисков не

⁵ Федеральный закон от 17.12.2001 № 173-ФЗ «О трудовых пенсиях в Российской Федерации».

отдельного участника, а всех участников совместного проекта в целях расчета естественной в этом случае компенсации каждому участнику в случае выбытия компаньона, или не выполнения им своих обязательств. Проводится расчет тарифных ставок личного страхования жизни компаньонов, причем вычисления проводятся исходя из условия, что застрахованными являются компаньоны (супруги), а выгодоприобретателем является один из них. В том случае если один из них не доживает до пенсии, оставшемуся (живому) супругу будет выплачиваться указанное в договоре страховое обеспечение (которое условно принимается равным единице). Когда оба компаньона (супруга) доживают до пенсии, то страховая компания освобождается от выплат. То есть мы рассматриваем договор личного пенсионного страхования жизни, но более сложной структуры. В целях решения поставленной задачи используем обозначения:

x, y – вектор возрастов, где x – возраст жены, y – возраст мужа на момент заключения договора;

T_1, T_2 – интервалы времени до их пенсии соответственно. Положим, для определенности, что начальный момент заключения договора страхования равен нулю.

Введенные величины являются определенными характеристиками. Однако продолжительность жизни является случайной величиной, поэтому с этими фиксированными данными введем и случайные величины:

$\tau_1(x)$ – жены возраста x и $\tau_2(y)$ – остаточное время жизни мужа возраста y . Тогда при решении поставленной задачи полагаем известными следующие начальные данные.

Вектор возрастов (x, y) ; интервал времени (T_1, T_2) ; максимальный вектор возрастов (ω_1, ω_2) , для женщины и мужчины соответственно; а также μ_x – интенсивность смертности женщины, зависящая от ее текущего возраста и μ_y – интенсивность смертности мужчины,

зависящая от его текущего возраста, соответственно $x \in (0, \omega_1), y \in (0, \omega_2)$.

Величиной интенсивности смертности [1] в теории личного страхования называется функция:

$$\mu_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0+} \frac{1}{\Delta t} P(\tau(x) < \Delta t | \tau(x) > 0), 0 < x < \omega, \quad (1)$$

где $\tau(x)$ – время дожития человека возраста x .

Под плотностью распределения времени дожития человека возраста x понимают:

$$f_{\tau(x)}(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}. \quad (2)$$

Соответственно, вероятность остаточного времени жизни до возраста $x + t$ человеку первоначального возраста x имеет вид:

$${}_t p_x = P(\tau(x) > t | \tau(x) > 0) = e^{-\int_0^t \mu_{x+u} du}.$$

Положим: ${}_t p_x, {}_t \tilde{p}_y$ – вероятности остаточного времени жизни до возраста x и женщины и мужчины (соответственно). Считаем, что их времена дожития являются независимыми. Тогда вектор плотности совместного распределения $(\tau_1(x), \tau_2(y))$ с учетом выражения (2), равен

$$f_{\tau_1(x), \tau_2(y)}(t, s) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} \cdot \tilde{p}_y \cdot \mu_{y+s}. \quad (3)$$

Введем гипотезу: пусть событие H состоит в том, что страховое возмещение будет выплачено мужчине. Рассчитаем вероятность данного события. Чтобы событие произошло необходимо и достаточно выполнения условия $P(H) = P(\tau_1(x) < T_1 \cap \tau_2(y) > \tau_1(x))$, то есть женщина не должна дожить до пенсии, а мужчина дожил. Зная величину плотности совместного распределения (3), рассчитаем вероятность выплаты страхового возмещения мужчине

$$P(H) = P(\tau_1(x) < T_1 \cap \tau_2(y) > \tau_1(x)) = \int_0^{T_1} \int_t^{\omega_2 - y} {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} dt \int_s^{\omega_2 - y} \tilde{p}_y \cdot \mu_{y+s} ds. \quad (4)$$

