УДК 368.01+368.9

МОДЕЛЬ РЕЗЕРВА ПО ДОЛГОСРОЧНОМУ ЛИЧНОМУ СТРАХОВАНИЮ И ВОЗМОЖНОСТИ ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

Анна Андреевна Фаизова,
ассистент кафедры
управления рисками и страхования
Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Российская Федерация
a.faizova@spbu.ru

Предмет/тема. *От точности определения страховых резервов зависят платежеспособность и финансовая устойчивость страховой организации. В долгосрочном личном страховании при формировании резервов страховщик обязан учитывать возможный инвестиционный доход. Актуальной задачей является изучение как можно большего количества факторов, влияющих на размер возможного дохода от размещения средств страховых резервов.*

Цели/задачи. *Целью работы является построение актуарной модели резерва по долгосрочному личному страхованию, которая бы отражала влияние на него существенных факторов, в том числе позволяла бы учитывать зависимость размера страхового резерва от реальной нормы доходности.*

Методология. *Для построения такой модели предлагается использовать актуарные модели с конечным числом состояний и системы дифференциальных уравнений Тиле. При этом множество моделей определяется конкретными условиями договоров долгосрочного личного страхования.*

Результаты. *Предложенная модель резерва по долгосрочному личному страхованию позволяет учесть влияние на страховой резерв таких существенных факторов, как возникающие денежные потоки, инвестиционный доход. Она дает возможность пересчитать резерв в случае необходимости в любой момент времени срока действия договора страхования. Кроме того, модель учитывает особенности того или иного вида долгосрочного личного страхования и конкретного страхового продукта внутри каждого вида.*

Выводы/значимость. *Полученные на основе теоретических моделей результаты могут быть использованы для решения ряда практических задач, в том числе для случаев применения подвижных шкал нормы доходности при размещении средств страховых резервов.*

Ключевые слова: *долгосрочное страхование, резервы по долгосрочному личному страхованию, модель с конечным числом состояний, уравнение Тиле*

Постановка задачи

Для выполнения обязательств перед клиентами по страховым выплатам страховая организация формирует из полученных страховых взносов специальные фонды, называемые страховыми резервами. Они отражают величину ответственности страховщика по договорам страхования, и от того, насколько точно они соответствуют обязательствам, зависят платежеспособность и финансовая устойчивость страховщика.

Страховые организации имеют возможность инвестировать страховые резервы. Инвестиционная деятельность является важным источником доходов страховщика. Учет возможного дохода от размещения средств страховых резервов важен при назначении тарифов для нового страхового продукта, при корректировке существующих тарифов, определении потребности в денежных средствах, проведении выплат, резервировании. При этом важно учесть наибольшее количество возможных параметров, от которых может зависеть получаемый инвестиционный доход. Это повысит точность оценок, уменьшит вероятность невыполнения страховой организацией своих обязательств и, как следствие, ее разорения.

В долгосрочном личном страховании при формировании резервов страховые организации обязаны учитывать возможный инвестиционный доход. Это делается с помощью введения в расчеты нормы доходности, которая определяется в момент заключения договора и является неизменной в течение всего срока страхования. Однако на практике реальная норма доходности, по которой размещается страховой резерв, как правило, существенно отличается от установленной в договоре. Договорная норма доходности рассчитывается исходя из максимально консервативных предположений, поэтому реальная норма доходности в течение срока инвестирования оказывается, как правило, выше. Таким образом, реально получаемый инвестиционный доход оказывается больше предполагаемого. Этот дополнительный инвестиционный доход может быть использован страховой организацией для своих нужд или же распределен между договорами долгосрочного страхования, если они предполагают участие страхователей в прибыли страховщика.

Страховой организации необходимо иметь возможность рассчитать значение страховых резервов на любой момент времени с учетом именно реальной нормы доходности. Для решения этой задачи важно построить такую актуарную модель страхового резерва, которая позволила бы учесть влияние на его размер существенных факторов, в том числе реальной нормы доходности. Тогда, если, по оценке специалистов, в какой-то момент времени норма доходности изменилась, страховой резерв тоже может быть пересчитан.

