

## ПРИМЕНЕНИЕ СЦЕНАРНОГО ПОДХОДА ДЛЯ ОПЦИОННОЙ ТОРГОВЛИ

Михаил Евгеньевич СЕМЁНОВ<sup>a\*</sup>, Маргарита Эдуардовна ФАТЬЯНОВА<sup>b</sup>

<sup>a</sup> кандидат физико-математических наук, доцент инженерной школы ядерных технологий,  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Российская Федерация  
sme@tpu.ru  
ORCID: отсутствует  
SPIN-код: 2246-9166

<sup>b</sup> аспирантка исследовательской школы физики высокоэнергетических процессов,  
Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Российская Федерация  
mef1@tpu.ru  
ORCID: отсутствует  
SPIN-код: отсутствует

\* Ответственный автор

**История статьи:**

Получена 10.09.2018  
Получена в доработанном  
виде 12.10.2018  
Одобрена 03.11.2018  
Доступна онлайн  
28.02.2019

**УДК** 51-77 + 330.43:  
[519.115.1: +519.245]  
**JEL:** C58, C61, G11, G17,  
G24

**Ключевые слова:**

сценарный подход,  
дерево сценариев,  
модель геометрического  
движения, call-опцион

**Аннотация**

**Тема.** В настоящее время сложно предсказать динамику движения цены актива, применяя традиционные методы прогнозирования. Большую популярность набирает использование сценарного подхода в различных областях наук, в том числе в финансовой математике. Ключевая идея данного подхода состоит в построении дерева сценариев – иерархической структуры данных, отражающей варианты развития событий с соответствующей вероятностной оценкой. Это позволяет смоделировать различные сценарии будущих событий, на основе которых можно принимать решение.

**Цели.** Построение однопериодного дерева сценариев изменения цены актива, а также проведение анализа чувствительности параметра, влияющего на количество вершин-потомков.

**Методология.** В основу работы положена экономико-математическая модель геометрического (броуновского) движения, представленная в виде стохастического дифференциального уравнения. Программная реализация модели и анализ чувствительности выполнен в пакете MATLAB. Также использованы методы сравнительного и статистического анализа, графической интерпретации.

**Результаты.** Построено однопериодное дерево сценариев изменения цены опциона. На основе проведенного анализа чувствительности параметра, определяющего количество вершин-потомков, подобрана оптимальная ширина интервала страйков опциона.

**Выводы.** В качестве основы применения сценарного подхода была выбрана модель геометрического движения, которая позволила построить однопериодное дерево сценариев. Преимущество использования данного подхода состоит в возможности получения вероятностной оценки осуществления сценария, а недостаток – в получении неоптимального количества вершин-потомков дерева, поэтому нужно прибегать к использованию статистических методов для того, чтобы добиться оптимального количества вершин на каждом этапе дерева. Кроме того, в соответствии с реалиями рыночной ситуации необходимо проводить проверку ликвидности актива, используя различные информационные показатели, например, число открытых сделок и объем торгов.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2018

**Для цитирования:** Семёнов М.Е., Фатьянова М.Э. Применение сценарного подхода для опционной торговли // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. – 2019. – Т. 12, № 1. – С. 72 – 89.  
<https://doi.org/10.24891/fa.12.1.72>

## Введение

В условиях неопределенности на финансовом рынке и длинного горизонта инвестирования использование традиционных методов прогнозирования зачастую приводит к большим погрешностям. Это напрямую связано с влиянием человеческого фактора в интерпретации первоначальных данных. В решении подобного рода задач хорошие результаты дает сценарный подход, который предполагает рассмотрение основных сценариев – вариантов изменения событий в будущем. Сценарный подход нашел применение в различных областях: стратегическом планировании и анализе рисков [1–3], менеджменте и портфельном инвестировании, а также в финансовой математике [4, 5].

Данная работа является продолжением исследований [6, 7], в которых проводилось конструирование сложных портфелей биржевых опционов [8, 9]. Ключевая идея данных работ состояла в решении задачи линейного программирования для нахождения оптимального количества активов. Однако не были рассмотрены возможные изменения цен базовых активов (БА) с течением времени – данный факт позволяет учитывать сценарный подход, которому и будет посвящено исследование, изложенное в настоящей работе.

## Развитие общей методологии сценарного подхода

Развитие методологии сценарного подхода началось в 1960-х гг. В это время были даны первые определения понятию «сценарий» и разработана методологическая база проведения анализа. Первые исследования были посвящены прогнозированию рыночных цен нефти [10, 11], а также политических и социальных процессов [12]. Ряд других работ раскрывает основы сценарного подхода в сфере стратегических управленческих решений, психологические аспекты построения сценариев.

Данные работы позволяют выделить несколько основных целей сценарного анализа:

- 1) предвидение возможных будущих потерь с учетом различных факторов<sup>1</sup>;
- 2) выявление подходящего стратегического решения в ситуации наступления соответствующего события [13];
- 3) пересмотр текущего положения решений с учетом знаний будущего положения дел.

На *рис. 1* представлено обобщение двух подходов к раскрытию понятия «сценарий», выявленное в результате анализа литературы. Первая колонка раскрывает понятие «сценарий» с точки зрения проектирования развития вероятных будущих стратегий, в то время как вторая – подчеркивает необходимость использования методов.

Зачастую термин «сценарий» используют в некорректном смысле, заменяя его понятиями «прогноз», «видение». Однако приведенные на *рис. 1* определения показывают, что сценарий – это не прогноз (описание относительно предсказуемого исхода событий настоящего времени). В то же время сценарий не является видением (картиной желаемого будущего). Сценарий – это возможность найти основательно продуманный, а зачастую подтвержденный расчетами ответ на вопрос: «Что может произойти, если...?».

На *рис. 2* представлено наглядное фундаментальное сравнение трех понятий: «видение», «прогноз» и «сценарий» [14]. Можно заметить, что главное отличие понятия «сценарий» от двух других – возможность управлять рисками, в то время как «видение» и «прогноз» содержат тенденцию их скрывать.

Основная классификация сценариев предполагает их разделение на два типа [14]:

- 1) *поисковые*, отражающие процесс с точки зрения сохранения развития тенденций в будущем;
- 2) *нормативные*, показывающие альтернативные способы достижения желаемых целей и прогнозирующие пути их достижений.

<sup>1</sup> Neilson R., Wagner C. Strategic Scenario Planning at CA International. *Knowledge Management Review*, 2000, no. 12, pp. 4–21.

Будем понимать под понятием «дерево сценариев» множество возможных исходов будущего с оценкой вероятности каждого промежуточного и результирующего сценариев.