Аналогично можно найти вероятность события W , состоящее в том, что страховое возмещение получит женщина:

$$P(W) = P(\tau_2(y) < T_1 \cap \tau_1(x) > \tau_1(x)) = \int_0^{T_2} \int_t^{\omega_1-x} \tilde{p}_y \cdot \tilde{\mu}_{y+s} ds \int_t^{\omega_1-x} p_x \cdot \mu_{x+t} dt. \quad (5)$$

Теперь рассмотрим более сложный вариант постановки задачи: вычислим среднюю стоимость договора страхования. Для этого с математической точки зрения нам необходимо найти математическое ожидание затрат страховщика, пересчитанных на начальный момент. Как и в любом финансовом договоре, полагаем, что в течение срока договора страхования действует ставка сложных процентов i годовых, начисляемая на денежные средства страхователя, внесенные в качестве оплаты договора.

Указанное страховое событие имеет место тогда и только тогда, когда осуществляется одно из двух непересекающихся событий:

- женщина не дожила до пенсии, а мужчина ее пережил ($\tau_1(x) < T_1 \cap \tau_2(y) > \tau_1(x)$);
- либо мужчина не дожил до пенсии, а женщина его пережила, то есть ($\tau_2(y) < T_2 \cap \tau_1(x) > \tau_2(y)$).

Если женщина не дожила до пенсии, а мужчина ее пережил, выплата наступает в момент времени $\tau_1(x)$, соответственно, если мужчина не дожил до пенсии, а женщина его пережила – в момент $\tau_2(y)$. Введем следующие обозначения: пусть множитель дисконтирования $v = \frac{1}{1+i}$. Рассчитаем приведенную на начальный момент стоимость страхового договора. Предполагаем, что денежные обязательства страховщика в момент выплаты страховой суммы равны единице.

$$A = A(\tau_1(x), \tau_2(y)) = \begin{cases} v^{\tau_1(x)} & \text{при } \tau_1(x) < T_1 \cap \tau_2(y) > \tau_1(x), \\ v^{\tau_2(y)} & \text{при } (\tau_2(y) < T_2 \cap \tau_1(x) > \tau_2(y)), \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (6)$$

Согласно принципу равенства обязательств сторон страховой тариф для такого договора

равен среднему значению приведенной стоимости A (6). Зная математическое ожидание случайной величины [4] и используя выражения (3) и (6), получаем результат:

$$MA = \iint_{R^2} A(t, s) f_{\tau_1(x) > \tau_2(y)}(t, s) = \int_0^{T_1} v^t \int_t^{\omega_1-x} p_x \cdot \mu_{x+t} dt \int_t^{\omega_2-y} \tilde{p}_y \cdot \tilde{\mu}_{y+s} ds + \int_0^{T_2} v^s \int_s^{\omega_1-x} \tilde{p}_y \cdot \tilde{\mu}_{y+s} ds \int_s^{\omega_2-y} p_x \cdot \mu_{x+t} dt. \quad (7)$$

Проиллюстрируем разработанную экономико-математическую модель примерами расчетов.

Пусть вектор возрастов супругов равен $(x, y) = (52, 56)$, а вектор предельных возрастов: $(\omega_1, \omega_2) = (90, 85)$.

Исходя из пенсионного законодательства России⁶ имеем: $(T_1, T_2) = (3, 4)$. Тогда в силу (4) вероятность события, что страховка будет выплачена мужу, равна

$$P(H) = \int_0^3 \int_t^{29} p_{52} \cdot \mu_{52+t} dt \int_t^{29} \tilde{p}_{56} \cdot \tilde{\mu}_{56+s} ds. \quad (8)$$

В качестве индивидуальной характеристики продолжительности жизни рассмотрим модель де Муавра [1] для интенсивности смертности (1):

$$\mu_x = \frac{1}{90-x}, \quad x \in (0, 90), \quad (9)$$

$$\tilde{\mu}_y = \frac{1}{85-y}, \quad y \in (0, 85).$$

Тогда в силу (4) вероятность достижения возраста $x + t$ женщиной возраста x равна

$${}_t p_x = e^{-\int_0^t \mu_{x+u} du} = e^{-\int_0^t \frac{1}{90-x-u} du} = e^{-\ln(90-x-u)|_0^t} = e^{\ln \frac{90-x-t}{90-x}} = \frac{90-x-t}{90-x}. \quad (10)$$

Соответственно плотность распределения времени дожития женщины в силу (2) и (10) равна

$$f_{\tau_1(x)}(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t} = \frac{1}{90-x}, \quad 0 < t < 90-x. \quad (11)$$

⁶ Федеральный закон от 17.12.2001 № 173-ФЗ «О трудовых пенсиях в Российской Федерации».

