pISSN 2073-4484
eISSN 2311-8768

Математический анализ и моделирование в экономике

РАНГОВЫЕ РЕШЕНИЯ В ПОРТФЕЛЬНОМ АНАЛИЗЕ*

Дмитрий Григорьевич ЛЕВШУК

кандидат экономических наук, доцент кафедры учета, финансов, логистики и менеджмента,
Полоцкий государственный университет (ПГУ),
Новополоцк, Республика Беларусь
levshuk81@rambler
https://orcid.org/0000-0001-5725-8633
SPIN-код: 9025-2087

История статьи:
Рег. № 585/2019
Получена 03.09.2019
Получена в доработанном виде 16.09.2019
Одобрена 30.09.2019
Доступна онлайн 30.08.2022

УДК 51-77
JEL: C58, G23

Аннотация

Предмет. Фондовый рынок отличается значительным многообразием протекающих на нем процессов. Классические методы моделирования временных рядов для анализа и прогнозирования процессов, протекающих на фондовом рынке, не всегда дают удовлетворительные результаты. Можно констатировать некое несоответствие между реальными экономическими условиями и моделями фондового рынка. Одной из проблем является утрата в периоде тестирования свойства оптимальности портфеля ценных бумаг, достигаемого в историческом периоде. По этой причине основные допущения портфельного анализа требуют регулярной актуализации, основной целью которой является повышение эффективности его результатов. В частности, стоит принять во внимание разработки, полученные в рамках многовариантных подходов, способствующих сокращению уровня риска принимаемых инвестиционных решений. В связи с этим исследование и развитие новых подходов к получению прогнозных решений на фондовом рынке в условиях неопределенности является крайне актуальной задачей.

Цели. Разработка аппарата анализа ранговых решений в портфельном анализе.

Методология. В процессе исследования использовались методы анализа данных и машинного обучения.

Результаты. Рассмотрена возможность формирования ранговых портфельных решений, при формировании которых оптимизация заменена процедурой предпочтений, обычно используемой в обработке экспертных данных. Обоснованность такой замены связана с зависимостью доходности и риска, определяемых с помощью специального регрессионного уравнения с единственной характеристикой – вероятностью положительной доходности, предпочтения по которой одновременно приводят к росту доходности и снижению риска.

Выводы. На основе автопредикторной модели вместо оптимизационного подхода для обоснования портфельных решений предложено использовать инструмент вероятностных предпочтений, с помощью которого формируются ранговые портфели, значительно расширяющие возможности портфельного анализа.

Ключевые слова: вероятность, портфель, бинарный выбор

Для цитирования: Левшук Д.Г. Ранговые решения в портфельном анализе // Финансовая аналитика: проблемы и решения. – 2022. – Т. 15, № 3. – С. 354 – 372.
https://doi.org/10.24891/fa.15.3.354

Совершенствование аппарата моделирования портфельных решений осуществляется в двух направлениях. В первом направлении основное внимание уделяется вопросам модификации математических моделей. Вслед за моделью Марковица [1] появилась модель Тобина [2], с помощью которой была обоснована возможность оптимального деления инвестиционного фонда на две части, используемые в реальном секторе экономики и на рынке ценных бумаг. По мнению автора работы [3], интересной оказалась модель, в которой учтено отношение инвестора к риску. Сформированный на ее основе портфель состоит из двух частей: портфеля с минимальным риском и самофинансируемого портфеля.

Второе направление предусматривает использование для построения моделей портфельного инвестирования не фактически наблюдаемых значений, а построенных на их основе эконометрических зависимостей. По сути, это направление было сформировано У. Шарпом [4], предложившим свою диагональную модель, построенную с помощью одноиндексных регрессионных уравнений. Благодаря этой модели были получены новые результаты, интерпретация которых значительно обновила теоретические основы моделирования финансовых рынков, что подтверждается исследованием [5]. Развитие этих идей было также получено в работах по моделированию портфельного инвестирования в условиях глобализации. Потенциал второго направления исчерпан не полностью.

Уверенность в данной точке зрения основана не только на полученных в рамках этого направления успехах по моделированию портфельных решений, но и на разработанных в последнее время эконометрических моделях нового типа. Прежде всего это модель бинарного выбора, которая, кстати, была использована при построении винер-регрессии. Согласно исследованиям [6–8], свойства этой модели в отличие от других эконометрических моделей, смогут обеспечить наиболее полное воспроизведение природы случайных изменений, происходящих на фондовом рынке. Кроме того, применение этой модели может расширить представление о множестве инвестиционных возможностей, которое было введено еще Г. Марковицем. В дальнейших исследованиях Дж. Кокс [9–11] указывал, что расширенное множество вполне возможно потребует новых подходов к моделированию инвестиционных портфелей.

Теория портфельного инвестирования преимущественно предусматривает применение оптимизационного подхода к формированию портфелей ценных бумаг. В то же время определение портфеля в виде совокупности ценных бумаг, принадлежащих, как правило, одному инвестору и управляемых как единым целым, не предусматривает обязательного наличия признаков оптимальности. Другими словами, разнообразие возможных методов, с помощью которых формируются портфели, может иметь место, но без гарантии того, что получаемые портфели

[*] Статья подготовлена по материалам журнала «Экономический анализ: теория и практика». 2019. Т. 18. Вып. 11.

являются оптимальными. Поэтому расширение множества инвестиционных возможностей, скорее всего, приведет к необходимости создания нового аппарата формирования инвестиционных портфелей. Именно этой проблеме посвящено наше исследование в попытке разработать еще один новый подход для формирования инвестиционных портфельных решений.