В построении дерева сценариев важным вопросом остается определение оптимального количества нужных наборов. М. Портер предлагает использовать набор из трех сценариев: оптимистичного, пессимистичного и базового (как более вероятного). В работе [15] отмечается, что такая классификация вовсе не идеальная – в связи с тем, что базовый сценарий может вступать в противоречие с двумя другими. Для разрешения данного противоречия автор предлагает разработать два или три макросценария, которые впоследствии будут иметь свои индивидуальные сценарии, что обеспечит логическую целостность дереву. Примеры построения дерева сценариев также содержатся в исследованиях [16–18].

В работе [19] описан методологический подход построения дерева сценариев для портфеля опционов с учетом определения вероятностных весов перехода из одной вершины в другую. Однако в модели имеется «узкий момент» нахождения параметра  $\delta$ , определяющего количество вершин дерева сценариев на каждом этапе (ширину интервала страйков опционов). Также в работе отсутствует проверка ликвидности страйков на реальном рынке. Рассмотрим данную модель более подробно, проведем анализ чувствительности параметра  $\delta$  и проверим ликвидность полученных страйков. Так как данное исследование является продолжением работ [6, 7], то было решено выбрать в качестве объекта исследования – цены опционов на фьючерс с базовым активом индекса РТС.

### Математическая модель для построения дерева сценариев

Простейшей моделью поведения цены базового актива (БА) является линейная модель Л. Башелье [20]:

$$S_t = S_0 + r \cdot t + \sigma \cdot W_t, \quad (1)$$

где  $S_t$  – цена актива,  $S_0$  – цена актива в начальный момент времени,  $r$  – безрисковая процентная ставка,  $\sigma$  – волатильность,  $W_t$  – винеровский процесс.

Именно Л. Башелье принадлежало первое эмпирическое исследование, связанное с оценкой гипотезы случайных блужданий. Модель случайных блужданий предполагает, что финансовый результат от инвестиций в активы не имеет серийной корреляции, а также присутствует инвариантность распределения их вероятностей. При этом модель Л. Башелье (1) имеет серьезный недостаток – возможность получения отрицательного значения  $S_t$ .

Более реалистична модель броуновского (также говорят – геометрического, экономического) движения [21], где  $S_t$  представлена в виде стохастического дифференциального уравнения:

$$dS_t = r \cdot S_t \cdot dt + \sigma \cdot S_t \cdot dW_t \quad (1)$$

или

$$\frac{dS_t}{S_t} = r \cdot dt + \sigma \cdot dW_t. \quad (2)$$

Используя формулу Ито<sup>2</sup>, найдем дифференциал  $\ln S_t$  для выражения (2):

$$d \ln S_t = \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma \cdot dW_t. \quad (3)$$

Применив интегрирование для выражения (3) по интервалу  $[0; t]$ , получим решение уравнения (2) в виде:

$$S_t = S_0 \cdot \exp\{H_t\}, \quad (4)$$

где

$$H_t = \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot t + \sigma \cdot W_t = \ln \left( \frac{S_t}{S_0} \right);$$

<sup>2</sup> Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособие. Т. 2. М.: Физматлит, 1996. 416 с.

$H = (H_t)_{t \geq 0}$  – процесс броуновского движения<sup>3</sup> с волатильностью  $\sigma^2$  и локальным сносом

$$\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right).$$

Последнее характеризует среднюю скорость изменения процесса  $H = (H_t)_{t \geq 0}$ . При этом случайная величина

$$H_t \sim N\left(\left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot t, \sigma^2 \cdot t\right), a$$

$$S_t \sim \text{Log } N\left(\exp\{r \cdot t\} \cdot S_0, \exp\{2 \cdot r \cdot t\} \cdot S_0^2 \cdot (\exp\{\sigma^2 \cdot t\} - 1)\right).$$

Под винеровским процессом  $W_t$  понимают математическую модель стандартного броуновского движения, которую построил в 1923 г. Н. Винер [22] на основе работ Л. Башелье [20]. Также следует отметить, что  $W_t$  – это модель случайного блуждания с непрерывными траекторией и временем, а также с независимыми гауссовскими (нормальными) приращениями.

При формировании дерева сценариев будем придерживаться следующих правил.

1. Первая (последняя) вершина-потомок на этапе  $\tau = \overline{1, t}$  соответствует максимально (минимально) допустимой цене БА.

2. Значение цены БА в соседних вершинах-потомках должны отличаться на величину  $\Delta > 0$ , равную шагу цены БА.

3. Логарифмы отношения цен БА в первой  $S_{(n, \tau)}^1$  и последней  $S_{(n, \tau)}^{N(n, \tau)}$  вершинах-потомках к цене БА в соответствующей вершине-предке  $S_{(n, \tau)}$  должны полностью покрывать интервал  $[a_\tau; b_\tau]$ :

$$H_{(n, \tau)}^{N(n, \tau)} = \ln\left(\frac{S_{(n, \tau)}^{N(n, \tau)}}{S_{(n, \tau)}}\right) < a_\tau, S_{(n, \tau)}^{N(n, \tau)} < S_{(n, \tau)} \text{ и}$$

$$H_{(n, \tau)}^1 = \ln\left(\frac{S_{(n, \tau)}^1}{S_{(n, \tau)}}\right) > b_\tau, S_{(n, \tau)}^1 > S_{(n, \tau)}, (5)$$

где  $N_{(n, \tau)}$  – число потомков вершины-предка  $(n, \tau)$ .

4. Нижняя и верхняя границы интервала  $[a_\tau; b_\tau]$  определяются по формулам:

$$a_\tau = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{t_\tau}{td}\right) - \delta \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{t_\tau}{td}},$$

$$b_\tau = \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \left(\frac{t_\tau}{td}\right) + \delta \cdot \sigma \cdot \sqrt{\frac{t_\tau}{td}}, (6)$$

где  $t_\tau$  – количество дней до следующего этапа  $(\tau + 1)$ ;  $td$  – количество торговых дней в году; коэффициент  $\delta$  определяется исходя из желаемой вероятности попадания  $Pr$  цены БА в интервал  $[a_\tau; b_\tau]$ .

