

# Математический анализ и моделирование в экономике

УДК 330.46

## АНАЛИЗ ИНВЕСТИЦИЙ В РАЗВИТИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬЮ С ПРИМЕНЕНИЕМ СЕТЕЙ ПЕТРИ

**Дмитрий Валентинович Исаев,**  
кандидат экономических наук,  
доцент кафедры бизнес-аналитики,  
Национальный исследовательский университет  
«Высшая школа экономики»,  
Москва, Российская Федерация  
disaev@hse.ru

**Предмет/тема.** Статья посвящена вопросам анализа инвестиций в развитие систем управления эффективностью, обеспечивающих информационную поддержку стратегического менеджмента. Специфика таких систем не позволяет оценивать результаты их развития в финансовом выражении, что объясняет неприменимость традиционных методов инвестиционного анализа. В этой ситуации представляется целесообразным применение подхода, предусматривающего сопоставление инвестиций с результатами, не имеющими стоимостной оценки. Принимая во внимание существенное влияние случайных факторов, в качестве основы такого подхода предлагается использовать имитационное моделирование.

**Цели/задачи.** Цель исследования состоит в разработке дискретно-событийной имитационной модели, позволяющей оценивать последствия реализации программ развития систем управления эффективностью. Задачи исследования включают описание основных элементов модели, а также разработку рекомендаций в части оценки и выбора программ развития.

**Методология.** Предлагаемая в работе модель основана на методологии временных стохастических сетей Петри. Временные задержки описываются при помощи продолжительности удерживания и присваиваются исходящим дугам сети Петри. Все задержки могут являться как детерминированными, так и случайными величинами.

**Результаты.** Имитационная модель, представленная в работе, позволяет анализировать результаты инвестирования в развитие систем управления эффективностью. Модель предусматривает описание проектов, отношений предшествования между ними, а также влияния проектов на показатели уровня зрелости системы управления эффективностью и финансовые показатели.

**Выводы/значимость.** Представленная имитационная модель позволяет рассчитывать обобщающие показатели, характеризующие результативность, ресурсоемкость и временные параметры программы развития системы управления эффективностью. В случае наличия нескольких программ развития эти показатели могут использоваться для сопоставления альтернативных программ и обоснования выбора одной из них для непосредственной реализации.

**Ключевые слова:** система управления, эффективность, программа развития, инвестиционный анализ, имитационное моделирование, дискретно-событийное моделирование, сеть Петри

### Введение

Одной из современных концепций управления, которые в последнее время находят все более широкое практическое применение, является кон-

цепция управления эффективностью (performance management). При этом системы управления эффективностью (performance management systems, PMS) рассматриваются как средства информационной поддержки стратегического управления [11, 12]. Проекты развития таких систем, в совокупности образующие программы развития, носят характер инвестиционных: они требуют определенных затрат и предполагают получение экономических выгод за счет совершенствования управления предприятием.

Однако классические методы инвестиционного анализа, такие как норма прибыли, период окупаемости, чистая приведенная стоимость или внутренняя норма рентабельности [2, 4, 9], в данном случае оказываются неприменимыми. Причина в том, что выгоды, получаемые в результате развития систем управления эффективностью, практически невозможно оценить в финансовом выражении. Но это не исключает возможности применения подхода «ценность за деньги» (value for money), предусматривающего сопоставление инвестиций с результатами, не имеющими стоимостной оценки.

При этом в качестве результата можно рассматривать повышение обобщенного индекса управления эффективностью (performance management index, PMI) – безразмерного количественного показателя, значения которого определяются на основе сопоставления с пороговыми уровнями зрелости [7]. Этот подход может быть конкретизирован путем декомпозиции системы на составные элементы – функциональные блоки и функциональные модули [15].

Еще одна особенность программ развития систем управления эффективностью заключается в существенном влиянии фактора неопределенности, поскольку сроки реализации проектов, прочие временные лаги, а также объемы затрачиваемых ресурсов целесообразно рассматривать в качестве случайных величин. В этом случае применение специализированных методов и информационных систем проектного менеджмента, таких как диаграммы Ганта или сетевые графики [5], становится недостаточным для управления программами развития.

Учитывая перечисленные особенности, можно сделать вывод о целесообразности имитационного моделирования программ развития и их влияния на уровень зрелости систем управления эффективностью.

К числу основных направлений имитационного моделирования относятся системная динамика, агентное моделирование и дискретно-событийное моделирование [1, 6]. Концепция системной динамики [13] предусматривает моделирование системы не на уровне отдельных объектов, а на уровне взаимосвязанных агрегированных показателей.

Агентное моделирование [17] подразумевает описание действий индивидуализированных активных объектов (агентов) и их влияния на поведение системы в целом.

Дискретно-событийное моделирование [21] позволяет описывать поведение изучаемой системы в виде хронологической последовательности событий, наступающих в дискретные моменты времени и приводящих к изменению состояния системы. В данном случае, поскольку все изменения в моделируемой системе происходят в дискретные моменты времени, наиболее приемлемым представляется дискретно-событийное моделирование.

На концептуальном уровне модель включает определенные элементы (проекты, показатели зрелости, финансовые показатели) и связи между ними. Программа развития состоит из проектов, которые связаны между собой отношениями предшествования. Реализация проектов связана с определенными инвестициями и обеспечивает повышение уровня зрелости системы управления эффективностью. Все временные лаги, а также объемы инвестиций (платежей), в общем случае, являются случайными величинами [3].