Мы имеем равномерное распределение [5] на интервале $(0, 90 - x)$.

Аналогично, с учетом вероятности достижения возраста $y + t$ мужчиной возраста y

${}_s\tilde{p}_y = \frac{85 - y - s}{85 - y}$ и плотность распределения

времени дожития мужчины $f_{\tau_2(x)}(s) = {}_s\tilde{p}_y \cdot \mu_{y+s} = \frac{1}{85 - y}$, $0 < s < 85 - y$

можно рассчитать для нашего примера с учетом (4) и (9) – (12) вероятность события, что страховое возмещение будет выплачено мужу:

$$\begin{aligned} P(H) &= \int_0^3 \frac{1}{90 - 52} dt \int_t^{29} \frac{1}{85 - 56} ds = \\ &= \frac{1}{38 \cdot 29} \int_0^3 (29 - t) dt = \frac{1}{38 \cdot 29} \left(29t - \frac{t^2}{2} \right) \Big|_0^3 = \\ &= \frac{87 - 4,5}{38 \cdot 29} \approx 0,07486. \end{aligned}$$

Аналогично, вероятность выплаты страхового возмещения жене равна

$$\begin{aligned} P(W) &= \int_0^4 \frac{1}{29} ds \int_s^{38} \frac{1}{38} dt = \\ &= \frac{1}{38 \cdot 29} \int_0^3 (38 - s) ds = \frac{1}{38 \cdot 29} \left(38s - \frac{s^2}{2} \right) \Big|_0^4 = \\ &= \frac{152 - 8}{38 \cdot 29} \approx 0,13067. \end{aligned}$$

Очевидно, вероятность выплаты страховки по договору приближенно равна 0,2053.

Для нашего примера приведем теперь в качестве иллюстрации вычисление страхового тарифа (7).

$$\begin{aligned} MA &= \int_0^3 v^t \frac{1}{38} dt \int_t^{29} \frac{1}{29} ds + \\ &+ \int_0^4 v^s \frac{1}{29} ds \int_s^{38} \frac{1}{38} dt = \\ &= \left[\frac{1}{38 \cdot 29} \int_0^3 v^t (29 - t) dt + \frac{1}{38 \cdot 29} \int_0^4 v^s (38 - s) ds \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

Структура интегралов в формуле (13) одинакова, поэтому достаточно вычислить один из них.

$$\begin{aligned} \int_0^3 v^t \frac{1}{38} dt \int_t^{29} \frac{1}{29} ds &= \frac{1}{38 \cdot 29} \int_0^3 v^t (29 - t) dt = \\ &= \frac{1}{38 \cdot 29} \left(29 \frac{v^t}{\ln v} \Big|_0^3 - \frac{v^t}{\ln v} \Big|_0^3 + \int_0^3 \frac{v^t}{\ln v} \Big|_0^3 \right) = \\ &= \frac{1}{38 \cdot 29} \left(29 \frac{v^3 - 1}{\ln v} - \frac{3v^3}{\ln v} + \frac{v^3 - 1}{\ln^2 v} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда из (13) и (14) окончательно получаем единовременную нетто-ставку по договору, соответствующую дисконтному множителю

$$v = \frac{1}{1 + i} :$$

$$\begin{aligned} MA &= \frac{1}{38 \cdot 29} \left(29 \frac{v^3 - 1}{\ln v} - \frac{3v^3}{\ln v} + \frac{v^3 - 1}{\ln^2 v} \right) + \\ &+ \frac{1}{38 \cdot 29} \left(38 \frac{v^4 - 1}{\ln v} - \frac{4v^4}{\ln v} + \frac{v^4 - 1}{\ln^2 v} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Далее для данной экономико-математической модели, предусматривающей компенсационную выплату возмещения живому компаньону в случае смерти другого до наступления его пенсионного возраста, рассчитаны значения разовой выплаты, вычисленной для соответствующих значений годовой процентной ставки.