Причины изменения реальной нормы доходности могут быть разными:

– изменилась среднерыночная норма доходности. В этом случае достаточно в модель вставить это новое реальное значение процентной ставки и пересчитать резерв;

– изменилась структура активов, в которые размещается страховой резерв, что повлияло на норму доходности размещения страхового резерва. В этом случае резерв может быть пересчитан на момент, когда средняя по страховому резерву норма доходности изменилась по сравнению с договорной.

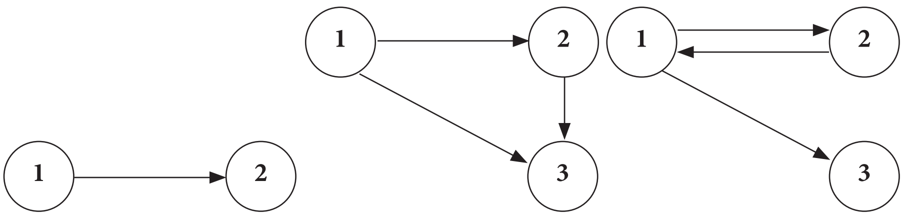
Модель эволюции застрахованного риска для договора долгосрочного личного страхования

В долгосрочном страховании изменение застрахованного риска в процессе прохождения договора часто можно описать в терминах последовательности событий, которые определяют связанные с ними денежные потоки премий и выплат. Примерами таких событий могут быть жизнь застрахованного лица, его смерть, дожитие до определенного момента времени или события (например, до свадьбы), выявление заболевания, выздоровление. В этом случае удобной актуарной моделью является модель с конечным числом состояний [13]. Согласно ей застрахованный риск описывается в терминах нахождения его в любой момент времени в одном из нескольких состояний. Возможны переходы из одного состояния в другое, при этом сам такой переход является следствием наступления события, описанного в договоре (смерть застрахованного, дожитие до определенного момента и т.д.).

Использование моделей с несколькими состояниями в математике долгосрочного страхования относится к 1960-м гг. Однако первое упоминание подобной модели можно найти у Даниила Бернулли (D. Bernoulli) в работе An attempt at a new analysis of the mortality caused by smallpox and of the advantages of inoculation to prevent it, опубликованной в 1766 г. [9]. Она была посвящена анализу заболеваемости и смертности от оспы, в ней впервые была введена модель с двумя состояниями. В течение следующих 50 лет было опубликовано еще несколько исследований, посвященных этой же проблеме.

Модель с тремя состояниями для описания процессов заболеваемости и выздоровления была впервые предложена Густавом Дю Паскье (Du Pasquier) в 1912 г. [11, 12]. В работе The Mathematical Theory of Disability Insurance он не только описал возможность применения подобной модели для описания страхования здоровья, но и вывел уравнения, задающие вероятности заболеваемости. Среди работ, посвященных применению моделей с несколькими состояниями в математике долгосрочного страхования, можно также упомянуть труды Хабермана (Haberman) и Питакко (Pitacco) [13].

Использование конкретной модели с конечным числом состояний определяется спецификой застрахованного риска. Например, срочное страхование жизни (Temporary Assurance) может быть описано с помощью модели с двумя возможными состояниями («застрахованное лицо живо» и «застрахованное лицо умерло») и переходом из первого состояния во второе (рис. 1а). Для описания договора страхования на случай постоянной полной потери трудоспособности (Permanent and Total Disability



а *б* *в*

Рис. 1. Схематичное представление актуарных моделей с конечным числом состояний для разных видов страхования: *а* – страхование жизни, *б* – страхование полной постоянной потери трудоспособности, *в* – страхование здоровья

Insuranse) потребуется модель с тремя состояниями («застрахованное лицо здорово», «застрахованное лицо полностью нетрудоспособно», «застрахованное лицо умерло») и тремя возможными переходами (из первого состояния во второе, из первого в третье и из второго в третье) (рис. 1б). В случае страхования здоровья (Health Insurance) также потребуется модель с тремя состояниями («застрахованное лицо здорово», «застрахованное лицо болеет» и «застрахованное лицо умерло»), но переходов будет уже четыре (дополнительный возможный переход – из второго состояния в первое) (рис. 1в).