Как отмечается в исследованиях [12–17], понятие «доходность» на фондовом рынке отличается от общепринятого понимания доходности как прибыли. На фондовом рынке доходность имеет бинарную природу в том смысле, что она может быть как отрицательной, так и положительной величиной. И если в модели Марковица, для построения которой использовались фактически наблюдаемые значения, это обстоятельство без особого подчеркивания все же имело отражение, то в модели Шарпа эта особенность осталась незамеченной.

С помощью этой модели объясняли среднюю эффективность рыночных инвестиций, а не природу текущей доходности финансовых активов, которая может принимать и отрицательные значения. Как известно, Шарп использовал для построения своей диагональной модели портфельного инвестирования линейную регрессионную модель, в силу чего в ней не нашла отражения бинарная природа доходности актива. В то же время его модель хорошо вписывалась в теорию портфельного инвестирования того времени, а аппарат моделирования процессов с бинарной динамикой еще не был известен.

Понимая полезность подхода, предложенного Шарпом, и стремясь получить адекватное отражение бинарной природы финансовых активов, воспользуемся результатом Д.Ю. Сулеймановой [18] и запишем следующую модель доходности:

$$r_{it} = r_{it-1} + |r_{it-1}| x_{it}. \qquad (1)$$

Доходность каждого i-го актива представлена суммой предыдущего значения доходности и произведением абсолютного значения предыдущей доходности $|r_{it-1}|$ и бинарной случайной величины:

$$x_{it} = \begin{cases} 1, & r_{it} > 0 \\ -1, & r_{it} \le 0 \end{cases}. \qquad (2)$$

В построении этой модели присутствуют идеи, которые были использованы при построении винер-регрессии, но это не винер-регрессионная модель. Предполагается, что бинарная случайная величина имеет логистическое распределение, идентификация которого подтверждается построением логит-модели бинарного выбора со статистически значимыми коэффициентами. В работе [19] показано, что кроме логит-модели для моделирования бинарных переменных может применяться пробит-модель. Мы будем использовать логит-модель, так как она, как объяснялось ранее, более удобна для проведения всевозможного рода расчетов и аналитических преобразований.

В рассматриваемом нами случае логит-модель записывается в следующем виде:

$$P_{it} = \Pr\left(x_{it} = 1 \mid z_{1t}, z_{2t}, \ldots, z_{mt}\right) = \\ = \frac{1}{1 + e^{b_0 + \sum_{k=1}^{m} b_k z_{kt}}}; \\ i = \overline{1, n}. \tag{3}$$

По сути, это нелинейная многофакторная регрессионная зависимость, коэффициенты которой оцениваются с помощью метода максимального правдоподобия. Но если вопрос определения коэффициентов логит-модели фактически без проблем может быть решен, то вопрос определения факторов z_k, оказывающих существенное влияние на вероятность получения положительной прибыли от вложений в финансовый актив, достаточно сложен. Основная проблема была сформулирована Э. Петерсом [20] и заключается в том, что среди факторов, влияющих на уровень доходности, есть систематические и однократного действия. Естественно, построение модели предусматривает использование систематических факторов, к которым в первую очередь относятся индексы, являющиеся индикаторами активности фондового рынка. Описание динамики российского фондового рынка, как правило, осуществляется с помощью фондовых индексов РТС и ММВБ. Именно эти индексы мы будем использовать в качестве систематических факторов логит-модели.

Возможность после идентификации вероятностного распределения случайной величины x_{it} осуществлять расчет текущих значений вероятности в зависимости от состояния рынка, описываемого факторами z, позволяет при формировании портфеля использовать текущее значение математического ожидания модели:

$$\overline{r_{it}} = r_{it-1} + \left|r_{it-1}\right| \mathrm{E}\, x_{it} = \\ = r_{it-1} + \left|r_{it-1}\right| \left[1\hat{P}_{it} + (-1)\left(1 - \hat{P}_{it}\right)\right] = \\ = r_{it-1} + \left|r_{it-1}\right| \left(2\hat{P}_{it} - 1\right). \tag{4}$$

Причем математическое ожидание (4), как нетрудно понять, обеспечивает более точную аппроксимацию доходности финансового актива, чем исходная модель (1). Выражение (4) представляет собой автопредикторную модель с вероятностным механизмом для расчета ожидаемой доходности финансового актива. Кроме того, следует признать, что это выражение является удобной формой представления доходности, обеспечивающей удачную содержательную интерпретацию, а также проведение расчетов и преобразований. В отличие от модели, которую использовал Шарп, демонстрирующей предпочтительность инвестирования в рыночные активы, модель (4) показывает возможность получения не только положительного, но и отрицательного результата от подобного рода вложений, ориентируя на необходимость учитывать это в процедуре формирования портфеля ценных бумаг.

Необходимо отметить, что простота выражения (4) обманчива. Сложность рыночных механизмов формирования доходности, отражаемых с помощью вероятности P_{it}, становится очевидной, если вероятность в (4) заменить ее выражением (3) и получить в отличие от линейной регрессионной модели нелинейную модель, которую будем называть автопредикторной логит-моделью:

$$\overline{r_{it}} = r_{it-1} + \left|r_{it-1}\right|\left(\frac{2}{1+e^{b_0+\sum_{k=1}^{m} b_k z_{kt}}} - 1\right). \qquad (5)$$

В принципе, оценку коэффициентов этого выражения как нелинейной регрессии можно получить с помощью метода максимального правдоподобия, опуская при этом промежуточный этап, связанный с формированием дискретной переменной xit. Однако при этом будет утрачена логика объяснения вероятностного механизма формирования доходности, который является важным элементом адекватного описания и анализа рыночных процессов. Поэтому в дальнейших рассуждениях и расчетах будем использовать выражение (4), предварительно осуществляя расчет вероятности по формуле (3).

