

ЗАКОН ПАРЕТО НА ФОНДОВОМ РЫНКЕ

Анна Викторовна ЗИНЕНКО

кандидат технических наук, доцент кафедры финансов и кредита, Сибирский государственный аэрокосмический университет им. академика М.Ф. Решетнева, Красноярск, Российская Федерация
anna-z@mail.ru

История статьи:

Принята 08.06.2015

Одобрена 01.07.2015

УДК 33.76.066

Ключевые слова: биржевые котировки, «правило трех сигм», степенные законы, распределение Парето

Аннотация

Предмет и тема. В статье проведен анализ движения котировок на финансовых рынках. Финансовые рынки — это явление, которое существует столетиями. А если имеется явление, то есть и дисциплина, его изучающая. При этом с развитием явления дисциплина также должна развиваться и применять новые методы изучения, анализа и прогнозирования. Вплоть до середины 1990-х гг. теория финансового рынка базировалась на принципах, заложенных еще в 1900 г. Л. Башелье. Затем на финансовые рынки обрушились коллапсы, которые показали несостоятельность вероятностных теорий.

В настоящее время появляется все больше альтернативных теорий, основанных на более сложном, чем используемая Башелье теория вероятностей, математическом аппарате. Наиболее перспективная и обсуждаемая современная инвестиционная теория — это степенные законы. Степенные законы на финансовых рынках выступают предметом исследования. Они применяются в изучении социальных и экономических явлений, т.е. тех явлений, в которых велико участие человеческого фактора.

Цели. Проанализировать соответствие временных рядов данных современных фондовых индексов классическим вероятностным и степенным законам.

Методология. Для проверки классической теории соответствия нормальному закону использовано «правило трех сигм», которому должно соответствовать нормальное распределение. Для проверки соответствия степенному закону применен визуальный метод. График степенного закона выглядит определенным образом и напоминает траекторию прыжка с трамплина.

Результаты. Исследован характер динамики котировок шести мировых фондовых индексов. Полученный результат можно использовать как практическое подтверждение новых инвестиционных теорий.

Выводы. Сделан вывод о том, что часть анализируемых индексов описывается нормальным законом, но некоторые, безусловно, не подчиняются «правилу трех сигм» и описываются степенными законами. Это дает возможность в дальнейшем развивать новую концепцию динамики фондовых котировок.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2015

Введение

Анализ и прогнозирование динамики финансовых рынков — это задача, над которой усиленно работают ученые, аналитики и инвестиционные управляющие с самого начала появления таких рынков. Найти решение этой задачи — значит разработать и обосновать единый метод, который:

— обоснованно объясняет текущую динамику рынков;

— дает точный прогноз на будущее.

Таким образом, теория динамики финансовых рынков ценна и с научной, и с практической точек зрения. С научной точки зрения — это объяснение процесса,

а с практической — возможность выгодного инвестирования путем верного прогноза.

По мнению С. Хокинга, теория считается хорошей, если она удовлетворяет двум требованиям: во-первых, она должна точно описывать широкий класс наблюдений в рамках модели, содержащей лишь несколько произвольных элементов, а во-вторых, теория должна давать вполне определенные предсказания относительно результатов будущих наблюдений [1].

До работ Б. Мандельброта существовала только одна, основанная на вероятностных законах научная теория финансового инвестирования, которая до некоторых пор удовлетворяла критериям

Хокинга о «хорошей» теории. Когда стабильность в мировой экономике пошатнулась, классическая теория перестала и объяснять, и прогнозировать новые явления. Стало появляться множество альтернативных теорий, притом основанных на тех же базовых постулатах (арбитражная модель, модель с нулевым бета и т.д.)¹ [2].

Исследователь Б. Мандельброт, известный в научном мире как создатель фрактальной геометрии, предложил диаметрально противоположный классическому подход, основанный на степенных законах, которые, по его мнению, работают в сферах, где в процессе непосредственное участие принимает человек. Его работа посвящена степенному подходу к анализу финансовых рынков.