Эта концептуальная модель может быть принята за основу при разработке более детальных имитационных моделей программ развития систем управления эффективностью с применением дискретно-событийного моделирования.

### **Сети Петри как инструмент имитационного моделирования**

В настоящее время одним из наиболее известных и часто применяемых инструментов дискретно-событийного моделирования являются сети Петри (Petri net, PN). Классическая сеть Петри [18] представляет собой ориентированный граф, содержащий узлы двух типов – позиции (places), которые обозначаются кругами, и переходы (transitions), обозначаемые прямоугольниками или вертикальными линиями.

Дуги графа (arcs) могут быть направлены либо от позиции к переходу, либо, наоборот, – от перехода

к позиции. Дуги первого типа называются входящими (input arcs), дуги второго типа – исходящими (output arcs). Соответственно, по отношению к переходу позиции также подразделяются на входящие (input positions) и исходящие (output positions). В позициях могут находиться метки (tokens), которые обозначаются точками или маленькими кружочками. Совокупное расположение меток определяет состояние системы и называется маркировкой сети.

Метки могут перемещаться между позициями через переходы, это происходит в результате срабатывания переходов в соответствии с определенными правилами. Необходимым условием срабатывания перехода является его доступность. Переход является доступным в том случае, когда все его входящие позиции содержат, по крайней мере, по одной метке для каждой из дуг, направленных к данному переходу.

В результате срабатывания перехода из каждой входящей позиции удаляются метки, число которых равно количеству дуг, связывающих соответствующую позицию с переходом. После этого в каждой из исходящих позиций создаются новые метки, число которых равно количеству дуг, связывающих переход с той или иной позицией.

Математическое описание классической сети Петри представляет собой мультикомпонентную структуру (кортеж)

$$\{P, Q, I, O, M\},$$

где  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$  – конечное множество позиций;

$Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$  – конечное множество переходов;

$I \subseteq (P \times Q)$  – множество входящих дуг;

$O \subseteq (Q \times P)$  – множество исходящих дуг;

$M: P \rightarrow \mathbf{N}$ , где  $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$  – маркировка сети,  $i$ -й компонент которой представляет собой число меток, находящихся в  $i$ -й позиции.

В классической модели сети Петри все исходящие в системе изменения рассматриваются безотносительно оси времени. В то же время для многих практических задач учет сроков изменения состояния системы представляется крайне важным. Это привело к появлению концепции временной сети Петри (timed Petri net, TPN), в которой все модельные события, связанные с движением меток и соответственно изменением состояния системы, соотносятся со сроками их наступления.

Важной особенностью временных сетей Петри является то, что с их помощью можно моделировать

временные лаги (задержки), имеющие место при перемещении меток между позициями. Одним из способов описания задержек является продолжительность удерживания (holding duration) [10]. В этом случае предусматривается наличие двух типов меток – реальных и условных. Различие состоит в том, что доступность последующих переходов определяется только реальными метками, в то время как условные метки на доступность переходов не влияют. Продолжительность удерживания может присваиваться переходам [19], позициям [20] или исходящим дугам [16].

Иногда эти варианты используются в сочетании, например, при назначении временных задержек одновременно переходам и позициям [8]. В любом случае срабатывание переходов (по мере их доступности), а также удаление входящих и создание исходящих меток происходят моментально, без каких-либо задержек.

Однако если удаляемые метки являются реальными (поскольку только они определяют доступность перехода), то все новые метки в течение некоторого промежутка времени (продолжительности удерживания) остаются условными. По истечении этого периода условные метки превращаются в реальные и получают возможность влиять на доступность последующих переходов.

Временные задержки любого типа могут быть как детерминированными, так и случайными. В последнем случае модель называют стохастической сетью Петри (stochastic Petri net, SPN) [14]. Стохастические сети, наряду с временными сетями, являются двумя наиболее популярными вариациями оригинальной концепции сети Петри и находят широкое применение в имитационном моделировании различных организационных и технических систем.

Для моделирования программ развития систем управления эффективностью предлагается использовать временную стохастическую сеть Петри с продолжительностями удерживания, соотношенными с исходящими дугами. Важным свойством такой модели является то, что она позволяет задавать различные временные задержки для разных меток, даже если они порождаются одним и тем же переходом. В этом случае структура сети Петри приобретает вид  $\{P, Q, I, O, \tau, M\}$ , где  $\tau: O \rightarrow \mathbf{R}^+$ ,  $\mathbf{R}^+ = [0, \infty)$  – функция задержки, каждый  $i$ -й компонент которой представляет собой задержку (детерминированную или случайную), соотношенную с  $i$ -й

исходящей дугой. Эта вариация сети Петри позволяет описать все основные элементы программы развития системы управления эффективностью, включая проекты, взаимосвязи между ними, а также влияние проектов на уровень зрелости системы и финансовые показатели.

### Моделирование проектов программы развития

При моделировании проектов, входящих в состав программы развития системы управления эффективностью, необходимо предусмотреть описание как каждого отдельного проекта (с учетом его продолжительности), так и связей (отношений предшествования) между проектами.

Для моделирования отдельно взятого проекта в сети Петри предусматриваются две позиции, одна из которых характеризует начало проекта, а другая – его завершение (будем называть их, соответственно, начальной и конечной позициями проекта). Эти две позиции связаны единственным переходом, который характеризует реализацию проекта (переходом проекта).