Определим условную вероятность  $p_{(n, \tau)}^i$  получения  $i$ -й вершины-потомка из вершины-предка  $(n, \tau)$  по правилу:

$$p_{(n, \tau)}^i = \begin{cases} 1 - N(x_-^i), & i = 1 \\ N(x_+^i) - N(x_-^i), & i = \overline{2, (N_{(n, \tau)} - 1)} \\ N(x_+^i), & i = N_{(n, \tau)} \end{cases} (7)$$

где

$$N(x_\pm^i) \sim \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right) \cdot \frac{t_\tau}{td}, \sigma \cdot \sqrt{\frac{t_\tau}{td}}.$$

Значение  $x_\pm^i$  будем вычислять по формуле:

$$x_\pm^i = \ln\left(\frac{S_{(n, \tau)}^i \pm \Delta / 2}{S_{(n, \tau)}}\right), i = \overline{1, N_{(n, \tau)}}. (8)$$

Число потомков вершины-предка:

$$N_{(n, \tau)} = N_{(n, \tau)}^{up} + N_{(n, \tau)}^{down} + 1, (9)$$

здесь  $N_{(n, \tau)}^{up}$  – число потомков вершины-предка  $(n, \tau)$ , для которых справедливо

<sup>3</sup> Волков И.К., Зуев С.М., Цветкова Г.М. Случайные процессы: учебник для вузов. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1999. 448 с.

неравенство  $S_{(n,\tau)}^i > S_{(n,\tau)}$ ,  $N_{(n,\tau)}^{down}$  – число потомков вершины-предка  $(n, \tau)$ , для которых справедливо неравенство:  $S_{(n,\tau)}^i < S_{(n,\tau)}$ ,  $i = \overline{1, N_{(n,\tau)}}$ .

Определим вероятность реализации сценария

$$P_v = \prod_{t=2}^T p_v^t, \quad (10)$$

где  $p_v^t$  – условная вероятность получения потомка из вершины предка на этапе  $t$  для сценария  $v$ ,  $t = \overline{2, T}$ ,  $v = \overline{1, N}$ .

Для контроля вычисляемых значений вероятностей реализации сценариев  $P_v$  и вероятностей получения потомков из вершины  $(n, \tau)$  должны выполняться следующие условия нормировки соответственно:

$$\sum_{v=1}^N P_v = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^{N_{(n,\tau)}} P_{(n,\tau)}^i = 1. \quad (11)$$

### Численная реализация

В продолжении исследований [6, 7] рассмотрим следующую задачу. Требуется сформировать финансовый портфель call-опционов для краткосрочного инвестирования денежных средств. В этом случае на первом этапе необходимо построить дерево сценариев изменения цены БА, а на втором – решить задачу оптимизации [6, 7].

В данной статье приведем численный пример построения дерева сценариев. В качестве БА будем использовать фьючерсный контракт на индекс РТС. Так как по условиям задачи инвестирование краткосрочное, то будем рассматривать двухэтапное построение и выберем  $T = 2$  и  $t_\tau = 22$  дня. В качестве безрисковой процентной ставки  $r$  выберем минимальную краткосрочную ставку по операциям прямого РЕПО на аукционной основе с Банком России в рублях:  $r = 7,25\%$ , значение волатильности выбрано из графика кривой волатильности:  $\sigma = 24,51\%$ . Остальные параметры приведены в табл. 1.

Согласно формуле (2) стоимость опционов зависит от следующих величин: цены БА,

безрисковой процентной ставки, волатильности и времени до исполнения. Следовательно, безрисковая процентная ставка и волатильность являются постоянными величинами. Тогда некоторый случайный процесс  $\xi_t$  будет описывать только изменение цены БА.

В результате численного моделирования было построено дерево сценариев, на рис. 3 изображен его сокращенный формат, а в табл. 2 указаны все полученные значения вероятностей реализации сценариев.

Построенное дерево отражает развитие некоторого случайного процесса  $\xi_t$  для двух этапов ( $T = 2$ ). Состояние процесса  $\xi_t$  на каждом из этапов отображено числами над вершинами дерева. На этапе  $\tau = 1$  корневая вершина (1,1) имеет значение  $S_{(1,1)} = 107\,500$  пунктов. На этапе  $\tau = 2$  число потомков вершины-предка  $N_{(1,1)} = 16$ , тогда  $\xi_2$  может принять любое из значений  $S_{(1,1)}^i$ , лежащих в интервале:  $[90\,000; 127\,500]$  с шагом цены БА  $\Delta = 2\,500$  пунктов.

На ветвях дерева сценариев показаны вероятности перехода от вершины предка к вершине-потомку. Так, например, на этапе  $\tau = 2$  условная вероятность получения  $i$ -й вершины-потомка из вершины-предка (1,1) равна  $p_{(1,1)}^1 = 0,0139$ , в то же время условная вероятность получения пятнадцатой вершины-потомка из вершины-предка (1,1) равна  $p_{(1,1)}^{15} = 0,0151$ .

Тогда в соответствии с формулой (10) вероятности реализации сценариев  $P_v$  будут равны:  $P_1 = 0,0139$ ,  $P_{15} = 0,0151$ . Для значений из табл. 2 условия нормировки (11) выполнены.

### Влияние параметра $\delta$ на ширину интервала страйков

Ликвидность рынка производных инструментов накладывает свои ограничения на использование сгенерированного дерева сценариев. Может случиться так, что вероятность смоделированного сценария

больше нуля, а на практике этот сценарий априори нереализуем. Для оценки ликвидности опционных контрактов используют показатели открытого интереса (рис. 4) и объема торгов (рис. 5).

Открытый интерес (ОИ) – суммарное число неликвидированных и неисполненных контрактов, существующих на текущий день с поставкой в будущий определенный срок. Считается, что если покупатель и продавец заключили сделку на один контракт, то величина ОИ увеличивается на два контракта (по одному со стороны покупателя и продавца). На рис. 4 представлена диаграмма, отражающая число открытых позиций для call-опциона на фьючерс на индекс РТС для различных страйков в день построения дерева сценариев (соответствует данным из табл. 1).

Объем торгов (ОТ) – количество контрактов, заключенных за некоторый промежуток времени (день, неделя). Повышение ОТ по какому-либо страйку опциона свидетельствует о появившемся интересе участников и, соответственно, увеличивает его ликвидность. На рис. 5 приведена диаграмма объема торгов для call-опциона на фьючерс на индекс РТС для различных страйков в день построения дерева сценариев (соответствует данным из табл. 1). Из рис. 4, 5 видно, что наибольшее число открытых позиций и объем торгов соответствуют опциону со страйком 107 500 пунктов. Это обусловлено тем, что значение  $S_{(1,1)} = 107\,500$  пунктов является центральным страйком [23].

Рассмотрим интерпретацию коэффициентов формулы (4) с экономической точки зрения. Коэффициент  $r$  выступает в качестве параметра потенциального роста актива, выражение  $(r - 0,5 \sigma^2)$  является средним значением мгновенного темпа изменения случайного процесса  $H = (H_t)_{t \geq 0}$ , коэффициент  $\sigma^2$  определяет дисперсию данного мгновенного темпа изменения финансового результата (волатильности). Базовое правило, по которому подбирается параметр  $\delta$ , называется «правилом трех сигм».