В момент заключения договора ($t = 0$) застрахованный риск находится в каком-то фиксированном известном состоянии, как правило, в состоянии с номером 1. С течением времени возможен переход застрахованного риска из этого состояния в другое, но момент времени, в который осуществится такой переход, и номер нового состояния априори неизвестны. Если обозначить $S(t)$ номер состояния, в котором застрахованный риск находится в момент времени t, то изменение во времени застрахованного риска будет описываться непрерывным случайным процессом $\{S(t);\ t \geq 0\}$. В большинстве используемых моделей дополнительно вводится требование о том, что этот случайный процесс обладает Марковским свойством, по которому условное распределение вероятностей будущих состояний зависит только от нынешнего состояния, а не от последовательности событий, которые предшествовали ему. Важно отметить, что случайные процессы, обладающие Марковским свойством, встречаются довольно часто. Они используются в экономических моделях, например при описании изменения цен на акции, миграции населения и т.д. Применение таких процессов в математике долгосрочного страхования впервые было предложено в 1968 г. М. Амслером (Amsler) в работе Les chaines de Markov des assurances vie, invaliditй et maladie [8] и в 1969 г. Дж. Хоемом (Hoem) в работе Markov chain models in life insurance [14, 16]. Марковские цепи активно используются для оценок и построения таблиц выбытия по нескольким причинам, для оценки вероятностей заболеваемости, а также в других демографических и актуарных задачах [1, 20].

Модель денежного потока для договора долгосрочного личного страхования

Приведенная актуарная модель с конечным числом состояний может использоваться для решения различных теоретических и практических задач. Для каждой из них используется определенный числовой параметр, значение которого увязывается с конкретным состоянием системы или его изменением. Такими параметрами в зависимости от целей применения модели могут быть, например, вероятность нахождения застрахованного риска в определенном состоянии; размер денежных средств, которые имеет страховщик по застрахованному риску в определенном состоянии системы; размер денежного потока, возникающего у страховщика, если застрахованный риск находится в определенном состоянии. Целесообразно более подробно рассмотреть последний вариант числового параметра – денежный поток, формируемый из страховых взносов и страховых выплат по отдельному договору страхования, так как именно его значение для любого из состояний застрахованного риска используется в целях определения размера страхового резерва по рассматриваемому договору страхования.

Для этого в описанную модель вводятся денежные потоки страховых премий и выплат, возникающие либо когда застрахованный риск находится в определенном состоянии (например, уплачиваются страховые взносы в течение указанного в договоре срока при условии, что застрахованное лицо живо), либо в момент, когда происходит смена состояния (например, производится выплата страхового обеспечения по договору страхования жизни в момент смерти застрахованного лица). В зависимости от специфики конкретного договора страхования описываемый денежный поток может состоять из разных компонент. В случае использования непрерывной модели времени он может содержать следующие показатели:

– премию, непрерывно уплачиваемую с интенсивностью $p_i(t)$, пока застрахованный риск находится в определенном состоянии с номером i;

– аннуитет, непрерывно выплачиваемый с интенсивностью $b_i(t)$, пока застрахованный риск находится в определенном состоянии с номером i;

– страховую выплату в размере $c_{ji}(t)$, производимую при переходе застрахованного риска из состояния с номером i в состояние с номером j;

– страховую выплату в размере $d_i(\tilde{t})$, производимую в случае, если в оговоренный в договоре момент времени $\tilde{t}$ застрахованный риск будет находиться в состоянии с номером i.

Для конкретного договора страхования денежный поток может включать несколько компонент одного вида, или же компоненты определенного вида могут отсутствовать.

Например, денежный поток по отдельному договору срочного страхования жизни, заключенному сроком на n лет со страховым обеспечением, равным c, будет содержать две компоненты.

1. Премия, непрерывно уплачиваемая с интенсивностью
$$p_i(t) = \left\{ \begin{matrix} p, \text{ при } t < m \\ 0, \text{ в ином случае} \end{matrix} \right\},$$
где m – срок, указанный в договоре, в течение которого страхователь уплачивает страховые взносы.
2. Выплата в размере $c_{12}(t) = c$, осуществляемая в момент смерти застрахованного лица.