Начальная позиция связана с переходом проекта одной или несколькими входящими дугами. Количество таких дуг равно числу проектов, предшествующих рассматриваемому (если рассматриваемый проект не имеет предшествующих, то число входящих дуг равно единице).

Переход проекта становится доступным и срабатывает в тот момент, когда число реальных меток в начальной позиции становится равным количеству предшествующих проектов. Это означает, что реализация рассматриваемого проекта начинается только тогда, когда все предшествующие проекты полностью завершены.

Переход проекта связан с конечной позицией единственной исходящей дугой. Этой дуге соответствует детерминированная или случайная временная задержка, характеризующая продолжительность проекта.

Фрагмент сети Петри для отдельно взятого проекта, которому предшествуют два других, изображен на рис. 1.

В приведенном фрагменте начальная позиция проекта имеет обозначение  $p_1$ , а конечная –  $p_2$ . Переход проекта,

связывающий начальную и конечную позиции, имеет обозначение  $q_1$ . Рассматриваемому проекту предшествуют два других, поэтому число дуг, связывающих начальную позицию проекта с переходом, равно двум. Переход проекта связан с конечной позицией единственной исходящей дугой, атрибутом этой дуги является временная задержка  $\tau$  (детерминированная или случайная), которая может принимать только положительные значения.

По мере завершения предшествующих проектов каждый из них создает по одной метке в начальной позиции  $p_1$ . Когда количество реальных меток в начальной позиции  $p_1$  становится равным числу предшествующих проектов (в данном случае – двум), переход  $q_1$  становится доступным и тут же срабатывает. Это означает начало реализации проекта. При срабатывании перехода обе метки, находящиеся в начальной позиции  $p_1$ , удаляются и вместо них создается одна новая метка в конечной позиции  $p_2$ . В момент своего создания новая метка является условной и лишь спустя некоторое время, определяемое задержкой  $\tau$ , становится реальной. Превращение условной метки в реальную означает завершение проекта.

Помимо моделирования отдельных проектов, большое значение имеет описание связей между проектами. Эти связи таковы, что начало реализации любого из проектов становится возможным только после полного завершения всех предшествующих проектов. При этом могут иметь место детерминированные или случайные временные задержки, отделяющие завершение предшествующих проектов от начала последующих (такие лаги определяются индивидуально для каждого из отношений предшествования).

Для описания связей между проектами используются специальные переходы, соединяющие конечные позиции предшествующих проектов с начальными позициями последующих (будем называть такие переходы переходами последствий проектов). Каждому проекту соответствует единственный переход последствий, при этом конечная позиция проекта связана с таким переходом единственной входящей дугой.

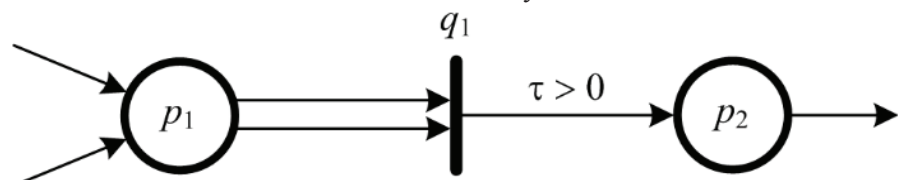


Рис. 1. Отдельный проект

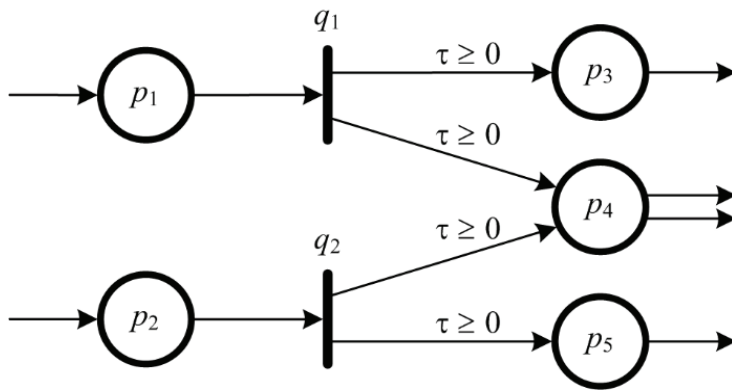


Рис. 2. Отношения предшествования между проектами

В свою очередь переход последствий проекта связан исходящими дугами с начальными позициями последующих проектов (по одной дуге для каждой из них). Для того чтобы принять во внимание промежутки времени, отделяющие завершение рассматриваемого проекта от возможного начала каждого из последующих, исходящим дугам присваиваются временные задержки. Эти задержки могут быть детерминированными или случайными и принимают неотрицательные значения.

Фрагмент сети Петри для двух предшествующих и трех последующих проектов представлен на рис. 2.

В приведенном фрагменте (см. рис. 2)  $p_1$  и  $p_2$  являются конечными позициями двух предшествующих проектов, а  $p_3, p_4$  и  $p_5$  – начальными позициями трех последующих проектов. Проекту с конечной позицией  $p_1$  соответствует переход последствий  $q_1$ , а проекту с конечной позицией  $p_2$  – переход последствий  $q_2$ . Каждая из конечных позиций проектов связана с соответствующим переходом единственной входящей дугой.