Сделаем замену для математического ожидания случайной величины, имеющей нормальное распределение:  $m = E(H_t)$ . Тогда в соответствии с кривой распределения 99,7% всех вероятных исходов цены БА в момент исполнения опциона будет находиться в диапазоне трех стандартных отклонений ( $\delta = 3$ ), 95,4% – в диапазоне двух стандартных отклонений<sup>4</sup>:

$$Pr(-2 \sigma < m < 2 \sigma) = 0,954; \delta = 2;$$

$$Pr(-2,326 \sigma < m < 2,326 \sigma) = 0,98; \delta = 2,326;$$

$$Pr(-3 \sigma < m < 3 \sigma) = 0,997; \delta = 3.$$

Варьируя значение  $\delta$ , оценим влияние этого параметра на ширину интервала  $[a_\tau; b_\tau]$ , значения остальных параметров модели соответствуют ранее использованным значениям (см. табл. 1). На рис. 6 представлены графики распределения смоделированных вероятностей для разных значений параметра  $\delta$ . Видно, что параметр  $\delta$  влияет на ширину интервала  $[a_\tau; b_\tau]$ , а также на количество потомков  $N_{(n, \tau)}$  вершины-предка  $n, \tau$ .

График распределения вероятностей (см. рис. 6) не является симметричным относительно центрального страйка 107 500 пунктов, также имеется правосторонняя скошенность кривых. Это говорит о том, что с большей вероятностью цена БА будет расти, нежели падать. Данное утверждение подтверждается эмпирическими результатами (табл. 3).

Как видно из табл. 3, дерево сценариев имеет большее число «растущих» потомков  $N_{(n, \tau)}^{up}$ , нежели «падающих»  $N_{(n, \tau)}^{down}$  (здесь подразумевается «растущее» и «падающее» значение цены БА). Таким образом, увеличение значения параметра  $\delta$  ведет к росту вероятности  $Pr$  и числу потомков вершины-предка  $N_{(n, \tau)}$ . Численные результаты моделирования приведены в табл. 4 и 5.

<sup>4</sup> Силантьев С.А. Логика опционной торговли: учеб. пособие. М.: SmartBook; И-трейд, 2008. 344 с.

Как видно из *табл. 2–5*, цена БА в день исполнения опциона будет находиться в диапазоне страйков:

[92 500; 125 000] – с вероятностью  $Pr = 95,4\%$ ;

[90 000; 127 500] – с вероятностью  $Pr = 98\%$ ;

[85 000; 135 000] – с вероятностью  $Pr = 99,7\%$ .

Следовательно, с увеличением параметра  $\delta$  идет расширение диапазона страйков. Однако не всегда такой диапазон будет являться оптимальной шириной интервала страйков с точки зрения их ликвидности.

Из исходных данных (см. *табл. 1*) видно, что инвестирование является краткосрочным. Согласно источнику [24], при краткосрочном инвестировании нецелесообразно использовать «дальние» значения страйков относительно текущего значения БА. Также отмечается, что при краткосрочном инвестировании не рекомендуется устанавливать диапазон выше 40%. Это означает, что построение дерева сценариев нужно проводить для опциона, страйки которого лежат в пределах от 60 до 140% от текущей стоимости БА.

Полученные интервалы страйков для трех случаев (см. *табл. 3*) имеют диапазон, меньший 40%. Тогда для уточнения интервала необходимо руководствоваться основными индикаторами ликвидности опционов: открытым интересом и объемом торгов. Диаграммы на *рис. 4* и *5* показывают очень низкую ликвидность опционов со страйками меньшими 100 000 пунктов. Следовательно, целесообразнее левую границу интервала установить на уровне 100 000 пунктов. При этом правую границу можно установить уровне 127 500 пунктов ( $Pr = 98\%$ ) или на уровне 135 000 ( $Pr = 99,7\%$ ). И тот и другой случаи являются допустимыми.

## Заключение

В данной работе было проведено подробное описание методологического подхода построения дерева сценариев для опционного

контракта с учетом определения вероятности перехода из узла-предка в вершину-потомок. В основу численного моделирования поведения цены базового актива взята модель геометрического (броуновского) движения. С помощью данной модели было построено однопериодное дерево сценариев (см. *рис. 3*) и получены страйки опционного контракта с соответствующими вероятностями их реализации. «Узким» моментом использования данной модели является подбор параметра  $\delta$ , который определяет меру разброса страйков опциона. На *рис. 6* продемонстрировано полученное логнормальное распределение вероятностей с учетом трех значений параметра  $\delta$ . Показано, что график имеет правостороннюю скошенность. Это говорит о том, что с большей вероятностью цена базового актива будет расти, нежели падать. Данный факт подтверждают результаты численной реализации *табл. 3*: число «растущих» вершин-потомков соответствующего узла-предка  $N_{(n, \tau)}^{up}$  всегда больше числа «падающих» вершин-потомков  $N_{(n, \tau)}^{down}$ .

Правило трех сигм обеспечивает с достаточно большой вероятностью «широкий» разброс страйков опциона. Однако существует недостаток применения данного правила: оно не учитывает ликвидности опциона с соответствующим страйком на реальном рынке. Именно поэтому необходимо дополнительно использовать различные показатели, которые несут в себе информацию о ликвидности инструмента. В данной работе были рассмотрены два основных показателя: число открытых сделок (открытый интерес) и объем торгов. В результате анализа данных показателей было получено, что страйки, меньшие 100 000 пунктов базового актива, оказались неликвидными в случае краткосрочного инвестирования, поэтому такие страйки необходимо исключать из построения дерева сценариев на последующие этапы.