На взгляд автора, целесообразно применить к котировкам акций известный в экономической сфере закон Парето и проверить его действие, а также действие классического вероятностного закона на шести мировых индексах.

Классические методы анализа динамики котировок

Финансовый рынок еще с начала прошлого века является не только механизмом купли-продажи, но и объектом научных исследований. Пионерами в финансовой науке стали Ч. Доу и Л. Башелье. Первый был скорее предпринимателем, чем ученым. Его выдающиеся достижения — основание крупнейшего биржевого бюллетеня *The Wall Street Journal* и изобретение самого первого фондового индекса — промышленного индекса Доу-Джонса.

Подход Ч. Доу к движению биржевых котировок назвали теорией Доу продолжатели его дела У. Намильтон, Дж. Шефер и Р. Ри. Теория Доу положила начало популярному по сей день среди трейдеров и аналитиков техническому анализу. Именно Доу введены такие базовые понятия, как «тренд», «объемы торгов» и т.д.

Технический анализ с момента своего появления подвергался немалой критике. Не будем приводить многочисленные аргументы противников технического анализа и акцентируем внимание только на двух моментах.

Во-первых, существует более 20 тыс. технических индикаторов. Помимо индикаторов каждая

¹ *Ерыгин Ю.В., Зиненко А.В.* Инвестиции: учеб. пособие для студентов экономических специальностей. Красноярск: СибГАУ, 2010. 153 с.; *Шарп У.* Инвестиции. М.: ИНФРА-М, 2009. 1027 с.

брокерская компания предлагает своим клиентам различные торговые стратегии. Тестирование индикаторов и стратегий показывает успех как минимум в 80% случаев. Если бы применение индикаторов и торговых стратегий действительно имело бы такой процент успеха, то фондовый рынок прекратил бы свое существование как убыточный. На практике только 10% инвесторов на финансовом рынке зарабатывают, а остальные терпят убытки.

Во-вторых, Доу были выведены три фазы тренда и три цикла. Эта идея получила продолжение в волновой теории Р.Н. Эллиота. Но никакого математического обоснования своим суждениям ни Эллиот ни Доу не обеспечили. Фрактальная теория Б. Мандельброта продолжает данный «цикловой» подход, но уже с математическим обоснованием. Формулы индикаторов технического анализа также не являются математически обоснованными.

Соответственно, критика технического анализа справедлива: он в большинстве случаев не работает и математически не обоснован.

Второй основоположник анализа биржевых котировок — Л. Башелье являлся чистым математиком. В 1900 г. он представил докторскую диссертацию «Теория спекуляций», в которой рассматривал движение котировок французских облигаций. Возглавлял комиссию, рассматривавшую данный труд, величайший математик того времени А. Пуанкаре. Диссертация не произвела особого впечатления. Это было связано с тем, что изучение финансов, и тем более спекуляций, не было в чести среди математиков. Если перевести систему оценивания на современный язык, то Башелье получил твердую «четверку». После публикации результатов диссертации теория Башелье заинтересовала широкую публику, и через некоторое время он получил признание как математик [3].

Интересно, что Л. Башелье первым сравнил движение биржевых котировок со случайным броуновским движением. Согласно его теории движение биржевой цены — это случайный процесс, подчиняющийся закону нормального распределения. Соответственно, наиболее часто встречается некая средняя цена, а отклонения свыше трех стандартных отклонений (трех сигма) встречаются с вероятностью менее одного процента.

Стремительное развитие теория Башелье получила с 1956 г. — с работы П. Самуэльсона о ценообразовании опционов. Затем Ю. Фама предложил свою гипотезу эффективного рынка,

за которую получил Нобелевскую премию. После этого появились три важнейших модели, на которых держится современная теория финансовых инвестиций:

- 1) модель формирования оптимального портфеля Гарри Марковитца;
- 2) модель ценообразования рынка капиталов Уильяма Шарпа;
- 3) модель ценообразования опционов Фишера Блэка и Майрона Шоулза.

Все эти модели основаны на постулате Башелье о случайном характере биржевых котировок и как следствие — о применении к их анализу и прогнозированию классических вероятностных законов [4].