Проект с конечной позицией  $p_1$  является предшествующим по отношению к двум другим проектам, с начальными позициями  $p_3$  и  $p_4$ . Поэтому переход последствий  $q_1$  имеет две исходящие дуги, одна из которых связывает его с начальной позицией проекта  $p_3$ , а другая – с начальной позицией проекта  $p_4$ . Каждой из исходящих дуг перехода последствий проекта соответствует неотрицательная временная задержка  $\tau$ .

Аналогично проект с конечной позицией  $p_2$  предшествует двум проектам с начальными позициями  $p_4$  и  $p_5$ . Соответственно, у перехода последствий проекта  $q_2$  тоже имеются две исходящие дуги, связывающие его с начальными позициями

последующих проектов  $p_4$  и  $p_5$ . Каждой из этих дуг соответствует своя временная задержка.

При начале реализации каждого из двух предшествующих проектов в их конечных позициях ( $p_1$  и  $p_2$  соответственно) создаются новые метки. На протяжении реализации проектов эти метки являются условными, а при завершении проектов превращаются в реальные. Появление в позициях  $p_1$  и  $p_2$  реальных меток приводит к доступности и немедленному срабатыванию переходов  $q_1$  и  $q_2$  соответственно. При срабатывании каждый из переходов удаляет метки из

соответствующей позиции ( $p_1$  или  $p_2$ ) и создает новые условные метки: переход  $q_1$  – в позициях  $p_3$  и  $p_4$ , а переход  $q_2$  – в позициях  $p_4$  и  $p_5$ . По истечении времени задержек, назначенных исходящим дугами переходов  $q_1$  и  $q_2$ , условные метки в позициях  $p_3, p_4$  и  $p_5$  становятся реальными, что означает начало соответствующих проектов.

Заметим, что проекту с начальной позицией  $p_4$  соответствуют два предшествующих, поэтому его начало возможно только после появления в позиции  $p_4$  двух меток (по одной от каждого из переходов  $q_1$  и  $q_2$ ) и превращения обеих меток из условных в реальные.

### Влияние на уровень зрелости системы управления эффективностью

Реализация проектов, входящих в состав программы развития, обеспечивает повышение уровня зрелости системы управления эффективностью. Для того чтобы описать это влияние, в модели предусматриваются специальные показатели, характеризующие уровень зрелости системы. Поскольку такие показатели связаны с качественными характеристиками системы, их значения выражаются при помощи предопределенной порядковой (ранговой) шкалы, отражающей различия в уровнях зрелости [7].

Наличие показателей уровня зрелости позволяет описывать влияние проектов на развитие системы. В общем случае любой из проектов программы развития может оказывать воздействие на несколько показателей уровня зрелости, с разными временными интервалами, которые могут быть как детерминированными, так и случайными. Также допускается, что один проект может оказывать

несколько воздействий на один и тот же показатель уровня зрелости с разными временными задержками (например, в случае наличия как краткосрочного эффекта от реализации проекта, так и долгосрочных последствий). Любой из показателей уровня зрелости может быть подвержен влиянию со стороны как одного, так и нескольких проектов.

В модели для описания показателей уровня зрелости системы управления эффективностью служат специальные позиции (позиции уровня зрелости). Воздействие проекта на показатели уровня зрелости описывается при помощи единственного перехода, расположенного после конечной позиции проекта, – перехода последствий проекта (того же, который используется для описания отношений предшествования между проектами).

Каждому воздействию соответствует единственная дуга, связывающая переход последствий проекта с позицией уровня зрелости, соответствующей показателю, на который оказывается влияние. Ввиду наличия временных интервалов, отделяющих воздействие от изменения состояния системы, этим дугам присваиваются неотрицательные задержки (детерминированные или случайные).

Фрагмент сети Петри, иллюстрирующий воздействие проекта на три показателя уровня зрелости, представлен на рис. 3.

В этом фрагменте (см. рис. 3) позиция  $p_1$  является конечной позицией некоторого проекта, а позиции  $p_2, p_3$  и  $p_4$  соответствуют трем показателям уровня зрелости системы управления эффективностью. Воздействие проекта на показатели уровня зрелости описывается при помощи перехода последствий проекта  $q_1$ . Конечная позиция проекта  $p_1$  связана с переходом последствий  $q_1$  единственной входящей дугой. В свою очередь переход  $q_1$  связан с позициями уровня зрелости исходящими дугами, по одной для каждой из трех позиций. Каждой из исходящих дуг соответствует своя неотрицательная временная задержка  $\tau$ .

В момент начала реализации рассматриваемого проекта в его конечной позиции  $p_1$  создается условная метка, которая в момент завершения проекта становится реальной. Появление реальной метки в позиции  $p_1$  делает переход последствий  $q_1$  доступным и приводит к его немедленному срабатыванию. В результате срабатывания перехода  $q_1$  метка из позиции  $p_1$  удаляется, а в каждой из трех позиций уровня зрелости  $p_2, p_3$  и  $p_4$  создается по одной новой условной метке. По истечении

времени задержки, указанного для каждой из трех исходящих дуг перехода  $q_1$ , условные метки в позициях  $p_2, p_3$  и  $p_4$  превращаются в реальные, что означает факт осуществления воздействия проекта на тот или иной показатель зрелости.