**Таблица 1**  
**Параметры дерева сценариев**

**Table 1**  
**Scenario tree parameters**

Параметр	Значение параметра
Состав портфеля	Опцион на фьючерс на индекс РТС
Текущая цена опциона $S_{(1,1)}$	107 500 пунктов
Шаг цены БА $\Delta$	2 500 пунктов
Количество этапов $T$	2
Срок инвестирования $t$ $\tau$	22
Безрисковая процентная ставка $r$	7,25%
Волатильность $\sigma$	24,51%
Параметр $\delta$	2,326
Количество торговых дней в году $td$	247

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Таблица 2**  
**Вероятности реализации сценария  $P_v$  для получения вершины-потомка**

**Table 2**  
**The probability of scenario  $P_v$  to arrive at the descendant vertex**

$S_{(1,1)}$	$P_v$
90 000	0,0095
92 500	0,0151
95 000	0,0304
97 500	0,0527
100 000	0,0793
102 500	0,105
105 000	0,1231
107 500	0,1291
110 000	0,1218
112 500	0,1043
115 000	0,0814
117 500	0,0584
120 000	0,0386
122 500	0,0237
125 000	0,0135
127 500	0,0139

Источник: авторская разработка

Source: Authoring



**Таблица 3****Число потомков вершины-предка с учетом трех значений параметра  $\delta$** **Table 3****The number of descendants of the ancestor vertex in line with three values of  $\delta$** 

Параметр	Значение $\delta$		
$Pr, \%$	95,4	98	99,7
$N_{(n,\tau)}^{up}$	7	8	11
$N_{(n,\tau)}^{down}$	6	7	9
$N_{(n,\tau)}$	14	16	21
Интервал страйков	[92 500; 125 000]	[90 000; 127 500]	[85 000; 135 000]

*Источник:* авторская разработка*Source:* Authoring**Таблица 4****Результаты моделирования для  $\delta = 2$** **Table 4****Simulation results for  $\delta = 2$** 

$S_{(1,1)}$	$P_v$
92 500	0,0247
95 000	0,0304
97 500	0,0527
100 000	0,0793
102 500	0,105
105 000	0,1231
107 500	0,1291
110 000	0,1218
112 500	0,1043
115 000	0,0814
117 500	0,0584
120 000	0,0386
122 500	0,0237
125 000	0,0275

*Источник:* авторская разработка*Source:* Authoring

**Таблица 5****Результаты моделирования для  $\delta = 3$** **Table 5****Simulation results for  $\delta = 3$** 

$S_{(1,1)}$	$P_v$
85 000	0,0009
87 500	0,0023
90 000	0,0064
92 500	0,0151
95 000	0,0304
97 500	0,0527
100 000	0,0793
102 500	0,105
105 000	0,1231
107 500	0,1291
110 000	0,1218
112 500	0,1043
115 000	0,0814
117 500	0,0584
120 000	0,0386
122 500	0,0237
125 000	0,0135
127 500	0,0072
130 000	0,0036
132 500	0,0017
135 000	0,0013

*Источник:* авторская разработка*Source:* Authoring

**Рисунок 1****Обобщение подходов к раскрытию определения «сценарий»****Figure 1****The general view of approaches to revealing the *Scenario* definition**

Подход 1	Подход 2
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внутреннее представление о будущем, причем это не прогноз, а некоторый вариант возможного будущего последствия (1985, М. Porter).</li> <li>2. Набор разнообразных, но достаточно вероятных событий будущего (1996, VanderHeijden).</li> <li>3. Последовательность событий, которая, возможно, будет иметь место в будущем (1998, М. Jarke).</li> <li>4. Множество стратегий, имеющих различные исходы в будущем (2000, Roubelat)</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Рациональный метод поиска различных стратегий будущего (1995 г., Р. Schoemaker).</li> <li>2. Инструмент для упорядочивания альтернативных вариантов будущего (1996, Р. Schwartz)</li> </ol>

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Рисунок 2****Сравнение трех понятий: «видение», «прогноз» и «сценарий»****Figure 2****Comparison of the three concepts, *Vision*, *Forecast*, and *Scenario***

Видение	Прогноз	Сценарий
Желаемый исход будущего	Вероятный исход будущего	Возможный, наиболее вероятный исход будущего
Побуждает принять решение	Помогает осмелиться и принять решение	Необходим для осмысленного понимания выбора того или иного решения
<b>Главные признаки</b>		
Основано на ценностях личности	Основан на связях, построенных определенным образом	Основан на неопределенности
Скрывают риски		Показывает риски
Как правило, качественное	В основном количественный	Качественный или количественный
<b>Применяется</b>		
Относительно часто		Редко
<b>Эффективность</b>		
Как механизм запуска для будущих сознательных преобразований	В краткосрочном интервале времени (низкая степень неопределенности)	В среднем и долгосрочном интервале времени (высокая или средняя степень неопределенности)