Кроме доходности при формировании портфеля, как правило, используется и вторая составляющая эффективного множества инвестиционных возможностей, то есть дисперсия. Поэтому проведем вывод формулы, с помощью которой рассчитывается эта характеристика в случае, когда доходность определяется в соответствии с моделью (4). Опираясь на определение дисперсии, запишем и проведем преобразование следующего выражения:

$$\begin{aligned}\sigma_{it}^2 &= \mathrm{E}\left[\left(r_{it-1} + \left|r_{it-1}\right| x_{it} - r_{it-1}\left(2\hat{P}_{it} - 1\right)^2\right)\right] = \\ &= r_{it}^2 \mathrm{E}\left[\left(x_{it} - \left(2\hat{P}_{it} - 1\right)\right)^2\right] = 4 r_{it-1}^2 \hat{P}_{it}\left(1 - \hat{P}_{it}\right).\end{aligned} \qquad (6)$$

Таким образом, получены формулы для расчета основных характеристик, которые описывают введенное Марковицем множество инвестиционных возможностей, используемое при формировании оптимальных инвестиционных решений.

Предлагаемые ранговые решения являются результатом нового подхода, рекомендуемого для формирования портфеля ценных бумаг в том случае, когда используется нелинейная модель доходности актива (1). Главная идея, положенная в основу предлагаемого подхода, заключается в том, что в процессе построения портфеля рассчитываются вероятности положительной доходности финансовых активов, которые инвестор наряду с характеристиками множества инвестиционных возможностей может использовать для обоснования принимаемого инвестиционного решения. А это значит, у инвестора появляется еще один критерий, кроме доходности и риска, ориентируясь на который он может формировать предпочтительный для себя портфель. Другими словами, множество инвестиционных возможностей расширяется и поэтому, естественно, нужны новые модели, предусматривающие использование расширенного множества инвестиционных возможностей при формировании портфелей. Кстати, Шарп так и поступил, удачно используя в своей модели дополнительную характеристику множества инвестиционных возможностей в виде коэффициента бета, который был получен как результат эконометрического моделирования взаимосвязи доходности актива со средней доходностью фондового рынка.

В целях применения вероятностного критерия для формирования портфеля ценных бумаг предлагается подход, в котором вместо процедуры оптимизации используется процедура, основанная на предпочтениях. Идея применения для формирования портфеля ценных бумаг вероятностных предпочтений является результатом анализа выражений (4) и (6). В соответствии с выражением (4) доля прироста математического ожидания доходности актива при прочих равных условиях тем выше, чем выше у него вероятность положительной доходности. А в соответствии с выражением (6) в тех случаях, когда предпочтительной является вероятность положительной доходности, дисперсия тем меньше, чем выше эта вероятность. Таким образом, вероятность является такой характеристикой, с помощью которой удается сформировать портфель, у которого на оптимальном в некотором смысле уровне находятся оба критерия: доля прироста доходности и риск. Из этого следует, что если формируется портфель из двух финансовых активов, то в этом портфеле доля должна быть больше у того актива, который имеет более высокую вероятность положительной доходности. Таким образом, в соответствии с логикой наших рассуждений портфель с самым высоким относительным приростом доходности

$$r_p = \sum_{i=1}^{m} w_i \frac{\left|r_{it-1}\right|}{\left|r_{it}\right|}\left(2\hat{P}_{it} - 1\right) \quad (7)$$

и одновременно минимально возможным риском

$$\sigma_p^2 = 4\sum w_i^2 r_{it-1}^2 \hat{P}_{it}\left(1 - \hat{P}_{it}\right) \quad (8)$$

должен формироваться из активов, вероятность положительной доходности которых выше, чем у остальных. Причем структура сформированного таким образом портфеля должна корреспондироваться с вероятностной предпочтительностью активов, включенных в портфель. Для формирования портфеля, отвечающего этим требованиям, удобно использовать метод парных сравнений, обычно применяемый для получения экспертных оценок. Только в этом методе при построении матрицы парных сравнений вместо экспертных оценок будем использовать результаты сравнения активов по вероятности получения положительной доходности.

Построению матрицы вероятностных предпочтений предшествует формирование вероятностного описания возможностей получения всеми активами, включаемыми в портфель, положительной доходности. Это описание идентифицируется построением для каждого актива логит-модели бинарного выбора (3). В результате для каждого момента времени по каждому активу с помощью построенных моделей рассчитываются в зависимости от состояния рынка, описываемого соответствующими индексами, значения вероятностей:

$$\begin{matrix} P_{11} & P_{21} & \dots & P_{m1} \\ P_{12} & P_{22} & \dots & P_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{1n} & P_{2n} & \dots & P_{mn} \end{matrix}.$$

Отметим две особенности, которые, по нашему мнению, имеют место в предлагаемом подходе. Во-первых, в отличие от одноиндексной линейной регрессии, которую использовал Шарп в своей модели портфельного инвестирования, логит-модель допускает использование нескольких факторов и, более того, модели разных активов, включаемых в один и тот же портфель, могут отличаться набором факторов, влияющих на уровень положительной доходности. Второе отличие в том, что портфели вероятностного предпочтения могут строиться для каждого момента времени, что расширяет возможности портфельного анализа, в то время как в модели Шарпа такая возможность не предусмотрена.