Помимо определения времени воздействия на показатели уровня зрелости, необходимо предусмотреть оценку степени этого воздействия. Это может быть сделано при помощи дополнительных параметров – величин гарантированного эффекта. Величины гарантированного эффекта определяются для каждого из воздействий; каждая из них характеризует уровень зрелости, который данное воздействие гарантирует соответствующему показателю уровня зрелости.

При наступлении момента воздействия проекта на показатель уровня зрелости этот показатель приобретает новое значение, которое рассчитывается как наибольшее из текущего (старого) значения и величины гарантированного эффекта этого воздействия. По сути это означает либо повышение значения показателя уровня зрелости до уровня величины гарантированного эффекта (если этот уровень выше текущего значения), либо сохранение значения показателя зрелости на прежнем уровне (если гарантированный эффект меньше, либо равен текущему значению показателя). Отметим, что определение значений показателей уровней зрелости и их изменений выходит за рамки нотации сети Петри.

Если система показателей уровня зрелости системы управления эффективностью носит иерархический характер (например, если интегральный показатель уровня зрелости всей системы складывается из показателей входящих в ее состав подсистем [15]), то воздействие проектов программы развития

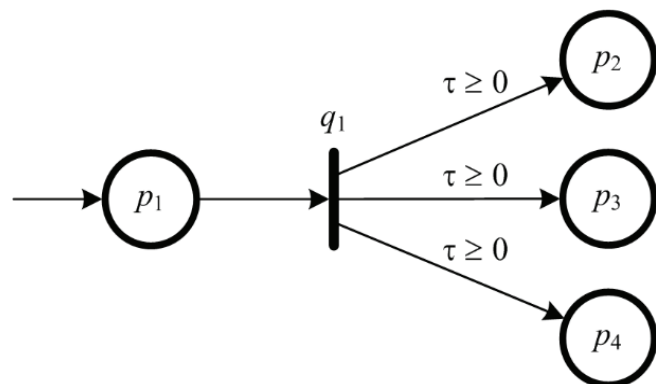


Рис. 3. Воздействие проекта на показатели уровня зрелости системы управления эффективностью

описывается только для показателей нижнего уровня иерархии (так называемых листовых элементов). Что же касается значений вышестоящих показателей (вплоть до интегрального показателя уровня зрелости системы в целом), то их изменение происходит по мере изменения значений нижестоящих показателей в соответствии с predetermined расчетными правилами.

Динамика изменения интегрального показателя уровня зрелости системы управления эффективностью (траектория развития системы) представляет собой неубывающую ступенчатую функцию, которая характеризует полезный результат, полученный в результате инвестирования в развитие системы.

Если при моделировании влияния программы развития на систему применяются случайные временные задержки, то значения интегрального показателя уровня зрелости в фиксированные моменты времени являются случайными величинами, а сама траектория развития представляет собой случайный процесс.

### Финансовые показатели программы развития

Любой из проектов программы развития может предусматривать наличие одного или нескольких денежных потоков (платежей). Каждый из этих денежных потоков может быть следствием как начала проекта (авансовый платеж), так и его завершения (окончательный расчет за выполненные работы).

В сети Петри каждый из платежей описывается одной позицией – позицией денежного потока. Если платеж связан с началом проекта, то эта связь описывается при помощи перехода проекта, т.е. того же перехода, который характеризует реализацию проекта. Этот переход соединяется исходящими дугами с позициями денежных потоков, по одной дуге для каждой позиции.

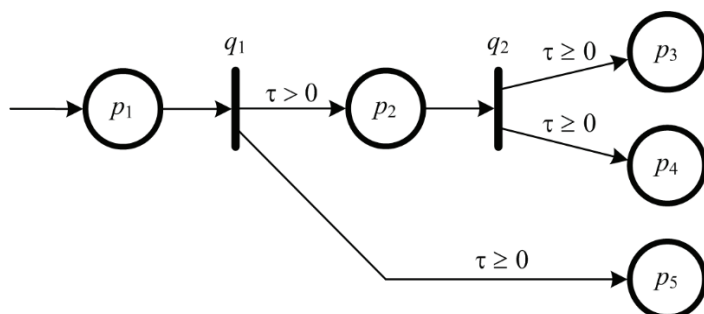


Рис. 4. Влияние проекта на денежные потоки

Что касается влияния проекта на платежи, связанные с его завершением, то оно описывается при помощи перехода последствий проекта, т.е. того же перехода, который используется для описания отношений предшествования между проектами и влияния проекта на показатели уровня зрелости системы. Как и переход проекта, переход последствий связан с каждой из позиций денежных потоков единственной исходящей дугой.

Любой из платежей может иметь место как сразу после наступления соответствующего события (начала или завершения проекта), так и спустя некоторое время. Поэтому каждой из дуг, инцидентных позициям денежных потоков, присваивается неотрицательная задержка (детерминированная или случайная). Таким образом, сроки исполнения платежей определяются временем начала и завершения проектов, а также соответствующими задержками.

Величины (суммы) платежей могут быть известны либо точно, либо приближенно. В последнем случае они могут рассматриваться как случайные величины.

В отличие от позиций уровня зрелости, каждая позиция денежного потока подвергается воздействию со стороны программы развития лишь один раз, в результате либо начала, либо завершения соответствующего проекта.

Фрагмент сети Петри, описывающий три денежных потока, связанных с одним проектом, представлен на рис. 4.

