

## ПОЛИМОДЕЛЬНОСТЬ СТРУКТУР РЯДОВ, ОКРЕСТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОМЕХ, ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ДЛЯ ОЦЕНКИ МЕЗОДИНАМИКИ\*

Валерий Константинович СЕМЕНЫЧЕВ<sup>a</sup>,

Галина Анатольевна ХМЕЛЕВА<sup>b</sup>,

Анастасия Александровна КОРОБЕЦКАЯ<sup>c\*</sup>

<sup>a</sup> доктор экономических наук, доктор технических наук, профессор кафедры математических методов в экономике, Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева, Самара, Российская Федерация  
505tot@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-3705-1509>  
SPIN-код: 3569-5320

<sup>b</sup> доктор экономических наук, заведующая кафедрой мировой экономики, Самарский государственный экономический университет (СГЭУ), Самара, Российская Федерация  
galina.a.khmeleva@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-4953-9560>  
SPIN-код: 2042-4324

<sup>c</sup> кандидат экономических наук, разработчик департамента бизнес-решений, Системный интегратор «Вебзавод», Самара, Российская Федерация  
kaa.sseu@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-5500-7360>  
SPIN-код: 4342-6363

\* Ответственный автор

### История статьи:

Рег. № 477/2021  
Получена 26.08.2021  
Получена в доработанном виде 07.09.2021  
Одобрена 19.09.2021  
Доступна онлайн 29.10.2021

УДК 332.05; 330.43  
JEL: C22, C53, C63, E32, R58

### Аннотация

**Предмет.** Результаты анализа мезодинамики показателей 12 основных отраслей динамики на данных ежемесячной статистики по 82 российским регионам с января 2005 г. по декабрь 2020 г.

**Цели.** Решение задачи сбалансированного и устойчивого пространственного развития регионов и России, что требует использования адекватного инструментария моделирования и прогнозирования нелинейной мезодинамики.

**Методология.** Исследование выполнено в методологии эконофизики.

**Результаты.** Рассмотрены аддитивно-мультипликативные взаимодействия регулярных компонент временных рядов данных между собой и с помехой, расширяя этим область применения инструментария по количеству рассматриваемых отраслей экономики и моделей их динамики. Известными и новыми моделями трендов проанализирована возможность структурных сдвигов, выборки при необходимости увеличены бутстрепом, логистическим трендам придана возможность адаптации. Введена топологическая мера близости к окрестности динамических помех с «тяжелыми хвостами» распределения, оцениваемая медианами оценок трендов и циклов для структур

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 20-010-00549.

регулярных компонент. Традиционная декомпозиция временных рядов (на тренды, циклы, сезонность и помеху) дополнена авторским комплексом вейвлет-преобразований, формирующим модели циклов с помощью авторегрессий. Получены репрезентативные устойчивые и синхронизированные во времени аналитические оценки регулярных компонент динамики отраслей мезо- и макропоказателей экономики России, превышающие известные результаты по точности моделирования и прогнозирования.

**Ключевые слова:**

мезодинамика,  
эконофизика,  
окрестность помехи с  
«тяжелыми хвостами»  
распределения, вейвлет-  
преобразование

**Выводы.** Методология и предложенный инструментарий позволяют в условиях экономической практики более адекватно анализировать нелинейную динамику развития регионов в среднесрочной перспективе, перейти к выявлению точек роста, формированию атласа отраслевых циклов экономики России, анализу стадий бифуркаций и сценарного прогнозного планирования.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2021

---

**Для цитирования:** Семенычев В.К., Хмелева Г.А., Коробецкая А.А. Полимодельность структур рядов, окрестность распределения помех, вейвлет-преобразования для оценки мезодинамики // *Экономический анализ: теория и практика*. – 2021. – Т. 20, № 10. – С. 1951 – 1972.  
<https://doi.org/10.24891/ea.20.10.1951>

---

## Введение

Публикация по сути является развитием статьи [1]. Предложенная в ней методика была доработана и модифицирована с упором на улучшение качества не только анализа, но и прогнозирования, а затем апробирована на обновленных статистических данных. В частности, расширен набор применяемых структур рядов и моделей трендов, «наиболее точные» МНК-оценки заменены на выбор медианы из множества оценок, строящихся на авторском критерии минимизации, для повышения стабильности оценок использован бутстреп, предложено моделирование циклических колебаний с помощью вейвлет-преобразований и ARMA-моделей, а также расширен спектр применяемых алгоритмов оценивания и уточнены параметры их настройки. Разработанный инструментарий реализован в виде программного кода в свободно распространяемой среде R.