Источник: авторская разработка

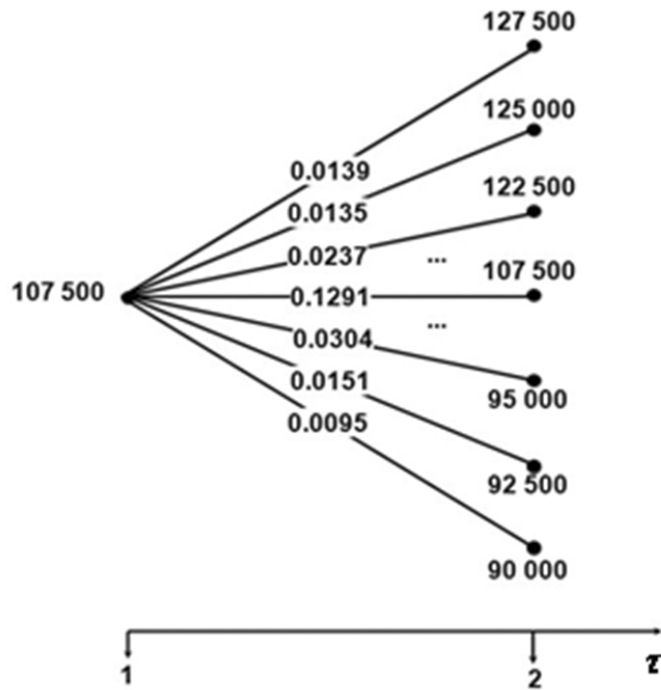
Source: Authoring

**Рисунок 3**

Дерево сценариев численной реализации

**Figure 3**

The scenario tree for numerical implementation



Источник: авторская разработка

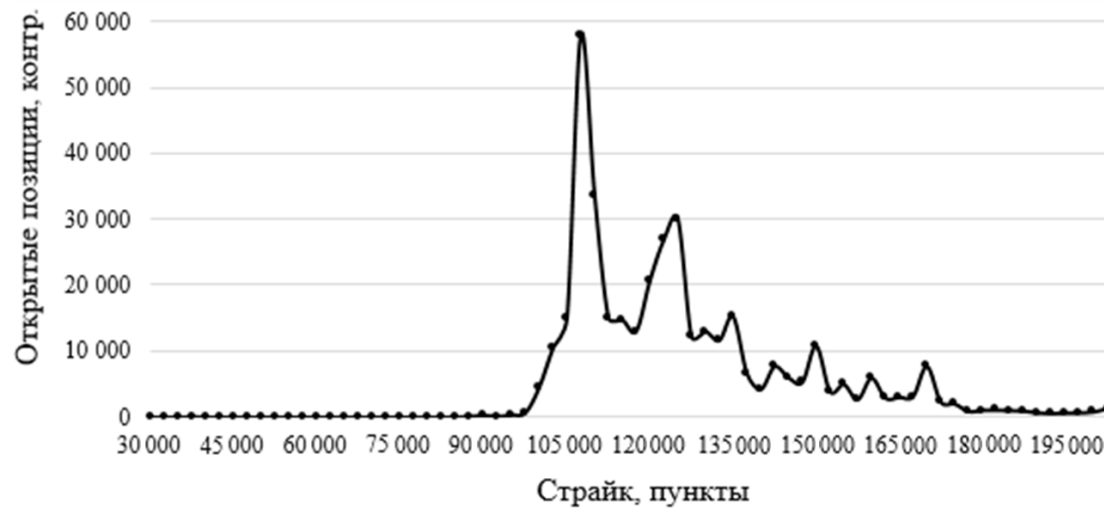
Source: Authoring

**Рисунок 4**

Открытый интерес по опционному контракту на фьючерс на индекс РТС

**Figure 4**

The declared interest in an option on the RTSI futures contract



Источник: авторская разработка

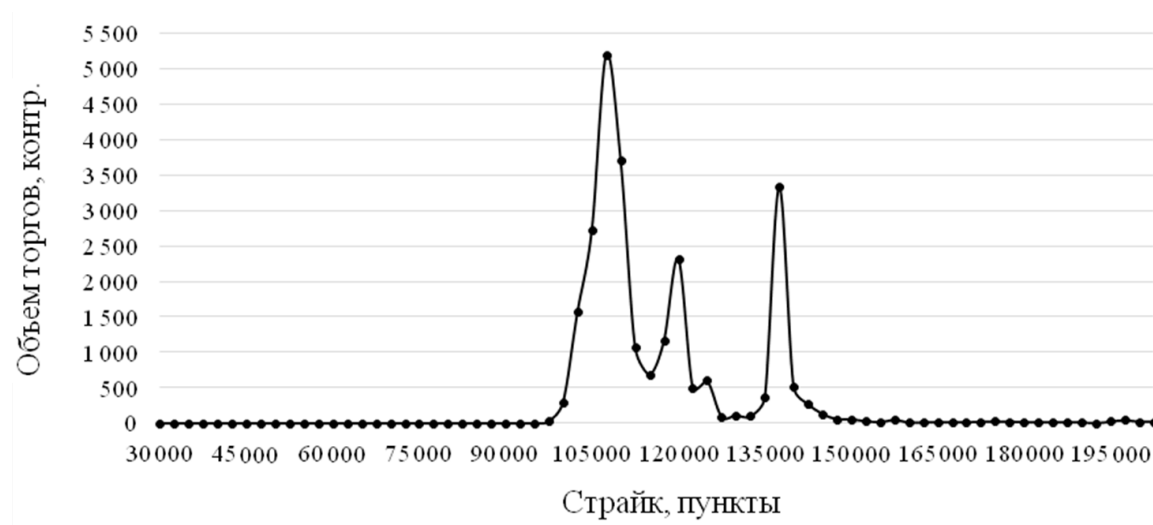
Source: Authoring

**Рисунок 5**

Объем торгов по опционному контракту на фьючерс на индекс РТС

**Figure 5**

Trading volume under the option on the RTSI futures contract



Источник: авторская разработка

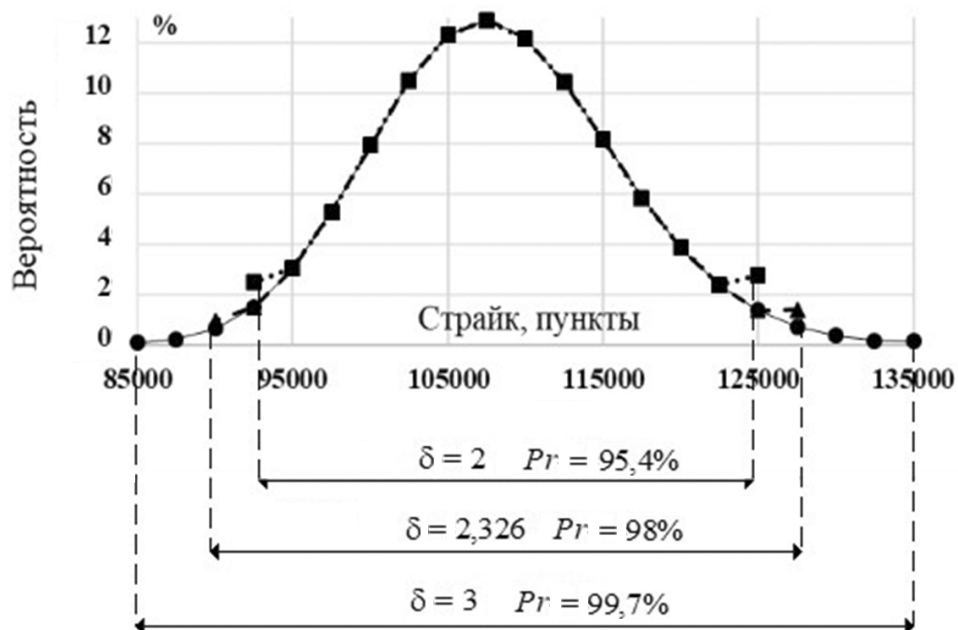
Source: Authoring

**Рисунок 6**

Распределение вероятностей для разных значений параметра  $\delta$

**Figure 6**

The distribution of probabilities in case of different values of  $\delta$



Источник: авторская разработка

Source: Authoring

## Список литературы

1. Варьяш И.Ю., Никонов И.В. Макроэкономическое прогнозирование: композиция вероятностей против конфликта сценариев // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2015. Т. 8. Вып. 43. С. 13–21. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/makroekonomicheskoe-prognostirovanie-kompozitsiya-veroyatnostey-protiv-konflikta-stsenariiev>
2. Зубарев А.А., Сбитнев А.Е. Формирование методики анализа рисков дорожно-строительных проектов на основе сценарного подхода // *Финансы и кредит*. 2011. Т. 17. Вып. 48. С. 37–41. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/formirovanie-metodiki-analiza-riskov-dorozhno-stroitelnyh-proektov-na-osnove-stsenarnogo-podhoda>
3. Шапиро В.Я., Шапиро Н.А. Оценка риска портфельных инвестиций с использованием цепей Маркова // *Финансы и кредит*. 2007. Т. 13. Вып. 33. С. 33–38. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/otsenka-riska-portfelnyh-investitsiy-s-ispolzovaniem-tsepey-markova>
4. Бекетов Н.В., Фёдоров В.Г. Традиционные методы оценки эффективности инвестиционных проектов // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2008. Т. 1. Вып. 3. С. 75–83. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/traditsionnye-metody-otsenki-effektivnosti-investitsionnyh-proektov>
5. Шапиро В.Я., Шапиро Н.А. Моделирование портфельных инвестиций в условиях негативных сценариев развития фондового рынка // *Финансы и кредит*. 2008. Т. 14. Вып. 15. С. 39–51.
6. Мицель А.А., Семёнов М.Е., Фатьянова М.Э. Комбинаторная модель опционного портфеля // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2016. Т. 9. Вып. 25. С. 2–13. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/kombinatornaya-model-optsiionnogo-portfelya>
7. Fatyanova M., Semenov M.E. Model for Constructing an Options Portfolio with a Certain Payoff Function. CEUR Workshop Proceedings: Online Proceedings for Scientific Conferences and Workshops. MM-ITNT 2017. International Conference Information Technology and Nanotechnology. Samara, Samara State University Publ., 2017, vol. 1904, pp. 254–262.
8. Яшин С.Н., Трифонов Ю.В., Кошелев Е.В. Метод использования реального пут-опциона в управлении рисками инновационной стратегии кластера // *Финансы и кредит*. 2017. Т. 23. Вып. 26. С. 1518–1532. URL: <https://doi.org/10.24891/fc.23.26.1518>
9. Грачёва М.В., Петренева Е.А. Реальные опционы как инструменты управления проектными рисками // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. 2016. Т. 9. Вып. 10. С. 2–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/realnye-optsiiony-kak-instrumenty-upravleniya-proektnymi-riskami>
10. Huss W.R. A Move Toward Scenario Analysis. *International Journal of Forecasting*, 1988, vol. 4, iss. 3, pp. 377–388. URL: [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(88\)90105-7](https://doi.org/10.1016/0169-2070(88)90105-7)
11. Hargitay S.E., Shi-Ming Yu.S. Property Investment Decisions. A Quantitative Approach. Routledge, 1993, 350 p.
12. Bradfield R., Wright G., Burt G. The Origins and Evolution of Scenario Techniques in Long Range Business Planning. *Futures*, 2005, vol. 37, iss. 8, pp. 795–812. URL: <https://doi.org/10.1016/j.futures.2005.01.003>

13. Mietzner D., Reger G. Advantages and Disadvantages of Scenario Approaches for Strategic Foresight. *International Journal of Technology Intelligence and Planning*, 2005, vol. 1, iss. 2, pp. 220–239. URL: <https://ssrn.com/abstract=1736110>