Если же рассмотреть денежный поток по отдельному договору смешанного страхования жизни, предусматривающему дополнительно выплату в размере d в случае дожития застрахованного до момента окончания договора n, то он будет содержать три компоненты: две, совпадающие с компонентами предыдущей модели, и дополнительную выплату в размере $d_1(n) = d$.

Представленные примеры моделей связаны с тем или иным видом личного страхования (срочное страхование жизни, смешанное страхование жизни). Однако практика их реализации предполагает многообразие конкретных страховых продуктов внутри каждого из этих видов. Это может сказываться на виде денежного потока – единовременная премия, серия страховых взносов или премия, начисляемая непрерывно; единовременная выплата или выплата аннуитета. Естественно, это учитывается при построении соответствующей актуарной модели.

В целом актуарная модель с конечным числом состояний является удобным инструментом, позволяющим описывать денежный поток, возникающий по отдельному договору различных видов долгосрочного личного страхования, реализующему тот или иной вариант страхового продукта внутри этого вида страхования. Дальнейшее развитие предложенных моделей позволит построить искомую модель страхового резерва по отдельному договору долгосрочного личного страхования.

Модель страхового резерва для договора долгосрочного личного страхования

Размер страхового резерва по договору страхования отражает размер невыполненных или не исполненных до конца обязательств страховщика по страховым выплатам. Эти обязательства на определенный момент времени представляют собой разность между приведенной к этому моменту стоимостью всех поступлений и всех выплат, т.е. разность между актуарной настоящей стоимостью премий и выплат. Представленные модели дают возможность их вычисления, т.е. позволяют определить размер страхового резерва $V_i(t)$, который необходимо сформировать в момент времени t, если застрахованный риск находится в состоянии с номером i:
$$V_i(t) = B_i(t,n) - P_i(t,n),$$
где $B_i(t, n)$ – актуарная настоящая стоимость в момент времени t будущих выплат;

$P_i(t,n)$ – актуарная настоящая стоимость в момент времени t будущих поступлений премий.

Изменение резерва $V_i(t)$ складывается из следующих компонент:

– инвестиционного дохода от размещения средств резерва с интенсивностью начисления процента δ;

– поступления премий $p_i(t)$;

– проведения выплат аннуитета с интенсивностью $b_i(t)$;

– проведения выплат в размере $c_{ij}(t)$;

– перераспределения средств резерва при смене застрахованным риском состояния.

Последние две компоненты присутствуют только в момент смены застрахованным риском состояния и должны учитывать вероятностный характер подобного перехода. Таким образом, размер резерва при использовании непрерывной модели времени удовлетворяет системе дифференциальных уравнений, являющейся обобщением уравнения, предложенного датским актуарием Т.Н. Тиле:

$$\frac{dV_i(t)}{dt} = \delta V_i(t) + p_i(t) - b_i(t) -$$
$$-\sum\nolimits_{j:i\neq j\mu_{ji}} (c_{ij}(t) + V_j(t) - V_i(t)),$$

где μ_{ji} – интенсивности перехода из состояния i в состояние j, рассчитываемые на основе статистической информации.

Решение указанной системы дифференциальных уравнений является удобной моделью, позволяющей найти размер резерва, который необходимо сформировать в данный момент времени. Кроме того, предложенная модель резерва:

– дает возможность его пересчета в любой момент в течение срока действия договора страхования для многих различных состояний застрахованного риска и переходов из одного состояния в другое;

– отражает влияние на страховой резерв таких существенных факторов, как интенсивность переходов из одного состояния в другое, возникающие денежные потоки, инвестиционный доход;

– учитывает особенности того или иного вида долгосрочного личного страхования и конкретного страхового продукта внутри каждого вида.

Многообразие моделей денежного потока для различных видов долгосрочного личного страхования и страховых продуктов внутри каждого из этих видов определяет множество конкретных моделей страхового резерва (рис. 2), построенных на основе решения системы дифференциальных уравнений Тиле.

Как уже было отмечено, реальная норма доходности, по которой размещается страховой резерв, обычно существенно больше установленной в договоре. Поэтому к моменту выплаты в распоряжении страховщика оказывается резерв, превышающий его обязательства. Полученная разность между реальным резервом и обязательствами страховщика может быть использована страховой организацией для разных целей, в том числе для собственного развития, для реализации бонусного страхования и т.п.