## Статистическая база

Статистическую базу исследования составили оперативные данные, представленные в ЕМИСС<sup>1</sup> в региональном разрезе для отраслей экономики по ОКВЭД, а также по базовому индексу потребительских цен. Выбраны 12 отраслей, имеющих важность для региональной экономики и достаточно широко представленных в различных регионах. Это добыча полезных ископаемых (Extraction); добыча нефти и природного газа (CrudeOilGas); добыча металлических руд (Metalls); обрабатывающие производства (Manufacturing); производство пищевых продуктов (Food); производство нефтепродуктов (Petroleum); производство химических веществ и химических продуктов (Chemistry);

---

<sup>1</sup> Единая межведомственная информационная статистическая система. URL: <https://www.fedstat.ru/>

производство лекарственных средств и материалов, применяемых в медицинских целях (Pharmacy); производство резиновых и пластмассовых изделий (PlasticRubber); производство металлургическое (Metallurgy); производство компьютеров, электронных и оптических изделий (Electronics); производство автотранспортных средств, прицепов и полуприцепов (Cars).

В скобках для каждого показателя дано обозначение на английском языке, которое используется в программном обеспечении и для краткости – в таблицах и графиках. Базовый индекс потребительских цен обозначен как Prices. Рассмотрены 82 региона (за исключением Севастополя, Республики Крым, Чеченской Республики из-за нехватки исходных данных), а также проведено сравнение с динамикой отраслей по России в целом. Данные представлены в физическом объеме (динамика в процентах). В общей сложности, выполнено моделирование 686 рядов динамики за период с января 2005 г. по декабрь 2020 г.

### Декомпозиция компонент временных рядов

Осуществлена декомпозиция рядов динамики показателей регионов на более простые компоненты: тренд, цикл, сезонность и помеха. Их реконструкция (так в нелинейной динамике называют идентификацию) наиболее проста для аддитивных структур (независимых друг от друга), но больший интерес вызывают смешанные (аддитивно-мультипликативные) структуры, отражающие взаимодействия трендов и циклов траектории. Представляется обоснованным рассмотрение взаимодействий трендов с циклами и сезонностью со следующими структурами взаимодействий регулярных компонент ( $\hat{Y}_t$  – модель ряда,  $\hat{T}_t$  – модель тренда,  $\hat{C}_t$  – модель циклических колебаний,  $\hat{S}_t$  – модель сезонных колебаний):

$$\hat{Y}_t = \hat{T}_t + \hat{C}_t + \hat{S}_t; \quad (1)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{T}_t (1 + \hat{C}_t) + \hat{S}_t; \quad (2)$$

$$\hat{Y}_t = (\hat{T}_t + \hat{C}_t) (1 + \hat{S}_t); \quad (3)$$

$$\hat{Y}_t = \hat{T}_t (1 + \hat{C}_t) (1 + \hat{S}_t). \quad (4)$$

Видим, что рассматриваемыми структурами взаимодействий существенно расширена область анализируемой нелинейности мезодинамики по сравнению с аддитивной. Декомпозиция определяется целями исследований, поэтому возможны и другие варианты структур. Например, некоторые компоненты могут быть разделены на парциальные части, по-разному взаимодействующие аддитивно и мультипликативно с другими компонентами. Может рассматриваться и произведение

цикла и сезонности как показателя экспоненты в структуре ряда [2]. Есть и другие примеры декомпозиции, например, в одном из них помеха разделена на две некоррелированные части, по-разному взаимодействующие с другими компонентами и др.