Вплоть до финансового кризиса 1987 г. классическая инвестиционная теория работала. В начале 1980-х гг. на место трейдеров старой школы, работавших на интуиции и деловом чутье, пришли так называемые «кванты» (**quantity analytics**) — трейдеры-математики, разрабатывающие торговые стратегии на основании принципов Марковитца, Башелье, Шарпа и др. [5]. «Кванты» создали крупные инвестиционные компании, придумали множество новых финансовых инструментов, заработали миллиарды долларов.

Степенные законы в социальных науках

Обвал рынка согласно вероятностному подходу мог произойти раз в несколько сотен лет. Однако потрясения в данной сфере вдруг стали регулярными: банковский кризис 1995 г., кризис 1998 г. (многие американские инвестиционные фонды вложили немалую часть своих активов в заманчиво высокодоходные российские облигации). Наконец, возник кризис 2008 г., который вывел из дела более половины «квантов».

Стало понятным, что вероятностный подход не совсем применим к социально-экономическим объектам, каковым, безусловно, можно назвать финансовый рынок. В 1990-х гг. было немало попыток разработать модели, альтернативные подходам Марковитца и Шарпа: Арбитражная модель, Модель Тобина и т.д. Но в основе этих моделей оставался вероятностный подход, поэтому ничего нового они не привнесли [2].

Оригинальный подход к анализу биржевых котировок был предложен одним из наиболее значимых ученых прошлого столетия

Б. Мандельбротом в 1960-х гг. Он оспорил классический подход к инвестиционной теории, основанный на предположении о случайном характере биржевых котировок и вероятностном анализе их динамики. Работы Мандельброта, посвященные рыночной динамике (начинал он с изучения динамики цен на хлопок на американских товарных биржах) и другим временным рядам, не получили широкого признания. Это были в основном статьи и доклады [6].

Мировую известность Б. Мандельброт получил после выхода книги «Фрактальная геометрия природы» в 1977 г. Математически описав совершенно новые геометрические объекты, Мандельброт основал новую ветвь математики — фрактальную геометрию. Фракталы оказались сильным и полезным инструментом в таких дисциплинах, как физика, инженерия, биология, медицина. Сам ученый особенно интересовался применением фракталов в экономике. Этому посвящены две его крупные работы: «(Не)послушные рынки» и «Фракталы, случай и финансы».

Не будем углубляться во фрактальную математику. Отметим только, что Мандельброт предложил собственную фрактальную модель графика биржевых котировок. В этой модели он математически обосновал идеи Доу и Эллиота о циклах. Ключевое понятие фрактальности — это самоподобие. То есть часовые графики похожи на дневные и т.д. Это и есть идея «цикла внутри цикла» [7–9].

До того как прийти к фрактальности, Мандельброт доказывал, что рынок — это социально-экономическое явление и он не может подчиняться вероятностным законам, которые хороши в естественных науках. Ученый предположил, что объекты, частью которых являются люди, подчиняются математическим законам иного рода, а именно — степенным. Этот подход не противоречил фрактальной модели, а, наоборот, в будущем развился в нее. Остановимся на степенном подходе и построим собственную модель рыночных котировок, основанную на известном степенном законе Парето.

Степенные законы были рассмотрены еще до Мандельброта. Это закон Парето о распределении национального богатства, закон Ципфа о частоте встречаемости слов, закон Лотки о количестве научных публикаций и т.д. Но Мандельброт впервые применил степенные законы к анализу рыночных котировок, и «продвинутые» современные ученые-инвесторы, такие как Мабуссин и Талейб,

предпочитают подход Мандельброта классическому [10–12].

Вернемся к закону Ципфа. Б. Мандельброту, тогда еще соискателю степени доктора наук, случайно попала на глаза статья американского лингвиста Дж. Ципфа, посвященная встречаемости слов. Ципф утверждал, что если словам присвоить некий ранг «популярности», а затем рассмотреть зависимость этого ранга от частоты встречаемости, то получится некая степенная зависимость. Графически эта зависимость изображается «прыжком с трамплина» — сначала резкое, затем плавное убывание.