В приведенном фрагменте (см. рис. 4) проект описывается при помощи начальной и конечной позиций (соответственно  $p_1$  и  $p_2$ ), перехода проекта  $q_1$  и связывающих их дуг. Переход  $q_2$  служит для описания последствий проекта.

Денежные потоки (платежи) представлены тремя позициями –  $p_3$ ,  $p_4$  и  $p_5$ . Денежный поток, которому соответствует позиция  $p_5$ , имеет место в начале проекта, поэтому влияние проекта на этот платеж описывается при помощи перехода проекта  $q_1$  и исходящей дуги, связывающей этот переход с позицией денежного потока  $p_5$ . Денежные потоки, обозначенные позициями  $p_3$  и  $p_4$ , возникают после завершения проекта.

Влияние проекта на эти платежи описывается при помощи перехода последствий проекта  $q_2$  и двух исходящих дуг, связывающих этот переход с позициями денежных

потоков  $p_3$  и  $p_4$ . Дугам, связанным с позициями денежных потоков, соответствуют неотрицательные временные задержки  $\tau$  (детерминированные или случайные величины).

В момент срабатывания перехода проекта  $q_1$  метка, находящаяся в начальной позиции проекта  $p_1$ , удаляется, и вместо нее создаются две новые условные метки – в конечной позиции проекта  $p_2$  и в позиции денежного потока  $p_5$ . По истечении соответствующего времени задержки эти метки становятся реальными, что означает завершение проекта (для метки в позиции  $p_2$ ) и исполнение платежа (для метки в позиции  $p_5$ ). В момент срабатывания перехода последствий проекта  $q_2$  удаляется метка из конечной позиции проекта  $p_2$  и создается по одной новой условной метке в каждой из позиций денежных потоков  $p_3$  и  $p_4$ . По мере превращения этих меток в реальные (с соответствующими задержками) происходит исполнение соответствующих платежей.

Для определения величин денежных потоков предусматриваются специальные дополнительные параметры – размеры (суммы) платежей. Это детерминированные или случайные величины, которые могут присваиваться либо позициям денежных потоков, либо дугам, соединяющим соответствующие переходы с этими позициями.

На основе сроков и размеров платежей рассчитываются финансовые показатели программы развития. Одним из них является общий объем затрат на реализацию программы развития, другим – сумма дисконтированных денежных потоков, связанных с программой. Также можно использовать показатель использования финансовых ресурсов, выделенных на реализацию программы развития (отношение суммарных затрат к установленному лимиту финансирования).

Все финансовые показатели (общий объем затрат, дисконтированные денежные потоки, степень использования финансовых ресурсов) являются убывающими ступенчатыми функциями времени.

### Оценка и выбор программы развития

Анализ инвестиций в развитие системы управления эффективностью предусматривает сопоставление результатов, которые выражаются в виде повышения уровня развития системы, и финансовых показателей программы развития, с учетом фактора времени. Поэтому характеристики анализируемых программ развития могут быть подразделены на три

группы: показатели результативности, финансовые показатели и показатели времени.

Показатели результативности программы развития характеризуют повышение уровня зрелости системы управления эффективностью в результате инвестирования в программу ее развития. Примерами таких показателей являются уровень зрелости системы, достигаемый в результате реализации программы развития (абсолютный показатель), или повышение уровня зрелости системы по отношению к текущему уровню (относительный показатель). В некоторых случаях весьма наглядным может оказаться сравнение показателей результативности с заранее определенными целевыми значениями.

Финансовые показатели характеризуют инвестиции в развитие системы управления эффективностью, т.е. ресурсы, которые обеспечивают повышение уровня зрелости системы. Примерами могут служить упомянутые показатели – общий объем затрат, сумма дисконтированных денежных потоков и степень использования выделенного финансирования.

К показателям времени прежде всего относится период реализации программы развития, который должен находиться в рамках установленного временного интервала. Кроме того, если определен целевой уровень зрелости системы, то можно рассматривать показатель времени, в течение которого при реализации программы развития этот уровень достигается.

Анализ инвестиций в развитие системы управления эффективностью основывается на сопоставлении показателей результативности, финансовых показателей и показателей времени. При этом один из показателей может выступать в качестве критерия оптимальности, а остальные – в качестве ограничений.

Если в качестве критерия оптимальности выступает результативность, то среди всех альтернативных программ развития выбирается та, которая обеспечивает наибольший уровень зрелости системы управления эффективностью, достигаемый в результате полной реализации программы. При этом в качестве ограничивающих факторов (общих для всех сравниваемых программ) выступают лимит финансирования и максимальный период реализации программы: общие затраты на программу развития не должны превышать установленного лимита финансирования, а период ее реализации не должен выходить за рамки установленного срока.



Если в качестве критерия оптимальности выступает экономичность, то среди всех альтернативных программ развития выбирается та, реализация которой связана либо с наименьшими суммарными затратами, либо с наименьшим значением дисконтированного денежного потока. Ограничениями, как и в предыдущем случае, являются лимит финансирования и максимальный период реализации программы. Однако в этом случае к ним добавляется еще одно ограничение: уровень зрелости системы управления эффективностью, достигаемый за счет реализации программы, должен быть не меньше установленного целевого значения.

Наконец, в качестве критерия выбора программы развития может выступать период времени, по истечении которого при реализации той или иной программы достигается целевой уровень зрелости системы управления эффективностью. Здесь в качестве ограничений также выступают лимит финансирования и максимальный период реализации программы.