### **Измерительная и динамическая помехи**

«Измерительная помеха» в наблюдениях формируется погрешностями измерения первичных данных, передачей, представлением, вычислительной погрешностью методов обработки данных для анализа (моделирования и прогнозирования) объекта. Независимость и значительное количество источников ее формирования позволяют считать нормальным закон ее распределения. Она присутствует всегда, ее воздействие на анализ невелико, вариативность мала, но тем не менее ее минимизируют. «Динамическая помеха» образует смесь с измерительной, формируется за счет неадекватности моделирования объекта компонентами траекторий при вариации внешних воздействий, эволюции объекта анализа за счет его внутренних свойств.

Одной из главных проблем наших исследований является то, что динамическая помеха относится к группе распределений с «тяжелыми хвостами». Их число велико (Парето и его обобщение – Леви, Коши, логнормальное, Вейбулла, Фреше, равномерное, гамма-распределение,  $F$ -распределение, Бектандера 1 и 2 рода, лог-гамма распределение, гиперболическое, обобщенное гиперболическое, обобщенное распределение Лапласа, Гумбеля, Берра и др. Они, кроме равномерного, имеют сложные аналитические выражения, их моментные характеристики могут не существовать или равняться бесконечности [3]. Возможны и лишь неэффективные (с большой дисперсией) оценки параметров моделей распределений, особенно на малых выборках.

В динамической помехе могут присутствовать аномально малые и большие значения, которые на порядки могут отличаться от закона нормального распределения, с которым ее обычно сравнивают. Более того, затруднена даже оценка степени тяжести хвостов распределения, известны предложения и других мер сравнения, которые являются функцией отношений величины хвостов сравниваемого и базисного (эталонного) распределений, выраженной в децибелах<sup>2</sup>. Эта мера существенно зависит от видов сравниваемых распределений, уровня сравниваемых вероятностей и точности вычислений. В качестве эталонных распределений для однопараметрических распределений, определенных на положительной полуоси применяют распределение Парето. Для двухпараметрических распределений, определенных на положительной полуоси используют логнормальное распределение. Для двухпараметрических

<sup>2</sup> Дубницкий В.Ю., Ходырев А.И. Определение относительной оценки тяжести хвоста распределения – уровня хвоста // Системы обробки інформації. 2015. Вип. 7. С. 83–92.

распределений определенных на всей числовой оси, эталонным является нормальное распределение.

Законы распределения помехи с «тяжелыми хвостами» для разных отраслей экономики могут быть различны и нестационарны: как от воздействий аномально больших, так и от нескольких (даже одного) аномально малых воздействий мезо-, микро- и макроуровней экономики. Ускорение эволюционного характера экономики всех уровней требует и большей, чем сегодня, оперативности принятия управленческих решений, например, в течение года. Итак, реконструкция закона распределения помехи с «тяжелыми хвостами» с достаточной точностью, опираясь на классическую статистику, невозможна.

Удивляющая своим противоречием ситуация присутствует во многих публикациях по анализу мезодинамики. Признавая ее нелинейный характер, исследователи тем не менее продолжают характеризовать помеху, по сути, нормальным распределением, используя моментные характеристики и корреляции, отражающие линейный вид зависимости, применяя при реконструкции метод наименьших квадратов (МНК). Нормальное распределение не включено в канонические условия Гаусса – Маркова для оптимальности МНК-оценок и считается спорным. Можно объяснить это противоречие желанием использовать известный инструментарий эконометрики, например, применение процедур проверки статистических гипотез и построение доверительных интервалов.

Предложим другое решение для придания анализу прогнозного характера: применение робастной статистики, а не классической. Реальные законы распределения динамической помехи формируют некую окрестность «тяжелых хвостов» распределения. Это обстоятельство породило идею предложить робастную статистику показателя принадлежности к этой окрестности<sup>3</sup> [4].