Не будучи математиком, свою формулу Ципф подогнал под эмпирические данные. Мандельброт стал развивать идеи Ципфа математически и нашел связь между законом Ципфа и распределением Парето.

Итальянский промышленник и ученый В. Парето (1848–1923) обнаружил степенной закон в распределении национального богатства. Повсеместно распространена его «грубая» формулировка: «90% национального богатства находится в руках 10% населения». Если разбить уровень дохода на группы и посчитать численность населения, попадающую в ту или иную группу, уровень дохода отложить по оси y , а численность населения по оси x , то получится «трамплинный» график. Практическое значение формулы Парето весьма печально. «Прогресс в истории человечества отсутствует. Демократия — обман. Человек по своей природе примитивен, эмоционален и упрям. Более умные, способные, сильные, проникательные отбирают себе львиную долю. А слабые голодают и вымирают, этим спасая человечество от вырождения», — писал Парето. Несмотря на жесткую позицию, Парето считается одним из основоположников науки экономической теории наряду с А. Смитом.

Формула Парето выглядит следующим образом:

$$P(u) = \left(\frac{u}{m}\right)^{-a},$$

где $P(u)$ — доля населения, которая имеет доход, больше уровня u ;

u — некоторый заданный уровень дохода;

m — минимальный в стране уровень дохода;

a — показатель степени, наклон линии. Сам ученый оценил этот показатель, как 1,5.

Применение формулы Парето к финансовым рынкам

Как уже было отмечено, Мандельброт был первым, кто применил степенные законы к исследованию рыночных котировок. К этому его привело случайное совпадение. Он увидел в аудитории на доске график «прыжка с трамплина», который описывал исследуемое тогда Мандельбротом распределение национального богатства. Этот график иллюстрировал исследования рыночных цен на хлопок за многие годы. Такое совпадение подтолкнуло Мандельброта к исследованиям биржевых котировок с точки зрения степенных законов, что в итоге привело к созданию фрактальной модели фондового рынка.

По мнению автора, целесообразно не повторять идеи Мандельброта, а адаптировать формулу Парето к финансовым рынкам по-своему, а затем эмпирически проверить правильность подобной адаптации. Для этого сначала следует вспомнить «правило трех сигм», которое, по утверждениям противников классической инвестиционной теории, на фондовом рынке не выполняется² [13].

Согласно этому правилу только 0,27% значений случайной величины (каковой согласно классической теории считаются рыночные котировки) отклоняются от среднего более чем на утроенное стандартное отклонение. Не более 4,6% значений отклоняются от среднего более чем на удвоенное стандартное отклонение, и не более 31,8% значений отклоняются от среднего более чем на одно стандартное отклонение³.

Возьмем минимальное отклонение, а также стандартное, удвоенное и утроенное стандартные отклонения за ключевые точки графика распределения отклонений биржевых котировок от среднего. По оси y отложим данные значения, а по оси x — количество отклонений от среднего, попадающих в соответствующие интервалы. В стандартных координатах полученный график должен напоминать «трамплинный прыжок», а в логарифмических — выглядеть как прямая линия.

Помимо построения графика можно найти показатель степени в адаптированной для рыночных котировок формуле Парето. Также возьмем

² Богачек Н.Л. Операции портфельных инвесторов на рынке ценных бумаг. М.: Современная экономика и право, 2002. 104 с.; Баринев Э.А., Хмыз О.В. Рынки: валютные и ценных бумаг. М.: Экзамен, 2001. 328 с.

³ Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1982. 256 с.

отклонения значений от среднего на два сигма и минимальные отклонения. Тогда формула Парето примет следующий вид:

$$P(u) = \left(\frac{u}{m}\right)^{-a},$$

где $P(u)$ — доля колебаний, превышающих уровень u ;

u — отклонение от математического ожидания в два сигма;

m — минимальное отклонение от среднего;

a — показатель степени.

Очевидно, что все параметры формулы Парето, кроме показателя степени, можно получить из выборки данных по доходности биржевых инструментов. Таким образом, можно оценить показатель степени Парето для финансовых рынков.