14. Линдгрен М., Бандхольд Х. Сценарное планирование: связь между будущим и стратегией. М.: Олимп-Бизнес, 2009. 256 с.
15. Coates J.F. Scenario Planning. *Technological Forecasting and Social Change*, 2016, vol. 113, part A, pp. 99–102. URL: <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2016.10.043>
16. Ponomareva K., Roman D., Date P. An Algorithm for Moment-Matching Scenario Generation with Application to Financial Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, 2015, vol. 240, iss. 3, pp. 678–687. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.07.049>
17. Davari-Ardakani H., Aminnayeri M., Seifi A. Multistage Portfolio Optimization with Stocks and Options. *International Transactions in Operational Research*, 2016, vol. 23, iss. 3, pp. 593–622. URL: <https://doi.org/10.1111/itor.12174>
18. Topaloglou N., Vladimirov H., Zenios S.A. Optimizing International Portfolios with Options and Forwards. *Journal of Banking & Finance*, 2012, vol. 35, pp. 3188–3201. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2011.05.003>
19. Абрамов А.М. Динамическая оптимизация портфеля опционов на основе полиномиального дерева сценариев // Проблемы анализа риска. 2012. Т. 9. № 1. С. 8–23.
20. Bachelier L. Théorie de la speculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1900, vol. 17, pp. 21–86.
21. Итуэлл Дж., Милгейт М., Ньюмен П. Экономическая теория. М.: ИНФРА-М, 2004. 931 с.
22. Wiener N. Differential Space. *Journal of Mathematics and Physics*, 1923, no. 58, pp. 131–174.
23. Халл Дж.К. Опционы, фьючерсы и другие производные финансовые инструменты. М.: Вильямс, 2018. 1072 с.
24. Израйлевич С.В., Цудикман В.Я. Опционы: разработка, оптимизация и тестирование торговых стратегий. М.: Альпина Паблишер, 2017. 339 с.

### Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

**THE USE OF THE SCENARIO-BASED APPROACH  
FOR TRADE IN OPTIONS CONTRACTS****Mikhail E. SEMENOV<sup>a,\*</sup>, Margarita E. FAT'YANOVA<sup>b</sup>**<sup>a</sup> National Research Tomsk Polytechnic University (TPU), Tomsk, Russian Federation  
sme@tpu.ru  
ORCID: not available<sup>b</sup> National Research Tomsk Polytechnic University (TPU), Tomsk, Russian Federation  
mef1@tpu.ru  
ORCID: not available

\* Corresponding author

**Article history:**Received 10 September 2018  
Received in revised form  
12 October 2018  
Accepted 3 November 2018  
Available online  
28 February 2019**JEL classification:** C58, C61,  
G11, G17, G24**Keywords:** scenario-based  
approach, scenario tree,  
geometric motion, call option**Abstract****Subject** Nowadays, traditional methods may hardly forecast how prices for assets will go. The scenario-based approach becomes more widely spread in various sciences, including financial mathematics. The key idea of the scenario-based approach is a scenario tree representing the hierarchical structure of data, outlining how things may unfold, and evaluating the probability. This approach helps model various scenarios of the future situation, thus allowing to make appropriate decisions.**Objectives** The research produces a one-period scenario tree showing how the price for the asset may develop. We also analyze the sensitivity of the parameter influencing the number of descendants of vertices.**Methods** The research is based on the economic-mathematic model of the geometric (Brownian) motion, which is expressed through the stochastic differential equation. The model and sensitivity analysis are implemented in MATLAB. We also applied methods of comparative and static analysis, graphic interpretation.**Results** We constructed a one-period scenario tree for a change in the options price. Having analyzed the sensitivity of the descendant vertex parameter, we determined the optimal range of option strike price intervals.**Conclusions and Relevance** We chose the geometric motion model as the basis for the scenario-based approach since it helps construct the one-period scenario tree. This approach allows to evaluate the scenario probability. However, its weakness is that it generates the unoptimal number of descendant vertex of a tree. Furthermore, the market situation requires to test the asset for liquidity through various metrics. For example, the number of deals and trading volume.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2018