В соответствии с отмеченными особенностями, матрицу вероятностных предпочтений необходимо строить для каждого момента времени по правилу, которое становится очевидным из описания этой матрицы:

$$\mathbf{P}_t = \begin{pmatrix} p_{11} = \frac{P_{1t}}{P_{1t}} & p_{21} = \frac{P_{1t}}{P_{2t}} & \dots & p_{1m} = \frac{P_{1t}}{P_{mt}} \\ p_{21} = \frac{P_{2t}}{P_{1t}} & p_{22} = \frac{P_{2t}}{P_{2t}} & \dots & p_{2m} = \frac{P_{2t}}{P_{mt}} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{m1} = \frac{P_{mt}}{P_{1t}} & p_{m2} = \frac{P_{mt}}{P_{2t}} & \dots & p_{mm} = \frac{P_{mt}}{P_{mt}} \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Сформированная по данному правилу матрица обладает рядом очевидных, но полезных свойств. Все ее элементы являются положительными величинами. Активы с нулевой вероятностью положительной доходности не рассматриваются, так как, по логике инвестора, они не должны включаться в портфель. На диагонали матрицы в соответствии с правилом определения ее элементов стоят единицы, а в каждой строке стоят положительные элементы, значения которых в зависимости от результата сравнения вероятностей больше или меньше единицы, причем произведение симметричных элементов равно единице, то есть $p_{ij}\, p_{ji} = 1$.

Важным, хотя и очевидным свойством, является неразложимость этой матрицы, в соответствии с которой среди номеров строк и столбцов нельзя найти такие подмножества I и J, для которых p_{ij} = 0. Другими словами, любые перестановки столбцов и строк неразложимой матрицы не позволяют ее привести к виду:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_{22} \end{pmatrix}, \tag{10}$$

где $\mathbf{P}_{11}$, $\mathbf{P}_{22}$ – квадратные матрицы.

Если матрица неотрицательна (все $p_{ij} \geq 0$) и неразложима, а матрица вероятностных предпочтений именно такая, то по известной теореме Фробениуса – Перрона ее максимальное собственное значение является действительным положительным числом, а собственный вектор, отвечающий этому собственному значению, имеет положительные компоненты, которые можно получить с помощью итерационной процедуры.

Таким образом, для каждого момента времени можно построить портфель вероятностных предпочтений в виде нормированного собственного вектора матрицы вероятностных предпочтений $\mathbf{P}_t$, пользуясь итерационной процедурой, задаваемой следующими соотношениями:

$$v_t^k = P_t \hat{v}_t^{k-1}; \tag{11}$$

$$\hat{v}_{it}^k = \frac{v_{it}^k}{\sum_{i=1}^m v_{it}^k}, \quad i = \overline{1,m}. \tag{12}$$

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока разность между компонентами векторов, полученных в двух последовательных итерациях, не станет меньше заданной точности, то есть

$$\max_i \left| v_{it}^k - v_{it}^{k\text{-}1} \right| < \varepsilon. \tag{13}$$

В результате получаем вектор, компоненты которого являются весовыми коэффициентами портфеля, основное отличие которого от портфелей, получаемых в рамках оптимизационного подхода, в том, что к нему не применимо понятие «короткие продажи», так как у вектора, задающего структуру портфеля, не может быть отрицательных компонент. Вторая особенность в том, что это портфель текущего момента, так как в следующий момент времени вероятности могут измениться, соответственно, изменятся вероятностные предпочтения и, естественно, изменится структура портфеля. Фактически в результате использования такой схемы моделирования мы получаем динамику портфельных решений:

$$v_t = \left(v_{1t}, v_{2t}, \ldots, v_{mt} \right), \; t = \overline{1,n}. \tag{14}$$

Такая последовательность портфелей, выстроенная в зависимости от ситуации на рынке, позволяет рассмотреть дополнительные возможности портфельного анализа. Эти возможности и результаты их практического использования в портфельном анализе будут изложены далее.

Но сначала рассмотрим процедуру построения усредненного портфеля, эффективность которого можно было бы сравнивать с портфелем Марковица. Оптимизационный подход, с помощью которого строится портфель Марковица, как известно, предусматривает построение портфеля на основе усреднения данных некоторого промежутка времени, для которого оптимальный портфель является актуальным. Предлагаемый подход вероятностных предпочтений не исключает возможности построения портфеля, в некотором смысле аналогичного оптимальному, но получаемого в виде результата применения специальной процедуры усреднения текущих портфелей соответствующих периодов. Построение такого портфеля, как и построение текущих портфелей, осуществляется с использованием итерационной процедуры, исходными данными для которой является матрица, сформированная из весовых коэффициентов текущих портфелей:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{21} & \cdots & v_{m1} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ v_{1n} & v_{2n} & \cdots & v_{mn} \end{pmatrix}. \tag{15}$$

Последовательность выполнения расчетов по формированию результирующего портфеля в рамках такой процедуры следующая: вначале специальным образом формируется портфель в виде арифметического среднего текущих портфелей. Для этого используется вектор равновеликих весовых коэффициентов:

$$\mathbf{g}_1 = (g_{11}, g_{12}, \ldots, g_{1n}) = \left(\frac{1}{n}, \frac{1}{n}, \ldots, \frac{1}{n}\right), \tag{16}$$