Для эмпирической проверки полученной графической закономерности и адаптированной формулы были рассмотрены шесть мировых биржевых индексов:

- бразильский индекс BUSP;
- американский индекс Dow Jones Industrial Average,
- российский индекс MICEX (ММВБ);
- китайский индекс Shanghai Comp;
- германский индекс DAX;
- японский индекс Nikkei.

Был проанализирован достаточно большой объем статистики котировок данных индексов — ежедневные котировки за 1998–2015 гг. [14].

Итак, рассмотрим гипотезы.

Гипотеза 1. Если распределение котировок соответствует классической инвестиционной теории, то доля отклонений на одну, две и три сигма должна не превышать доли отклонений, предусмотренной

законом нормального распределения и «правилом трех сигм».

Гипотеза 2. Если «правило трех сигм» не соблюдается, то, возможно, распределение котировок подчиняется закону Парето. Тогда график, показывающий количество отклонений (ось X) от среднего более сигма, двух сигм и трех сигм (ось Y) в обычных координатах должен напоминать трамплинный прыжок, а в логарифмических координатах — прямую линию.

Результаты проверки первой гипотезы представлены в табл. 1.

Результаты анализа в большинстве случаев опровергают гипотезу Мандельброта, который делал акцент именно на большом числе отклонений свыше трех сигм. Такое поведение котировок продемонстрировал только китайский индекс Shanghai Comp. Среди прочих индексов отклонение на три сигма не встречается вовсе, либо в случае американского индекса DJIA — в пределах нормы, предусмотренной «правилом трех сигм». По прочим отклонениям полностью гипотезе о нормальности распределения соответствуют только японский индекс NIKKEI и немецкий DAX (отклонением на два сигма чуть выше нормы можно пренебречь). Общий вывод по первой гипотезе — два из четырех индекса ей соответствуют, т.е. ее нельзя считать принятой.

По второй гипотезе уже сделаны некоторые выводы. Чтобы закончить ее проверку, изобразим графики отклонений, наподобие графиков распределения национального богатства Парето в обычных и логарифмических координатах. При этом применять логарифмические координаты для индексов с нулевым отклонением в три сигма нелогично, а для котировок бразильского индекса, в которых равно нулю количество отклонений и в два, и в три сигма, все графики Парето смысла не имеют.

Таблица 1

Показатели отклонений котировок от среднего значения

Показатель	BUSP	DAX	DJIA	MICEX	NIKKEI	Shanghai Comp	Норма
Среднее	3 671,08	6 609,64	11 341,18	1 164,166	12 793,94	2 136,14	–
Сигма	21 073,1	1 706,29	2 287,44	479,67	3 206,46	878,25	–
Два сигма	42 146,2	3 412,58	4 574,88	959,33	6 412,92	1 756,49	–
Три сигма	63 219,31	5 518,87	6 862,32	1 439	9 619,38	2 634,73	–
Минимальное отклонение	5,2	0,25	1,34	0,42	3,56	0	–
Доля отклонений на сигма	0,49	0,32	0,275	0,42	0,304	0,23	0,318
Доля отклонений на два сигма	0	0,055	0,07	0,0009	0,01	0,05	0,046
Доля отклонений на три сигма	0	0	0,00023	0	0	0,027	0,0027