Во всех перечисленных случаях вместо ограничения на совокупный объем затрат может использоваться показатель использования финансирования (отношение затрат к установленному лимиту), значение которого должно быть меньше либо равно единице.

С учетом вероятностного характера ряда параметров программы развития (продолжительности проектов, временных лагов, величин денежных потоков) при формировании перечисленных показателей могут использоваться статистические метрики (например, средние значения или процентиля), рассчитанные на основе результатов многократного прогона имитационной модели.

### Заключение

Задача оценки и выбора варианта инвестирования в развитие системы управления эффективностью возникает в том случае, когда имеется несколько альтернативных программ развития (например, предложенных разными консультантами или разработчиками программного обеспечения), из которых лишь одна должна быть выбрана для реализации. Эта задача может быть решена с использованием дискретно-событийного имитационного моделирования, на основе временных стохастических сетей Петри.

В предлагаемой модели позиции сети Петри характеризуют начало и завершение проектов,

показатели уровня зрелости системы и денежные потоки, связанные с реализацией программы развития. Переходы сети характеризуют реализацию проектов, отношения предшествования между проектами, а также их влияние на уровень развития системы и финансовые потоки. Для учета фактора времени применяются продолжительности удерживания, которые являются атрибутами исходящих дуг и характеризуют временные лаги, связанные с реализацией проектов и их последствиями. Все временные задержки могут быть как детерминированными, так и случайными.

Модель позволяет многократно воспроизводить поведение объекта моделирования и на основе полученной статистики оценивать необходимые аналитические характеристики, такие как время реализации программы развития, динамика уровня зрелости системы, а также соответствующие финансовые показатели. Все это позволяет сравнивать альтернативные программы развития и осуществлять выбор одной из них на основе определенных критериев.

### Список литературы

1. *Акопов А.С.* Имитационное моделирование. М.: Юрайт, 2014. 390 с.
2. *Аньшин В.М.* Инвестиционный анализ. М.: Дело, 2004. 280 с.
3. *Исаев Д.В.* Моделирование и оценка программ развития систем управления эффективностью // Экономический анализ: теория и практика. 2015. № 3. С. 18–28.
4. *Ковалев В.В.* Финансовый менеджмент: теория и практика. М.: Проспект, 2015. 1104 с.
5. *Мазур И.И., Шатири В.Д., Ольдерогге Н.Г., Полковников А.В.* Управление проектами. М.: Омега-Л, 2010. 960 с.
6. *Сидоренко В.Н., Красносельский А.В.* Имитационное моделирование в науке и бизнесе: подходы, инструменты, применение // Бизнес-информатика. 2009. № 2. С. 52–57.
7. *Aho M.* What is your PMI? A model for assessing the maturity of performance management in organizations // Proceedings of 'Performance Management: From Strategy to Delivery' (PMA 2012) conference. University of Cambridge, UK. July 11–13, 2012. P. 1–22.
8. *Bacelli F.L., Cohen G., Olsder G.J., Quadrat J.-P.* Synchronization and linearity: An algebra for discrete event systems. New York: John Wiley and Sons, 1992. 485 p.

9. Bierman H. (Jr.), Smidt S. The capital budgeting decision: Economic analysis of investment projects. New York: Routledge, 2007. 402 p.

10. Bowden F.D.J. A brief survey and synthesis of the roles of time in Petri nets // Mathematical and Computer Modelling. 2000. Vol. 31. Iss. 10–12. P. 55–68.

11. Cokins G. Performance management: Finding the missing pieces (to close the intelligence gap). John Wiley & Sons, 2004. 304 p.

12. Coveney M., Ganster D., Hartlen B., King D. The strategy gap: Leveraging technology to execute winning strategies. John Wiley & Sons, 2003. 240 p.

13. Forrester J.W. Industrial dynamics. Cambridge, MA: MIT Press, 1961. 464 p.

14. Haas P.J. Stochastic Petri nets: Modelling, stability, simulation. New York: Springer, 2002. 529 p.

15. Isaev D. Performance management information support system: A conceptual model // European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences. 2012. Iss. 52. P. 6–20.

16. Murata T. Temporal uncertainty and fuzzy-timing high-level Petri nets // Lecture Notes in Computer Science. 1996. Vol. 1091. P. 11–28.

17. North M.J., Macal C.M. Managing business complexity: Discovering strategic solutions with agent-based modeling and simulation. New York: Oxford University Press, 2007. 328 p.

18. Petri C.A. Kommunikation mit automaten. Bonn: Universität Bonn, Institut für Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM № 2, 1962. 128 p.

19. Ramchandani C. Analysis of asynchronous concurrent systems by Petri nets / Technical report. Cambridge, MA: Massachusetts Institute of Technology, 1974. 219 p.

20. Sifakis J. Use of Petri nets for performance evaluation // Measuring, modelling and evaluating computer systems, Edited by H.Beilner, E.Gelenbe. Amsterdam: North Holland, 1977. P. 75–93.

21. Wainer G.A. Discrete-event modeling and simulation: A practitioner's approach. Boca Raton, FL: CRC Press, 2009. 520 p.