перемножение которого на первом шаге с матрицей (8) позволяет получить первую итерацию усредненного портфеля:

$$\mathbf{w_1} = \mathbf{Vg_1}. \tag{17}$$

На втором шаге вектор полученных весовых коэффициентов уточняется с помощью следующей процедуры:

$$\mathbf{w_2} = \mathbf{Vw_1}; \tag{18}$$

$$\hat{\mathbf{g}}_{2k} = \frac{g_{2k}}{\sum_{j=1}^{m} g_{2j}}, \; k = \overline{1, m}. \tag{19}$$

Логика уточнения весовых коэффициентов построена на основе того, что величина скалярного произведения зависит от того, насколько ранговая структура вероятностного портфеля похожа на ранговую структуру усредненного портфеля. Другими словами, на следующей итерации в усредненный портфель с большим весом включаются те вероятностные портфели, ранговый коэффициент которых с усредненным портфелем предыдущей итерации выше. Таким образом, вторую итерацию усредненного портфеля получают с помощью уточненных весовых коэффициентов:

$$\mathbf{w}_2 = \mathbf{V}'\mathbf{w}_1. \tag{20}$$

Если отказаться от нормирования весовых коэффициентов на каждом шаге итеративного процесса и в (20) подставить (17), то для произвольного t получаем вектор:

$$\mathbf{w}_t = \mathbf{V}'\mathbf{w}_{t-1}, \tag{21}$$

нормированный результат которого:

$$\mathbf{w}_{tk} = \frac{w_{tk}}{\sum_{j=1}^{m} w_{tj}},\ k = \overline{1, m} \tag{22}$$

является усредненным портфельным решением. Итерационная процедура продолжается до получения почти совпадающих двух соседних итераций.

В отличие от оптимизационного подхода предлагаемый подход построения ранговых портфелей значительно расширяет возможности портфельного анализа, так как позволяет исследовать динамику портфельных решений, предоставляя возможность для каждого момента времени ретроспективного периода осуществлять расчет необходимых для этого числовых характеристик.

Проиллюстрируем предлагаемый подход расчетами. В качестве исходных данных для проведения расчетов использовались котировки российских акций Газпрома, Сбербанка, ЛУКОЙЛа, Норильского никеля, НОВАТЭКа, Магнита, Роснефти, Татнефти и двух индексов РТС и ММВБ за период с 1 февраля по 23 апреля 2018 г. Предварительно все котировки акций и значения индексов S_{it} были преобразованы в доходности с последующим сглаживанием, позволившим очистить данные от частых, но незначительных колебаний стохастической природы. Окно скользящей средней, с помощью которой осуществлялось сглаживание, содержало пять наблюдений.

По сглаженным данным были сформированы ряды дихотомических переменных, которые были использованы в качестве дискретных зависимых переменных в логит-моделях.

После сглаживания и формирования дискретных зависимых переменных для каждого актива были построены логит-модели бинарного выбора. В качестве факторов, от которых зависит вероятность положительной доходности, использовались индексы РТС и ММВБ. Результаты расчетов представлены в *табл. 1*. Отметим, что построенные модели имеют различное количество факторов. Ранее отмечалось существование такой возможности. У всех моделей, характеристики которых приведены в *табл. 1*, значимыми являются коэффициенты b_1 и b_2 при факторных переменных. В то же время свободный член b_0 во многих моделях оказался незначим. Это та ситуация, которая все же позволяет модели с незначимым свободным членом использовать в практических расчетах. Стремясь проиллюстрировать все детали расчетов, выпишем модели бинарного выбора:

$$P_1 = \frac{1}{1-e^{0,176+2,311r_{i1}-7,449r_{i2}}};$$

$$P_2 = \frac{1}{1-e^{0,595-5,813r_{i2}}};$$

$$P_3 = \frac{1}{1-e^{-0,688-3,827r_{i2}}};$$

$$P_4 = \frac{1}{1-e^{-0,291-2,488r_{i2}}},$$

$$P_5 = \frac{1}{1-e^{-0,760-4,783r_{i2}}};$$

$$P_6 = \frac{1}{1-e^{0,127-2,639r_{i2}}},$$

$$P_7 = \frac{1}{1-e^{-0,501+2,503r_{i1}-6,228r_{i2}}};$$

$$P_8 = \frac{1}{1-e^{-0,216+2,792r_{i1}-8,016r_{i2}}}.$$

С помощью этих моделей для каждого момента времени по каждому активу осуществлялся расчет вероятностей положительной доходности. Для случая, когда r_{i1} = 0,512, r_{i2} = 0,412, построена матрица вероятностных предпочтений (*табл. 2*).

Собственный вектор этой матрицы, как было показано ранее, определяет структуру рангового портфеля. Все компоненты этого портфеля, представленного в *табл. 3*, положительны и полностью согласованы с вероятностными значениями, то есть имеют ту же упорядоченность, что и вероятности. Упорядоченность рангового усредненного портфеля отличается от упорядоченности текущего портфеля. В то же время его ранговая структура полностью согласована со средним уровнем вероятностей положительной доходности активов. Следовательно, для формирования рангового усредненного портфеля можно использовать тот же способ, что и для формирования рангового текущего портфеля. Сравнение рангового усредненного портфеля с портфелем Марковица позволяет обнаружить существенное различие. В портфеле Марковица акции ЛУКОЙЛа попали в список «коротких продаж», а в ранговой структуре усредненного портфеля ЛУКОЙЛ занимает третью позицию. Это позволяет сделать вывод, что принципы формирования ранговых портфелей и оптимальных существенно различаются.