Предложенная модель резерва позволяет учесть любой вид зависимости размера страхового резерва от значения процентной ставки, с учетом которой этот резерв размещается, а значит, оценить дополнительные средства, которые может получить страховщик.

Возможности применения модели

При размещении определенных активов, покрывающих страховой резерв, страховщик может столкнуться с ситуацией, когда реальная норма доходности по этому активу будет зависеть от раз-

Рис. 2. Схема построения модели резерва для договора долгосрочного личного страхования

мера самого актива. Так, например, при размещении средств страхового резерва в банковские депозиты банки могут предлагать шкалы, устанавливающие зависимость процентной ставки от размера самого депозита. При этом сами шкалы могут быть разнообразными, т.е. предполагающими между процентной ставкой и размером депозита разные формы зависимости. Очень распространенным является вариант, при котором зависимость между процентной ставкой размещения депозита и его размером является кусочно-постоянной. Задача учета подобной зависимости при расчете страхового резерва по отдельному договору долгосрочного личного страхования никогда ранее не изучалась.

Предложенная модель резерва отражает зависимость его размера от ряда существенных факторов, в том числе от нормы доходности, по которой он инвестируется. При этом она допускает возможность учета любой формы зависимости между нормой доходности (процентной ставкой) и размером страхового резерва. Для этого необходимо построить конкретное выражение математической зависимости размера страхового резерва от названных существенных факторов, которое дополнительно учитывает функциональную зависимость уровня процентной ставки от размера страхового резерва.

Однако с математической точки зрения использование для любого страхового продукта любой формы зависимости процентной ставки от страхового резерва не всегда приводит к желаемым результатам. В некоторых случаях получаемое уравнение Тиле не будет иметь решения, или оно может быть неприменимо на практике ввиду его сложности. Именно поэтому очень важной и актуальной является задача определения общих возможностей применения данной модели, а также границ и дополнительных условий ее применения для конкретных страховых продуктов в рамках определенных видов страхования.

Выводы

Платежеспособность и финансовая устойчивость страховой организации зависят, помимо прочего, от того, насколько сформированные ею резервы отвечают принятым от страхователей обязательствам. В долгосрочном личном страховании страховщик в процессе расчета величины необходимых резервов обязан учитывать возможный инвестиционный доход. При заключении договора страхования отвечающая его получению процентная ставка закладывается в условия договора как детерминированная постоянная величина. На самом деле в течение срока действия договора она изменяется. Так как отклонение реальной нормы доходности от заложенной в условия договора может быть существенным, страховщик заинтересован в такой модели расчета размера страхового резерва, которая могла бы быть применима в любой момент срока действия договора и при этом учитывала: во-первых, реальную норму доходности инвестиций на этот момент времени, во-вторых, форму зависимости процентной ставки, по которой инвестируется резерв, от размера самого резерва.

Для построения соответствующей модели расчета страхового резерва в качестве базы предлагается использовать актуарные модели с конечным числом состояний. Их дополнение числовым параметром денежного потока как размера обязательств страховщика, т.е. как размера необходимого страхового резерва, а также использование системы дифференциальных уравнений Тиле позволяют получить оценку конкретного значения страхового резерва на любой момент времени с учетом всех выделенных в модели факторов.

Предложенная модель расчета резерва отражает зависимость его размера от текущей, т.е. реальной, нормы доходности, по которой резерв инвестируется. Дополнительно она допускает возможность учета любой формы зависимости между размером инвестируемого капитала и нормой доходности, например такой формы зависимости, как кусочно-постоянная, предполагающей наличие шкалы, устанавливающей зависимость процентной ставки от размера депозита.

Многообразие видов долгосрочного личного страхования определяет множество моделей расчета размера страхового резерва, каждая из которых учитывает специфику соответствующего вида страхования.

Список литературы

1. *Абдюшева С., Спивак С.* Обратные задачи для марковских моделей // Актуарий. 2007. № 1. С. 41–46.

2. *Баскаков В.Н., Андреева О.Н., Баскакова М.Е., Карташов Г.Д., Крылова Е.К.* Страхование от несчастных случаев на производстве: актуарные основы / под ред. В.Н. Баскакова. М.: Academia, 2001. 192 с.