**Please cite this article as:** Semenov M.E., Fat'anova M.E. The Use of the Scenario-Based Approach for Trade in Options Contracts. *Financial Analytics: Science and Experience*, 2019, vol. 12, iss. 1, pp. 72–89.  
<https://doi.org/10.24891/fa.12.1.72>**References**

1. Var'yash I.Yu., Nikonov I.V. [Macroeconomic forecasting: The composition of probabilities versus the conflict of scenarios]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya* = *Financial Analytics: Science and Experience*, 2015, vol. 8, iss. 43, pp. 13–21.  
URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/makroekonomicheskoe-prognozirovanie-kompozitsiya-veroyatnostey-protiv-konflikta-stsenariyev> (In Russ.)



2. Zubarev A.A., Sbitnev A.E. [Formation of the method of risk analysis of road-building projects based on the scenario approach]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2011, vol. 17, iss. 48, pp. 37–41. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/formirovanie-metodiki-analiza-riskov-dorozhno-stroitelnyh-proektov-na-osnove-stsenarnogo-podhoda> (In Russ.)
3. Shapiro V.Ya., Shapiro N.A. [Risk assessment of portfolio investments using Markov chains]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2007, vol. 13, iss. 33, pp. 33–38. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/otsenka-riska-portfelnyh-investitsiy-s-ispolzovaniem-tsepey-markova> (In Russ.)
4. Beketov N.V., Fedorov V.G. [Traditional methods for assessing the effectiveness of investment projects]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2008, vol. 1, iss. 3, pp. 75–83. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/traditsionnye-metody-otsenki-effektivnosti-investitsionnyh-proektov> (In Russ.)
5. Shapiro V.Ya., Shapiro N.A. [Modeling of portfolio investments in conditions of negative scenarios of the development of the stock market]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2008, vol. 14, iss. 15, pp. 39–51. (In Russ.)
6. Mitsel' A.A., Semenov M.E., Fat'yanova M.E. [A combinatorial model of option portfolio]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2016, vol. 9, iss. 25, pp. 2–13. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/kombinatornaya-model-optsiionnogo-portfelya> (In Russ.)
7. Fatyanova M., Semenov M.E. Model for Constructing an Options Portfolio with a Certain Payoff Function. CEUR Workshop Proceedings: Online Proceedings for Scientific Conferences and Workshops, MM-ITNT 2017, International Conference Information Technology and Nanotechnology. Samara, Samara State University Publ., 2017, vol. 1904, pp. 254–262.
8. Yashin S.N., Trifonov Yu.V., Koshelev E.V. [Using a real put option to manage risks of cluster's innovation strategy]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2017, vol. 23, iss. 26, pp. 1518–1532. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.24891/fc.23.26.1518>
9. Gracheva M.V., Petrenova E.A. [Real options as project risk management tools]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2016, vol. 9, iss. 10, pp. 2–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/realnye-optsiiony-kak-instrumenty-upravleniya-proektnymi-riskami> (In Russ.)
10. Huss W.R. A Move Toward Scenario Analysis. *International Journal of Forecasting*, 1988, vol. 4, iss. 3, pp. 377–388. URL: [https://doi.org/10.1016/0169-2070\(88\)90105-7](https://doi.org/10.1016/0169-2070(88)90105-7)
11. Hargitay S.E., Shi-Ming Yu.S. Property Investment Decisions. A Quantitative Approach. Routledge, 1993, 352 p.
12. Bradfield R., Wright G., Burt G. et al. The Origins and Evolution of Scenario Techniques in Long Range Business Planning. *Futures*, 2005, vol. 37, iss. 8, pp. 795–812. URL: <https://doi.org/10.1016/j.futures.2005.01.003>
13. Mietzner D., Reger G. Advantages and Disadvantages of Scenario Approaches for Strategic Foresight. *International Journal of Technology Intelligence and Planning*, 2005, vol. 1, no. 2, pp. 220–239. URL: <https://ssrn.com/abstract=1736110>
14. Lindgren M., Bandhold H. *Stsenarnoe planirovanie: svyaz' mezhdubudushchim i strategiei* [Scenario Planning: The Link between Future and Strategy]. Moscow, Olimp-Biznes Publ., 2009, 256 p.

15. Coates J.F. Scenario Planning. *Technological Forecasting and Social Change*, 2016, vol. 113, part A, pp. 99–102. URL: <https://doi.org/10.1016/j.techfore.2016.10.043>
16. Ponomareva K., Roman D., Date P. An Algorithm for Moment-Matching Scenario Generation with Application to Financial Portfolio Optimization. *European Journal of Operational Research*, 2015, vol. 240, no. 3, pp. 678–687. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.07.049>
17. Davari-Ardakani H., Aminnayeri M., Seifi A. Multistage Portfolio Optimization with Stocks and Options. *International Transactions in Operational Research*, 2016, vol. 23, iss. 3, pp. 593–622. URL: <https://doi.org/10.1111/itor.12174>
18. Topaloglou N., Vladimirov H., Zenios S.A. Optimizing International Portfolios with Options and Forwards. *Journal of Banking & Finance*, 2012, vol. 35, pp. 3188–3201. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2011.05.003>
19. Abramov A.M. [Dynamic optimization of an options portfolio based on a polynomial tree of scenarios]. *Problemy analiza riska = Issues of Risk Analysis*, 2012, vol. 9, no. 1, pp. 8–23. (In Russ.)
20. Bachelier L. Théorie de la speculation. *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 1900, vol. 17, pp. 21–86.
21. Eatwell J., Milgate M., Newman P. *Ekonomicheskaya teoriya* [The World of Economics]. Moscow, INFRA-M Publ., 2004, 931 p.
22. Wiener N. Differential Space. *Journal of Mathematics and Physics*, 1923, no. 58, pp. 131–174.
23. Hull J.K. *Opsiony, f'yuchersy i drugie proizvodnye finansovye instrumenty* [Options, Futures, and Other Derivatives]. Moscow, Vil'yams Publ., 2018, 1072 p.
24. Izrailevich S.V., Tsudikman V.Ya. *Opsiony: razrabotka, optimizatsiya i testirovanie torgovykh strategii* [Options: Development, optimization and testing of trading strategies]. Moscow, Al'pina Publisher Publ., 2017, 339 p.

### **Conflict-of-interest notification**

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.