Рисунок 1

График количества отклонений от среднего по котировкам индекса DAX

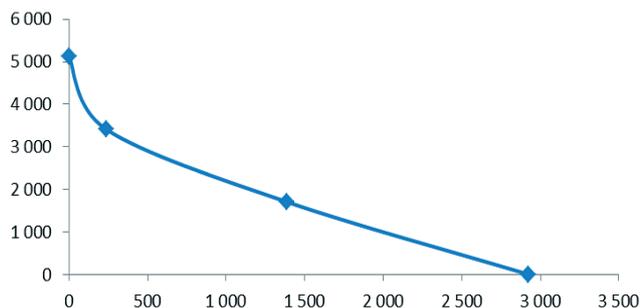


Рисунок 4

График количества отклонений от среднего по котировкам индекса NIKKEI

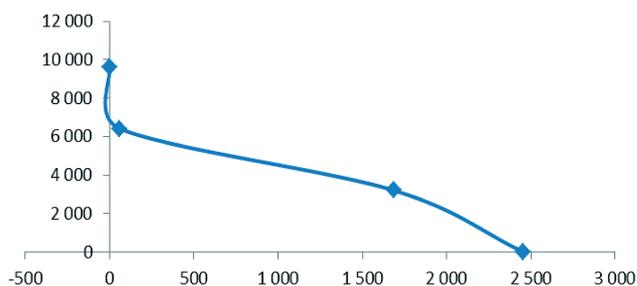


Рисунок 2

График количества отклонений от среднего по котировкам индекса DJIA:

a — в обычных координатах; *b* — в логарифмических координатах

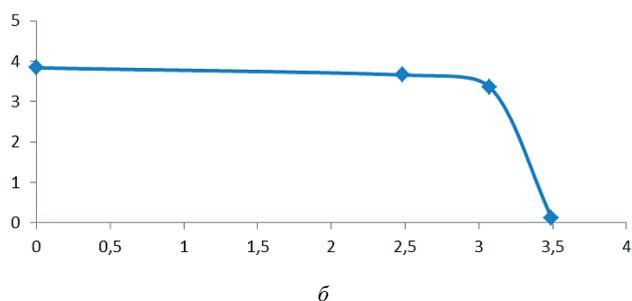
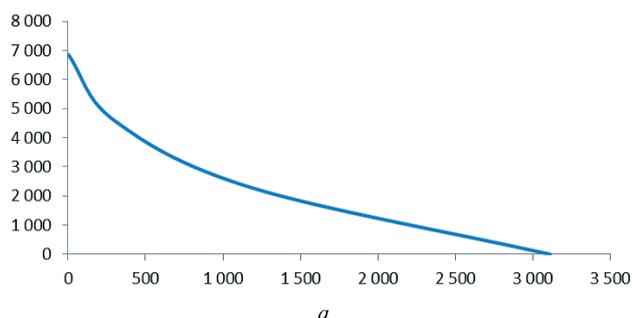


Рисунок 5

График количества отклонений от среднего по котировкам индекса Shanghai Comp:

a — в обычных координатах; *b* — в логарифмических координатах

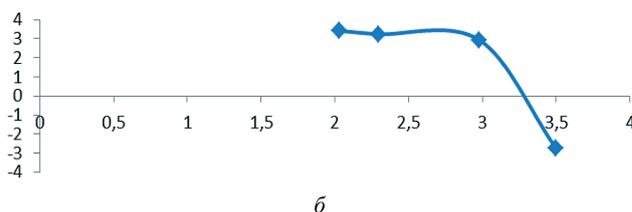
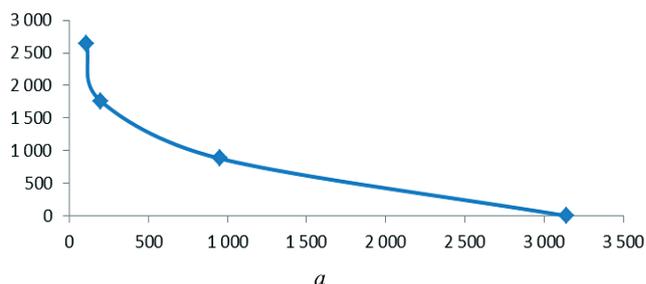
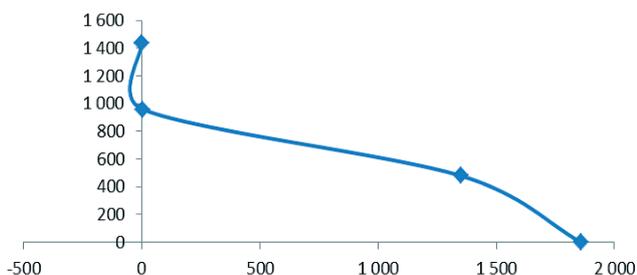