3. *Бауэрс Н., Гербер Х., Джонс Д., Несбитт С., Хикман Дж.* Актуарная математика / под ред. В.К. Малиновского. М.: Янус-К, 2001. 656 с.

4. *Кудрявцев А.А.* Демографические основы страхования жизни. Курс лекций. СПб.: Институт страхования, 1998. 237 с.

5. *Кудрявцев А.А.* Методология актуарного анализа. СПб.: СПбГУ, 2009. 204 с.

6. *Кудрявцев А.А., Плам Р.Г., Чернова Г.В.* Страхование здоровья (опыт Великобритании). М.: Анкил, 2003. 216 с.

7. *Фаизова А.А.* Моделирование резерва по страхованию жизни с учетом сценариев развития процентной ставки // Научные труды Вольного экономического общества России. 2013. Т. 172. С. 437–449.

8. *Amsler M.H.* Les chaines de Markov des assurances vie, invalidité et maladie // Transactions of the 18th International Congress of Actuaries. München. 1968. Vol. 5. P. 731–746.

9. *Bernoulli D.* Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir // Histoire de l'Académie Royale des Sciences. 1960. P. 1–45

10. *Christiansen M.* Multistate Models in Health Insurance // AStA Advances in Statistical Analysis. 2012. Vol. 96. № 2. P. 155–186.

11. *Du Pasquier L.G.* Mathematische Theorie der Invaliditätversicherung // Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker. 1912. Vol. 7. P. 1–7.

12. *Du Pasquier L.G.* Mathematische Theorie der Invaliditätversicherung // Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker. 1913. Vol. 8. P. 1–153. (English translation entitled «The Mathematical Theory of Disability Insurance»).

13. *Haberman S., Pitacco E.* Actuarial Models for Disability Insurance. London: Chapman & Hall, 1999. 280 p.

14. *Haberman S., Sibbett T.A.* History of actuarial science. London: William Pickering, 1995. 391 p.

15. *Hamilton-Jones J.* Actuarial aspects of long-term sickness insurance // Journal of the Institute of Actuaries. 1972. № 98. P. 17–67.

16. *Hoem J.M.* Markov chain models in life insurance // Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik. 1969. Vol. 9. P. 91–107.

17. *Møller T., Steffenson M.* Market-Valuation Methods in Life and Pension Insurance. New York: Cambridge University Press, 2007. 279 p.

18. *Pitacco E.* Multistate models for long-term care insurance and related indexing problems // Applied stochastic models in business and industry.1999. № 15. P. 429–441.

19. *Ramlau-Hansen H.* Distribution of Surplus in Life Insurance // ASTIN Bulletin. 1991. Vol. 21. P. 57–71.

20. *Wolthuis H.* Life insurance mathematics (The Markovian model). Brussels: Caire Education Series, 1993. 288 p.

Finance and Credit ***Insurance***
ISSN 2311-8709 (Online)
ISSN 2071-4688 (Print)

A MODEL OF RESERVE FOR LONG-TERM PERSONAL INSURANCE AND ITS APPLICABILITY

Anna A. FAIZOVA

Abstract

Importance The solvency and financial stability of an insurance company depends on the quality of estimates of insurance reserves. In long-term personal insurance, the insurer should take into account possible investment income when creating insurance reserves. Therefore, it is important to study as many factors as possible, which have an impact on potential income from investing insurance reserve funds.

Objectives The main objective of this paper is to develop an actuarial model for long-term personal insurance reserve that would reflect the influence of significant factors and enable to estimate the dependence of the insurance reserve on real rate of return.

Methods To build the model, I propose to use actuarial finite-state models and the Thiele differential equation. Herewith, a set of models is defined by specific conditions of long-term personal insurance contracts.

Results The proposed model of long-term personal insurance reserve enables to take into account the influence of significant factors like arising cash flows and investment income on the insurance reserve. In addition, the model allows recalculating the reserve at any time until the contract expires. Moreover, the model is sensible to the specifics of various types of long-term personal insurance contracts and a particular insurance product within each type.