Возможно сравнение рангового портфеля и оптимального по доходности. В отличие от оптимального в ранговом портфеле уровень доходности не регулируется ожиданиями инвестора, а получается тот, который обеспечивается состоянием фондового рынка. В силу этого портфель Марковица за счет выбора ожидаемой доходности инвестора всегда можно настроить на такой уровень доходности, который не отличается от доходности рангового портфеля, не обращая внимания на возрастающий риск. Поэтому нужно сравнивать между собой риски этих портфелей. Но сравнение по рискам не совсем корректно, так как риск по Марковицу – это среднеквадратическое отклонение от среднего, а риск рангового портфеля зависит от вероятностей получения положительной доходности.

Если структуру текущих ранговых портфелей представить в дискретном виде, то между двумя соседними портфелями можно вычислять авторанговый коэффициент для анализа стабильности ранговой структуры текущих портфелей. На *рис. 1* представлена динамика авторанговых коэффициентов. Приведенные значения показывают, что предпочтительность одних и тех же активов сохраняется достаточно продолжительное время, но в то же время может без каких-либо предварительных признаков ожидаемой смены лидеров предпочтительности измениться на противоположную. О смене предпочтительности свидетельствуют отрицательные значения авторанговых коэффициентов корреляции. После каждой смены предпочтительности наступает период устойчивости нового порядка предпочтительности. Таким образом, ранговый портфельный анализ нужно признать в качестве нового инструмента анализа фондового рынка. Применение для описания динамики фондового рынка эконометрических моделей с дискретной зависимой переменной позволило расширить аппарат, используемый для построения и анализа портфельных решений. Предложенная автопредикторная модель позволила получить новое описание основных характеристик множества инвестиционных возможностей. В расчетах этих характеристик присутствуют вероятностные оценки, с помощью которых удается воспроизводить дихотомический вариант стохастической природы доходности финансовых активов.

На основе автопредикторной модели вместо оптимизационного подхода для обоснования портфельных решений предложено использовать инструмент вероятностных предпочтений, с помощью которого формируются ранговые портфели, значительно расширяющие возможности портфельного анализа. Кроме того, эти дополнительные возможности не только расширяют аппарат обоснования инвестиционных решений, но и ориентируют на продолжение исследований по развитию моделей и методов рангового портфельного анализа. По нашему мнению, это перспективное направление исследований.

Таблица 1
Характеристики моделей бинарного выбора

Table 1
Characteristics of binary choice models

Обозначение	Коэффициент	Стандартная ошибка	*t*-статистика	Вероятность ошибки
Газпром				
b_0	0,1764997	0,274829	0,642216	0,520733
b_1	2,31098756	0,843607	2,739414	0,006155
b_2	−7,4490906	2,018119	−3,69111	0,000223
Сбербанк				
b_0	0,59517828	0,303192	1,96304	0,049642
b_2	−5,8138225	1,391108	−4,17927	2,92E-05
ЛУКОЙЛ				
b_0	−0,6884105	0,278906	−2,46825	0,013577
b_2	−3,8272523	1,021992	−3,74489	0,00018
Норильский никель				
b_0	−0,2912661	0,246621	−1,18103	0,237592
b_2	−2,4889356	0,806658	−3,08549	0,002032
НОВАТЭК				
b_0	−0,7606696	0,297433	−2,55745	0,010544
b_2	−4,7832371	1,189273	−4,02198	5,77E-05
Магнит				
b_0	0,12750188	0,246045	0,518206	0,604314
b_2	−2,6393977	0,826932	−3,19179	0,001414
Роснефть				
b_0	−0,5014708	0,267039	−1,87789	0,060396
b_1	2,50367857	0,903001	2,772619	0,005561
b_2	−6,2287455	1,853729	−3,36012	0,000779
Татнефть				
b_0	−0,2160544	0,276001	−0,7828	0,433743
b_1	2,79263189	0,930143	3,002369	0,002679
b_2	−8,0167928	2,137753	−3,7501	0,000177

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 2
Матрица вероятностных предпочтений

Table 2
A probability preference matrix

0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472	0,8472
0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586	0,8586
0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062	0,9062
0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889	0,7889
0,939	0,939	0,939	0,939	0,939	0,939	0,939	0,939
0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234	0,7234
0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567	0,8567
0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902	0,8902

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 3
Результаты моделирования рангового портфеля

Table 3
Rank portfolio modeling results

Показатель	Газпром	Сбербанк	ЛУКОЙЛ	Норильский никель	НОВАТЭК	Магнит	Роснефть	Татнефть
Вероятности	0,847	0,858	0,906	0,788	0,939	0,723	0,856	0,89
Ранговый текущий портфель	0,124	0,126	0,133	0,115	0,137	0,106	0,126	0,131
Средний уровень вероятности	0,493	0,405	0,621	0,557	0,621	0,468	0,633	0,569
Ранговый усредненный портфель	0,114	0,083	0,14	0,128	0,143	0,105	0,154	0,131
Портфель Марковица	0,359	0,074	–0,168	0,056	0,209	0,071	0,056	0,342

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Рисунок 1
Динамика авторанговых коэффициентов