Ранее мы отмечали, что обязательства страховщика равны единичной выплате. В случае страхового обеспечения, составляющего S единиц, приведенная на начальный момент стоимость договора равна произведению S на MA .

Рассмотрим второй пример часто используемой Эрланговской модели дожития. При этом плотность распределения времени жизни новорожденного имеет вид [4]:

$$f(t) = \frac{t}{a^2} e^{-\frac{t}{a}}, t > 0. \quad (16)$$

Тогда из (16) следует, что интенсивность смертности и плотность, характеризующая общую продолжительность жизни лица возраста x соответственно равны

$$\mu_x = \frac{x}{a(x+a)}, x \geq 0, f_{\tau(x)} = \frac{x+t}{a(x+a)} e^{-\frac{t}{a}}, t \geq 0.$$

Подставив их в (4), (5) и (7), можно получить вероятности выплаты страховки и нетто-ставку по договору. Вид полученных интегралов усложняется по сравнению с (13). Несмотря на это, интегралы можно рассчитать аналитически. Во втором примере и усложненных моделях дожития целесообразно использовать численные методы интегрирования в основной формуле (7).

В случае затруднений с аналитическим описанием законов смертности супругов можно применить численные алгоритмы, позволяющие при использовании таблицы смертности аппроксимировать мгновенный коэффициент смертности в некоторые моменты времени, а затем подобрать сглаживающую кривую. Также может оказаться полезным имитационное моделирование для практических расчетов полученных теоретических характеристик.

Таблица 1

Величина нетто-ставки по договору в модели совместного страхования супругов

Table 1

Net rate value under the insurance contract in the co-insured spouses model

Процентная ставка	Дисконтный множитель	Нетто-ставка по договору
0,03	0,970874	0,195075
0,04	0,961538	0,191816
0,05	0,952381	0,188661
0,06	0,943396	0,185607
0,07	0,934579	0,182649
0,08	0,925926	0,179783
0,09	0,917431	0,177005
0,1	0,909091	0,174312

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. *Фалин Г.И.* Математические основы теории страхования жизни и пенсионных схем. Изд 2-е, перераб. и доп. М.: Анкил, 2002. 262 с.
2. *Чистякова Н.А.* Расчет вероятностей в модели страхования жизни супругов // Научные труды вольного экономического общества России. Материалы 4-й Международной научно-практической конференции им. А.И. Китова «Математические методы и информационные технологии в экономике и управлении». М.: РЭУ им. Г.В. Плеханова, 2014. С. 148–151.
3. *Чистякова Н.А.* Стоимость договора в модели совместного страхования супругов // Известия Российского экономического университета им Г.В. Плеханова. 2015. № 3. С. 250–254. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25597710>
4. *Лантев П.В.* Глобальная тенденция социального страхования в европейских странах: повышение пенсионного возраста // Креативная экономика. 2015. Т. 9. № 7. С. 918–926.
5. *Ведмедь И.Ю., Воронцов Д.Н.* Влияние макроэкономических показателей на размер страховой премии // Страховое дело. 2017. № 3. С. 39–43.
6. *Курганов В.В., Цыганов А.А.* Российская практика страхования ответственности лиц, осуществляющих строительный контроль // Российское предпринимательство. 2016. Т. 17. № 16. С. 1975–1990.
7. *Бурак В.Е.* Расчет стоимости измерений факторов производственной среды при проведении специальной оценки условий труда // Экономика труда. 2015. Т. 2. № 3. С. 145–154. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25640123>
8. *Золотарева В.П.* Роль страхования в ускорении инвестиционных процессов пореформенной России // Российское предпринимательство. 2016. Т. 17. № 7. С. 919–930.
9. *Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C.J.* Actuarial Mathematics. 2nd Edition. The Society of Actuaries, 1997, 730 p.
10. *Gantenbein M., Mata M.A.* Swiss Annuities and Life Insurance: Secure Returns, Asset Protection, and Privacy. Wiley, 2008. 332 p.
11. *Panjer H.H., Pedersen H.W.* Financial Economics: with Applications to Investments, Insurance and Pensions. RECJRD, 1997, vol. 23, no. 2, p. 1–6.
12. *Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M.* Modern Actuarial Risk Theory. Kluwer Academic Publishers, 2001, 309 p.
13. *Olivieri A., Pitacco E.* Introduction to Insurance Mathematics: Technical and Financial Features of Risk Transfers. Springer, 2011, 490 p.
14. *Black K. Jr., Skipper H.D., Black K. III.* Life Insurance. 14th ed. Lucretian, LLC, 2013, 736 p.
15. *Дубовских К.И., Смирнова А.А., Трофимова В.Ш.* Применение методов математической статистики в актуарных расчетах // Приложение математики в экономических и технических исследованиях. 2014. № 4. С. 82–86.
16. *Бойков А.В.* Страхование: актуарные расчеты и математические модели страхования // Актуарий. 2009. № 1. С. 35. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28847635>
17. *Рябикин В.И., Тихомиров С.Н., Баскаков В.Н.* Страхование и актуарные расчеты // Актуарий. 2007. № 1. С. 26. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28847570>