Conclusions and Relevance The results obtained on the basis of these theoretical models may be useful when dealing with practical problems, including the application of flexible rate of return for investing the insurance funds.

Keywords: long-term, personal, insurance, reserve, finite-state model, Thiele differential equation

References

1. Abdyusheva S., Spivak S. Obratnye zadachi dlya markovskikh modelei [Inverse problems for the Markov models]. *Aktuarii = Actuary*, 2007, no. 1, pp. 41–46.

2. Baskakov V.N., Andreeva O.N., Baskakova M.E., Kartashov G.D., Krylova E.K. *Strakhovanie ot neschastnykh sluchaev na proizvodstve: aktuarnye osnovy* [Occupational injury insurance: the actuarial foundation]. Moscow, Academia Publ., 2001, 192 p.

3. Bowers N., Gerber H., Jones D., Nesbitt J., Hickman J. *Aktuarnaya matematika* [Actuarial Mathematics]. Moscow, Yanus-K Publ., 2001, 656 p.

4. Kudryavtsev A.A. *Demograficheskie osnovy strakhovaniya zhizni. Kurs lektsii* [Demographic fundamentals of life insurance. A course of lectures]. St. Petersburg, Institut strakhovaniya Publ., 1998, 237 p.

5. Kudryavtsev A.A. *Metodologiya aktuarnogo analiza* [The methodology of actuarial analysis]. St. Petersburg, SPbSU Publ., 2009, 204 p.

6. Kudryavtsev A.A., Plam R.G., Chernova G.V. *Strakhovanie zdorov'ya (opyt Velikobritanii)* [Health insurance (UK experience)]. Moscow, Ankil Publ., 2003, 216 p.

7. Faizova A.A. Modelirovanie rezerva po strakhovaniyu zhizni s uchetom stsenariev razvitiya protsentnoi stavki [Modeling the life insurance reserve subject to interest rate development scenarios]. *Nauchnye trudy Vol'nogo ekonomicheskogo obshchestva Rossii = Scientific Works of the Free Economic Society of Russia*, 2013, vol. 172, pp. 437–449.

8. Amsler M.H. Les chaines de Markov des assurances vie, invalidité et maladie. Transactions of the 18th International Congress of Actuaries. München, 1968, vol. 5, pp. 731–746.

9. Bernoulli D. Essai d'une nouvelle analyse de la mortalité causée par la petite vérole, et des avantages de l'inoculation pour la prévenir. *Histoire et mémoires de l'Académie Royale des Sciences*, 1960, pp. 1–45.

10. Christiansen M. Multistate Models in Health Insurance. *AStA Advances in Statistical Analysis*, 2012, vol. 96, no. 2, pp. 155–186.

11. Du Pasquier L.G. Mathematische Theorie der Invaliditätversicherung. *Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker*, 1912, vol. 7, pp. 1–7.

12. Du Pasquier L.G. Mathematische Theorie der Invaliditätversicherung. *Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker*, 1913, vol. 8, pp. 1–153.

13. Haberman S., Pitacco E. Actuarial Models for Disability Insurance. London, Chapman & Hall, 1999, 280 p.

14. Haberman S., Sibbett T.A. History of Actuarial Science. London, William Pickering, 1995, 391 p.

15. Hamilton-Jones J. Actuarial aspects of long-term sickness insurance. *Journal of the Institute of Actuaries*, 1972, no. 98, pp. 17–67.

16. Hoem J.M. Markov chain models in life insurance. *Blätter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik*, 1969, vol. 9, pp. 91–107.

17. Møller T., Steffenson M. Market-Valuation Methods in Life and Pension Insurance. New York, Cambridge University Press, 2007, 279 p.

18. Pitacco E. Multistate models for long-term care insurance and related indexing problems. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 1999, no. 15, pp. 429–441.

19. Ramlau-Hansen H. Distribution of Surplus in Life Insurance. *ASTIN Bulletin*, 1991, vol. 21, pp. 57–71.

20. Wolthuis H. Life insurance mathematics (The Markovian model). Brussels, Caire Education Series, 1993, 288 p.

Anna A. FAIZOVA
Saint Petersburg State University, St. Petersburg, Russian Federation
a.faizova@spbu.ru