Figure 1
Rank ratio dynamics

Номера наблюдений						
1–11	**12–22**	**23–33**	**34–44**	**45–55**	**56–66**	**67–77**
Значения авторанговых коэффициентов						
0,952381	0,928571	1	0,785714	0,761905	0,714286	0,809524
0,833333	0,857143	1	0,952381	0,97619	0,928571	0,97619
0,880952	0,97619	1	0,880952	**–0,09524**	0,690476	1
1	1	0,738095	0,738095	0,880952	0,880952	0,952381
0,904762	0,928571	**–0,59524**	0,738095	0,690476	0,97619	1
0,952381	0,97619	1	0,952381	0,809524	0,97619	0,642857
0,97619	0,738095	0,690476	1	1	0,904762	0,857143
0,666667	0,785714	0,857143	0,071429	1	0,809524	0,904762
0,833333	0,880952	0,952381	0,738095	0,714286	0,97619	0,952381
0,809524	0,809524	0,166667	0,952381	0,833333	1	0,952381
0,97619	0,904762	0,809524	0,833333	0,97619	0,904762	0,404762

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. *Markowitz H.M.* Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77–91. URL: https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

2. *Tobin J.* The Theory of Interest Rates. London, MacMillan, 1965.

3. *Колясникова Е.Р.* Формирование портфеля с учетом различных мер риска и индивидуального отношения инвестора к риску // Экономический анализ: теория

и практика. 2017. Т. 16. Вып. 8. С. 1583–1596.
URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.8.1583

4. *Sharpe W.F.* A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 1963, vol. 9, iss. 2, pp. 277–293. URL: https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277

5. *Федорова Е.А., Гузовский Я.Е., Лукашенко И.В.* Оценка применимости модифицированного бета-коэффициента на российском фондовом рынке // Экономический анализ: теория и практика. 2017. Т. 16. Вып. 11. С. 2163–2176. URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.11.2163

6. *Bera A.K., Ivliev S., Lillo F.* Financial Econometrics and Empirical Market Microstructure. Switzerland, Springer International Publ., 2015, 284 p.

7. *Greene W.H.* Econometric Analysis. New York, Macmillian Publishing Company, 2000, 1004 p.

8. *Lee L.* Identification and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977–996. URL: https://doi.org/10.2307/1914142

9. *Cox D.R., Snell E.J.* Analysis of Binary Data. London, Chapman and Hall, 1989, 441 p.

10. *Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M.* Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 1979, vol. 7, iss. 3, pp. 229–263. URL: http://dx.doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1

11. *Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A.* A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, 1985, vol. 53, no. 2, pp. 385–407. URL: http://dx.doi.org/10.2307/1911242

12. *Campbell J.Y.* Asset Pricing at the Millennium. *The Journal of Finance*, 2000, vol. 55, no. 4, pp. 1515–1567. URL: https://scholar.harvard.edu/files/campbell/files/campbell_jf2000.pdf

13. *Асатуров К.Г.* Детерминанты систематического риска: анализ на основе российского фондового рынка // Финансы и кредит. 2017. Т. 23. Вып. 23. С. 1343–1363. URL: https://doi.org/10.24891/fc.23.23.1343

14. *Балынин И.В.* Оптимизация инвестиционного портфеля в контексте практической реализации риск-ориентированного подхода: многообразие методов и принципов // Экономический анализ: теория и практика. 2016. № 10. С. 79–92. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-investitsionnogo-portfelya-v-kontekste-prakticheskoy-realizatsii-risk-orientirovannogo-podhoda-mnogoobrazie-metodov-i

15. *Борочкин А.А.* Управление рисками волатильности фондового рынка и неопределенности экономической политики государства при международных портфельных инвестициях // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2017. Т. 10. Вып. 7. С. 790–804. URL: https://doi.org/10.24891/fa.10.7.790

16. *Малеева Е.А., Бельснер О.А., Крицкий О.Л.* Формирование портфеля ценных бумаг с использованием предельной величины риска // Финансы и кредит. 2018. Т. 24. Вып. 12. С. 2708–2720. URL: https://doi.org/10.24891/fc.24.12.2708

17. *Негомедзянов Ю.А., Негомедзянов Г.Ю.* Углубление функциональности концепции VaR // Финансы и кредит. 2016. № 2. С. 2–8. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/uglublenie-funktsionalnosti-kontseptsii-var

18. *Сулейманова Д.Ю.* Исследование временных рядов с помощью эконометрического анализа и технического анализа на рынке Форекс: монография. М.: РУСАЙНС, 2018. 150 с.

19. *Gerfin M.* Parametric and Semi-Parametric Estimation of the Binary Response Model of Labour Market Participation. *Journal of Applied Econometrics*, 1996, vol. 11, iss. 3, pp. 321–340. URL: https://www.jstor.org/stable/2285067

20. *Peters E.* Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. New York, John Wiley & Sons, 1994, 332 p.

Информация о конфликте интересов

Я, автор данной статьи, со всей ответственностью заявляю о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

pISSN 2073-4484
eISSN 2311-8768

Mathematical Analysis and Modeling in Economics

RANKING FRAMEWORK FOR PORTFOLIO SELECTION

Dmitrii G. LEVSHUK

Polotsk State University (PSU),
Novopolotsk, Vitebsk Oblast, Republic of Belarus
levshuk81@rambler
https://orcid.org/0000-0001-5725-8633

Article history:
Article No. 585/2019
Received 3 Sept 2019
Received in revised form 16 September 2019
Accepted 30 Sept 2019
Available online 30 August 2022

JEL classification: C58, G23

Keywords: probability, portfolio, binary choice

Abstract

Subject. The stock market is characterized by a significant variety of economic processes. Classical methods for modeling the time series to analyze and forecast processes in the stock market often produce unsatisfactory results. The article investigates and encourages new approaches to projections in the stock market in the face of uncertainty.