18. *Синявская Т.Г., Трегубова А.А.* Региональный риск индивидуального страхования жизни: подходы к оценке и учету в тарифах // *Учет и статистика*. 2015. № 3. С. 54–61.

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

AN ECONOMIC AND MATHEMATICAL MODEL TO CALCULATE THE INSURANCE TARIFFS OF PARTNERSNatal'ya A. CHISTYAKOVA^a, Irina V. SUKHORUKOVA^{b,*}^a Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russian Federation
chistna@mail.ru^b Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russian Federation
suhorukovaira@yandex.ru

* Corresponding author

Article history:Received 18 May 2017
Received in revised form
9 June 2017
Received in final form
7 July 2017
Accepted 25 July 2017
Available online
29 August 2017**JEL classification:** C02**Keywords:** insurance tariff,
net rate, whole life insurance
policy, interest rate, survival
function**Abstract****Subject** The article addresses actuarial system of control and management in the sphere of risk insurance.**Objectives** The purpose of the article is to provide methodological justification and develop an economic and mathematical model to calculate net rate of insurance coverage payment to a partner (living spouse) in the event of death of another partner (spouse) prior to his/her retirement age.**Methods** We use the actuarial techniques of calculating insurance tariffs based on mathematical and simulation methods. The paper presents an economic and mathematical model to calculate insurance tariffs for personal life insurance, assuming that the insured are spouses and one of them is a beneficiary. The calculations rest on methods of the theory of probability, actuarial mathematics, numerical methods and methods of simulation modeling, when required.**Results** We offer an analytical form of the rate of insurance coverage payment to a living partner in the event of death of another prior to his or her retirement age. It depends on interest rate, age of spouses, remaining time before pension, mortality rate, and maximum permissible age. We also calculated the probability of obtaining insurance coverage by each of the partners and the value of the contract (mathematical expectation of insurer's costs) at the contract date.**Conclusions** The findings enable to obtain analytical forms for probability of joint project termination as a result of the other partner's actions, as well as for calculating insurance tariffs in the form of one-off payment.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2017

Please cite this article as: Chistyakova N.A., Sukhorukova I.V. An Economic and Mathematical Model to Calculate the Insurance Tariffs of Partners. *Finance and Credit*, 2017, vol. 23, iss. 32, pp. 1944–1954.
<https://doi.org/10.24891/fc.23.32.1944>**References**