Financial Analytics: Science and Experience  
ISSN 2311-8768 (Online)  
ISSN 2073-4484 (Print)

Mathematical Analysis and Modeling in Economics

## ANALYZING INVESTMENT IN DEVELOPING A PERFORMANCE MANAGEMENT SYSTEM USING PETRI NETS

Dmitrii V. ISAEV

### Abstract

**Importance** The article discusses the issues of analyzing investment in developing performance management systems that support strategic management processes in terms of information. As for the specifics of such systems, they fail to evaluate the results of their development financially, thus making conventional investment analysis methods inapplicable. In this respect, it is reasonable to apply an approach that would compare investment and respective results that are not expressed in monetary terms. Considering the significant effect of random and casual factors, I suggest using simulation modeling for the above purpose.

**Objectives** The research aims at devising a discrete event simulation model that would assess results after programs for developing performance management systems are implemented. The research pursues describing the main components of the model and outlining guidelines on evaluation and selection of development programs.

**Methods** The proposed model relies upon the methodology of temporary and stochastic Petri nets.

**Results** The simulation model allows analyzing the results of investment in developing performance management systems. The model implies describing projects, precedence relationships among them and the effect of the projects on maturity of the performance management system and financial indicators.

**Conclusions and Relevance** The proposed simulation model allows computing the generalized indicators that describe the productivity, resource intensity and temporary parameters of the program for developing the performance management system. When there are several programs, these indicators may be used to compare alternative programs and substantiate why one of them is chosen.

**Keywords:** management system, performance, development program, investment analysis, simulation modeling, discrete event modeling, Petri net

References

1. Akopov A.S. *Imitatsionnoe modelirovanie* [Simulation modeling]. Moscow, Yurait Publ., 2014, 390 p.
2. An'shin V.M. *Investitsionnyi analiz* [Investment analysis]. Moscow, Delo Publ., 2004, 280 p.
3. Isaev D.V. Modelirovanie i otsenka programm razvitiya sistem upravleniya effektivnost'yu [Modeling and evaluating programs for performance management systems development]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2015, no. 3, pp. 18–28.
4. Kovalev V.V. *Finansovyi menedzhment: teoriya i praktika* [Financial management: theory and practice]. Moscow, Prospekt Publ., 2015, 1104 p.
5. Mazur I.I., Shapiro V.D., Ol'derogge N.G., Polkovnikov A.V. *Upravlenie proektami* [Project management]. Moscow, Omega-L Publ., 2010, 960 p.
6. Sidorenko V.N., Krasnosel'skii A.V. *Imitatsionnoe modelirovanie v nauke i biznese: podkhody, instrumenty, primeneniye* [Simulation modeling in science and business: approaches, tools and application]. *Biznes-informatika = Business Informatics*, 2009, no. 2, pp. 52–57.
7. Aho M. What is your PMI? A Model for Assessing the Maturity of Performance Management in Organizations. Proceedings of Performance Management: From Strategy to Delivery, PMA 2012 Conference. University of Cambridge, UK, July 11–13, 2012, pp. 1–22.
8. Baccelli F.L., Cohen G., Olsder G.J., Quadrat J.-P. *Synchronization and Linearity: An Algebra for Discrete Event Systems*. New York, John Wiley and Sons, 1992, 485 p.
9. Bierman H.Jr., Smidt S. *The Capital Budgeting Decision: Economic Analysis of Investment Projects*. New York, Routledge, 2007, 402 p.
10. Bowden F.D.J. A Brief Survey and Synthesis of the Roles of Time in Petri Nets. *Mathematical and Computer Modelling*, 2000, vol. 31, iss. 10-12, pp. 55–68.
11. Cokins G. *Performance Management: Finding the Missing Pieces (to Close the Intelligence Gap)*. John Wiley & Sons, 2004, 304 p.
12. Coveney M., Ganster D., Hartlen B., King D. *The Strategy Gap: Leveraging Technology to Execute Winning Strategies*. John Wiley & Sons, 2003, 240 p.
13. Forrester J.W. *Industrial Dynamics*. Cambridge, MA, MIT Press, 1961, 464 p.
14. Haas P.J. *Stochastic Petri Nets: Modelling, Stability, Simulation*. New York, Springer, 2002, 529 p.
15. Isaev D. Performance Management Information Support System: A Conceptual Model. *European Journal of Economics, Finance and Administrative Sciences*, 2012, iss. 52, pp. 6–20.
16. Murata T. Temporal Uncertainty and Fuzzy-timing High-level Petri Nets. *Lecture Notes in Computer Science*, 1996, vol. 1091, pp. 11–28.
17. North M.J., Macal C.M. *Managing Business Complexity: Discovering Strategic Solutions with Agent-based Modeling and Simulation*. New York, Oxford University Press, 2007, 328 p.
18. Petri C.A. *Kommunikation mit automaten*. Bonn, Universität Bonn, Institut für Instrumentelle Mathematik, Schriften des IIM Nr. 2, 1962, 128 p.
19. Ramchandani C. *Analysis of Asynchronous Concurrent Systems by Petri Nets*. Technical report. Cambridge, MA, Massachusetts Institute of Technology, 1974, 219 p.
20. Sifakis J. *Use of Petri Nets for Performance Evaluation. Measuring, Modelling and Evaluating Computer Systems*. Edited by H. Beilner, E. Gelenbe. Amsterdam, North Holland, 1977, pp. 75–93.
21. Wainer G.A. *Discrete-event Modeling and Simulation: A Practitioner's Approach*. Boca Raton, FL, CRC Press, 2009, 520 p.

**Dmitrii V. ISAEV**

National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russian Federation  
disaev@hse.ru