Рисунок 3

График количества отклонений от среднего по котировкам индекса MICEX



Японский и германский индексы можно исключить из анализа, так как они подтверждают первую гипотезу. На рисунках видно, что график отклонений котировок японского индекса (рис. 4) далек от траектории распределения Парето, а германского (рис. 1) — напоминает «прыжок с трамплина». Из оставшихся индексов графики по DJIA (рис. 2) и Shanghai Comp (рис. 5) напоминают тот же «прыжок с трамплина», а графики в логарифмических координатах не являются строгими прямыми, но регрессией к прямой их привести можно. График отклонений российского индекса ММВБ (рис. 3) гипотезе подчиненности закону Парето не соответствует.

Таким образом, результат проверки второй гипотезы такой же, как и в первом случае. Превосходство теории Манделъброта над

классической инвестиционной теорией прямо не показано, но доказано, что они имеют право на существование на абсолютно равных условиях [15]. По мнению автора, обе теории требуют обширных эмпирических исследований не только на рынке акций, но и на других рынках.

Список литературы

1. *Хокинг С.* Краткая история времени. Спб.: Амфора, 2001. 142 с.
2. *Боди З., Кейн А., Маркус А.Дж.* Принципы инвестиций. М.: Вильямс, 2005. 984 с.
3. *Мандельброт Б., Хадсон Р.* (Не)послушные рынки. Фрактальная революция в финансах. М.: Вильямс, 2006. 400 с.
4. *Касимов Ю.Ф.* Основы оптимального портфеля ценных бумаг. М.: ИНФРА-М, 1998. 142 с.
5. *Паттерсон С.* Кванты. Как волшебники от математики заработали миллиарды и чуть не обрушили фондовый рынок. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. 380 с.
6. *Мандельброт Б.* Фракталы, случай и финансы. М.: Регулярная и хаотическая динамика, 2004. 256 с.
7. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков. Применение хаоса в инвестициях и экономике. М.: Интернет-трейдинг, 2004. 291 с.
8. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. М.: Мир, 2000. 274 с.
9. *Стюарт И.* Играет ли бог в кости? Математика хаоса. Cambridge, Basil Blackwell, MA. 1990. 368 с.
10. *Талеб Н.* Одураченные случайностью. М.: Интернет-трейдинг, 2013. 248 с.
11. *Талеб Н.* Черный лебедь. М.: Колибри, 2013. 736 с.
12. *Мабуссин М.* Больше, чем вы знаете. Необычный взгляд на мир финансов. М.: Альпина Пабlishер, 2014. 384 с.
13. *Энгл Р.* Риск и волатильность. Эконометрические модели и финансовая практика. URL: <http://www.research.by/webroot/delivery/files/ecowest/2006n4r03.pdf>.
14. *Ходачник В.М.* Российский фондовый рынок после кризиса 1998 г.: зависимость от западных фондовых рынков // Экономический журнал. 2001. № 2. С. 6–8.
15. *Млодинов Л.* Несовершенная случайность. Как случай управляет нашей жизнью. М.: Гаятри/Livebook, 2010. 68 с.

PARETO PRINCIPLE IN THE STOCK MARKET

Anna V. ZINENKO

Siberian State Aerospace University named after Academician M.F. Reshetnev, Krasnoyarsk, Russian Federation
anna-z@mail.ru

Article history:

Received 8 June 2015

Accepted 1 July 2015

Keywords: stock exchange
quotation, three-sigma rule, power
law, Pareto distribution

Abstract

Subject The article analyzes quotation movements in financial markets. Financial market is a phenomenon that has existed and evolved for centuries. The discipline studying the phenomenon should also develop and apply new methods of research, analysis, and forecasting. The subject of the paper is power laws in financial markets. Power laws are applied to study social and economic phenomena, i.e. the ones with significant involvement of the human factor.

Objectives The purpose is to analyze the conformity of the time series of modern stock index data with the classical probabilistic law and power laws. Obviously, these are mutually exclusive hypotheses.