Objectives. The aim is to develop a technique to examine rank decisions in portfolio analysis.

Methods. In the research process, I used data analysis and machine learning methods.

Results. I examined the procedure for ranking portfolio solutions. This procedure rests on replacing optimization with a preference analysis commonly used in expert data processing. The replacement is possible due to the use of a special equation that includes the probability of positive yield as a factor.

Conclusions. I suggest using probabilistic preference technique based on the auto predictive model, instead of optimization approach to portfolio selection. The main result of this technique is rank portfolio formation that expands opportunities of portfolio analysis.

Please cite this article as: Levshuk D.G. Ranking Framework for Portfolio Selection. *Financial Analytics: Science and Experience*, 2022, vol. 15, iss. 3, pp. 354–372.
https://doi.org/10.24891/fa.15.3.354

Acknowledgments

The article was adapted from the *Economic Analysis: Theory and Practice* journal, 2019, vol. 18, iss. 11.

References

1. Markowitz H.M. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 1952, vol. 7, no. 1, pp. 77–91. URL: https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x

2. Tobin J. The Theory of Interest Rates. London, MacMillan, 1965.

3. Kolyasnikova E.R. [Building a portfolio based on different risk measures and investor's risk perception]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic*

Analysis: Theory and Practice, 2017, vol. 16, iss. 8, pp. 1583–1596. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.8.1583

4. Sharpe W.F. A Simplified Model for Portfolio Analysis. *Management Science*, 1963, vol. 9, iss. 2, pp. 277–293. URL: https://doi.org/10.1287/mnsc.9.2.277

5. Fedorova E.A., Guzovskii Ya.E., Lukashenko I.V. [Evaluating the applicability of modified beta coefficient in the Russian stock market]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2017, vol. 16, iss. 11, pp. 2163–2176. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.11.2163

6. Bera A.K., Ivliev S., Lillo F. Financial Econometrics and Empirical Market Microstructure. Switzerland, Springer International Publishing, 2015, 284 p.

7. Greene W.H. Econometric Analysis. New York, Macmillian Publishing Company, 2000, 1004 p.

8. Lee L. Identification and Estimation in Binary Choice Models with Limited (Censored) Dependent Variables. *Econometrica*, 1979, vol. 47, no. 4, pp. 977–996. URL: https://doi.org/10.2307/1914142

9. Cox D.R., Snell E.J. Analysis of Binary Data. London, Chapman and Hall, 1989, 441 p.

10. Cox J.C., Ross S.A., Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*, 1979, vol. 7, iss. 3, pp. 229–263. URL: http://dx.doi.org/10.1016/0304-405X(79)90015-1

11. Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross S.A. A Theory of the Term Structure of Interest Rates. *Econometrica*, 1985, vol. 53, no. 2, pp. 385–407. URL: http://dx.doi.org/10.2307/1911242

12. Campbell J.Y. Asset Pricing at the Millennium. *The Journal of Finance*, 2000, vol. 55, no. 4, pp. 1515–1567. URL: https://scholar.harvard.edu/files/campbell/files/campbell_jf2000.pdf

13. Asaturov K.G. [Determinants of systematic risk: Evidence from the Russian stock market]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2017, vol. 23, iss. 23, pp. 1343–1363. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/fc.23.23.1343

14. Balynin I.V. [Optimization of investment portfolio as part of practical implementation of a risk-based approach: A variety of methods and principles]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2016, no. 10, pp. 79–92. URL: https://cyberleninka.ru/article/v/optimizatsiya-investitsionnogo-portfelya-v-kontekste-prakticheskoy-realizatsii-risk-orientirovannogo-podhoda-mnogoobrazie-metodov-i (In Russ.)

15. Borochkin A.A. [Managing the risk of stock market volatility and State economic policy uncertainty in international portfolio investment]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2017, vol. 10, iss. 7, pp. 790–804. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/fa.10.7.790

16. Maleeva E.A., Bel'sner O.A., Kritskii O.L. [Securities portfolio selection using the risk margin]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2018, vol. 24, iss. 12, pp. 2708–2720. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/fc.24.12.2708

17. Negomedzyanov Yu.A., Negomedzyanov G.Yu. [Extending the functionality of the VaR concept]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2016, no. 2, pp. 2–8. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/uglublenie-funktsionalnosti-kontseptsii-var (In Russ.)

18. Suleimanova D.Yu. *Issledovanie vremennykh ryadov s pomoshch'yu ekonometricheskogo analiza i tekhnicheskogo analiza na rynke Foreks: monografiya* [Investigating the time series using the econometric analysis and technical analysis in the Forex market: a monograph]. Moscow, RUSAINS Publ., 2018, 150 p.

19. Gerfin M. Parametric and Semi-Parametric Estimation of the Binary Response Model of Labour Market Participation. *Journal of Applied Econometrics*, 1996, vol. 11, iss. 3, pp. 321–340. URL: https://www.jstor.org/stable/2285067

20. Peters E. Fractal Market Analysis: Applying Chaos Theory to Investment and Economics. New York, John Wiley & Sons, 1994, 332 p.

Conflict-of-interest notification

I, the author of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.