1. Falin G.I. *Matematicheskie osnovy teorii strakhovaniya zhizni i pensionnykh skhem* [Mathematical foundations of the theory of life insurance and pension schemes]. Moscow, Ankil Publ., 2002, 262 p.
2. Chistyakova N.A. [Calculating the probabilities in the model of life insurance of spouses]. *Nauchnye trudy vol'nogo ekonomicheskogo obshchestva Rossii. Materialy 4-i Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii im. A.I. Kitova "Matematicheskie metody i informatsionnye tekhnologii v ekonomike i upravlenii"* [Proc. A.I. Kitov 4th Int. Sci. Conf. Mathematical Methods and Information Technologies in Economics and Management]. Moscow, Plekhanov Russian University of Economics Publ., 2014, pp. 148–151.
3. Chistyakova N.A. [The cost of contract in the model of co-insurance of spouses]. *Izvestiya Rossiiskogo ekonomicheskogo universiteta im G.V. Plekhanova*, 2015, no. 3, pp. 250–254. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25597710>

4. Laptev P.V. [The global trend of social security in Europe: Raising the retirement age]. *Kreativnaya ekonomika = Journal of Creative Economy*, 2015, vol. 9, no. 7, pp. 918–926. (In Russ.)
5. Vedmed' I.Yu., Vorontsov D.N. [Influence macroeconomic indicators for the insurance premium]. *Strakhovoe delo = Insurance Business*, 2017, no. 3, pp. 39–43. (In Russ.)
6. Kurganov V.V., Tsyganov A.A. [The Russian practice of liability insurance of persons involved in construction oversight]. *Rossiiskoe predprinimatel'stvo = Russian Journal of Entrepreneurship*, 2016, vol. 17, no. 16, pp. 1975–1990. (In Russ.)
7. Burak V.E. [Calculation of costs of measuring the working environment factors during special assessment of labor conditions]. *Ekonomika truda = Russian Journal of Labor Economics*, 2015, vol. 2, no. 3, pp. 145–154. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=25640123> (In Russ.)
8. Zolotareva V.P. [The role of insurance in acceleration of investment processes in the post-reform Russia]. *Rossiiskoe predprinimatel'stvo = Russian Journal of Entrepreneurship*, 2016, vol. 17, no. 7, pp. 919–930. (In Russ.)
9. Bowers N.L., Gerber H.U., Hickman J.C., Jones D.A., Nesbitt C.J. *Actuarial Mathematics*. 2nd Edition. The Society of Actuaries, 1997, 730 p.
10. Gantenbein M., Mata M.A. *Swiss Annuities and Life Insurance: Secure Returns, Asset Protection, and Privacy*. Wiley, 2008, 332 p.
11. Panjer H.H., Pedersen H.W. *Financial Economics: With Applications to Investments, Insurance, and Pensions*. *RECORD*, 1997, vol. 23, no. 2, pp. 1–6.
12. Kaas R., Goovaerts M., Dhaene J., Denuit M. *Modern Actuarial Risk Theory*. Kluwer Academic Publishers, 2001, 309 p.
13. Olivieri A., Pitacco E. *Introduction to Insurance Mathematics: Technical and Financial Features of Risk Transfers*. Springer, 2011, 490 p.
14. Black K.Jr., Skipper H.D., Black K.III. *Life Insurance*. 14th ed. Lucretian, LLC, 2013, 736 p.
15. Dubovskikh K.I., Smirnova A.A., Trofimova V.Sh. [Application of mathematical statistics in actuarial calculations]. *Prilozhenie matematiki v ekonomicheskikh i tekhnicheskikh issledovaniyakh = The Application of Mathematics in Economic and Technical Studies*, 2014, no. 4, pp. 82–86. (In Russ.)
16. Boikov A.V. [Insurance: Actuarial calculations and mathematical models of insurance]. *Aktuarii = Actuary*, 2009, no. 1, p. 35. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28847635> (In Russ.)
17. Ryabikin V.I., Tikhomirov S.N., Baskakov V.N. [Insurance and actuarial calculations]. *Aktuarii = Actuary*, 2007, no. 1, p. 26. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=28847570> (In Russ.)
18. Sinyavskaya T.G., Tregubova A.A. [Regional risk of individual life insurance: Approaches to assessment and management of tariffs]. *Uchet i statistika = Accounting and Statistics*, 2015, no. 3, pp. 54–61. (In Russ.)

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.