Methods To check the conformity of the classical theory with the normal law, I used the three-sigma rule; the normal distribution should comply with the rule. I applied a visual method to review whether there is conformity with the power law.

Results I have studied the quote behavior of six global stock market indices. The obtained findings may serve as practical confirmation of new financial investment theories.

Conclusions and Relevance Some of the analyzed stock market indices can be described by the classical normal distribution law. However, certain indices do not follow the three-sigma rule and fall under the power law. The conclusion enables to further develop the new concept of the stock market quotations' movements.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2015

References

1. Hawking S. *Kratkaya istoriya vremeni* [A Brief History of Time: From the Big Bang to Black Holes]. St. Petersburg, Amfora Publ., 2001, 142 p.
2. Bodie Z., Kane A., Marcus A.J. *Printsipy investitsii* [Essentials of Investments]. Moscow, Vil'yams Publ., 2005, 984 p.
3. Mandelbrot B.B., Hudson R.L. *(Ne)poslushnye rynki. Fraktal'naya revolyutsiya v finansakh* [The (Mis)Behaviour of Markets: A Fractal View of Financial Turbulence]. Moscow, Vil'yams Publ., 2006, 400 p.
4. Kasimov Yu.F. *Osnovy optimal'nogo portfelya tsennykh bumag* [Bases of an optimal securities portfolio]. Moscow, INFRA-M Publ., 1998, 142 p.
5. Patterson S. *Kvanty. Kak volshebnyki ot matematiki zarabotali milliardy i chut'ne obrushili fondovyi rynek* [The Quants: How a New Breed of Math Whizzes Conquered Wall Street and Nearly Destroyed It]. Moscow, Mann, Ivanov i Ferber Publ., 2014, 380 p.
6. Mandelbrot B.B. *Fraktaly, sluchai i finansy* [Fractales, Hasard et Finance]. Moscow, Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika Publ., 2004, 256 p.
7. Peters E. *Fraktal'nyi analiz finansovykh rynkov. Primenenie khaosa v investitsiyakh i ekonomike* [Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics]. Moscow, Internet-treiding Publ., 2004, 291 p.
8. Peters E. *Khaos i poryadok na rynkakh kapitala* [Chaos and Order in the Capital Markets: A New View of Cycles, Prices, and Market Volatility]. Moscow, Mir Publ., 2000, 274 p.
9. Stewart I. *Igraet li bog v kosti? Matematika khaosa* [Does God Play Dice? The New Mathematics of Chaos]. Cambridge, MA, Basil Blackwell, 1990, 368 p.

10. Taleb N. *Odurachennye sluchainost'yu* [Fooled by Randomness: The Hidden Role of Chance in Life and in the Markets]. Moscow, Internet-treiding Publ., 2013, 248 p.
11. Taleb N. *Chernyi lebed'. Pod znakom nepredskazuemosti* [The Black Swan: The Impact of the Highly Improbable]. Moscow, Kolibri Publ., 2013, 736 p.
12. Mauboussin M. *Bol'she, chem vy znaete. Neobychnyi vzglyad na mir finansov* [More Than You Know: Finding Financial Wisdom in Unconventional Places]. Moscow, Al'pina Pabliisher Publ., 2014, 384 p.
13. Engle R. *Risk i volatil'nost'. Ekonometricheskie modeli i finansovaya praktika* [Risk and Volatility. Econometric Models and Financial Practice]. Available at: <http://www.research.by/webroot/delivery/files/ecowest/2006n4r03.pdf>.
14. Khodachnik V.M. Rossiiskii fondovyi rynek posle krizisa 1998 g.: zavisimost' ot zapadnykh fondovykh rynkov [The Russian stock market after the 1998 crisis: dependence on the western stock markets]. *Ekonomicheskii zhurnal = Economic Journal*, 2001, no. 2, pp. 6–8.
15. Mlodinow L. *Nesovershennaya sluchainost' . Kak sluchai upravlyaet nashei zhizn'yu* [The Drunkard's Walk: How Randomness Rules Our Lives]. Moscow, Gayatri/Livebook Publ., 2010, 68 p.