Так, В.П. Шуленин<sup>4</sup> показал, что оценки типа максимального правдоподобия ( $M$ -оценки),  $L$ -оценки в виде линейной комбинации порядковых статистик,  $R$ -оценки, основанные на использовании ранговых критериев, сложны или не могут быть реализованы. Возможно, тем не менее, обращение к более простым и достаточно эффективным робастным методам: к методу наименьших модулей (МНМ), к моде помехи, к медиане и квантилям (для характеристики аналогов «доверительных» границ распределения). В свою очередь А.В. Китаева<sup>5</sup> доказала, что традиционный медианный подход превышает по точности обобщенный МНК

<sup>3</sup> *Kitaeva A.V., Koshkin G.M., Piven I.G.* Nonparametric algorithms of identification of nonlinear multivariate autoregression processes. The 6th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology (KORUS-2002). Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 2002, vol. 3; *Шуленин В.П.* Робастные методы математической статистики. Томск: НТЛ, 2016. 260 с.

<sup>4</sup> *Шуленин В.П.* Робастные методы математической статистики. Томск: НТЛ, 2016. 260 с.

<sup>5</sup> *Kitaeva A.V., Koshkin G.M., Piven I.G.* Nonparametric algorithms of identification of nonlinear multivariate autoregression processes. The 6th Russian-Korean International Symposium on Science and Technology (KORUS-2002). Novosibirsk, Novosibirsk State Technical University, 2002, vol. 3.

при использовании полиномиальной аппроксимации и применения моделей авторегрессии первого и второго порядка, что и учтено в авторских реконструкциях отраслевых циклов.

Относительно новым направлением развития робастных оценок является мода. Методология ее применения и сравнения с медианой и МНК представлены в работе А.С. Пузанова<sup>6</sup>. Там же приведено сравнение известных публикаций по моде и медиане [5–7]. Медиана более требовательна к симметричности распределения помехи, а мода интерпретируема и в случае смещенной плотности распределения помехи. Привлекательны и выводы по ее применению: оценки переменных стремятся к истинным оценкам на относительно малых объемах выборки; оценки переменных незначительно смещены для малых выборок; стандартные ошибки оценок заметно ниже, чем стандартные ошибки МНК и медианы на небольших выборках. К сожалению, проведенная апробация моды на рассматриваемом массиве данных показала значительную зависимость результатов от длины выборок и, видимо, от реальной динамики показателей отраслей объекта анализа. Можно сделать вывод, что медианный подход проще, дает устойчивые топологические (не метрические) оценки окрестности «близости» в пространстве помех с «тяжелыми хвостами» и, что тоже имеет значение, привычен исследователям. Перейдем к декомпозиции данных и анализу компонент траекторий.

### **Очистка исходных данных от сезонности**

Сезонность в данном исследовании является мало информативным компонентом. Для ее элиминирования использовали стандартную функцию STL из пакета {stats} [8]. Метод STL использует сплайновое LOESS-сглаживание для выделения тренда, сезонных колебаний и случайных остатков. Важным достоинством метода является возможность эволюции коэффициентов сезонных колебаний – их постепенного изменения от года к году. Есть у STL и существенный недостаток: его алгоритм предполагает аддитивную структуру сезонности и помехи. Впрочем, этот недостаток легко устраняется путем логарифмирования исходного ряда или при наличии отрицательных значений использованием преобразования Йео – Джонсона [9] или модифицированного преобразования Бокса – Кокса [10]. Авторы использовали логарифмирование по ряду причин:

- прост переход к аддитивной структуре и возврат к исходной размерности;
- отсутствует необходимость в оценке параметра преобразования;
- основное назначение указанных преобразований (приведение исходной выборки к нормальному закону распределения) некорректно в самой постановке для нестационарных временных рядов, где наблюдения не являются представителями единой генеральной совокупности и выборкой в обычном смысле.

<sup>6</sup> Пузанов А.С. Реализация и сравнение робастных эконометрических методов в пакете «Эр». М.: НИУ ВШЭ, 2013. 61 с.

В авторской методике осуществлялась реконструкция аддитивной и мультипликативной сезонности. Затем они сравниваются по двум критериям: во-первых, устранением автокорреляции 12 порядка в очищенных от сезонности данных, во-вторых, применением теста Бройша – Пагана [11], который определяет наличие гетероскедастичности остатков. В итоге в модель включается сезонность со структурой, которая обеспечивает лучший результат по взвешенной сумме этих двух критериев.

### Предложенный комплекс моделей трендов

В работе [12] показано, что трендами нелинейной динамики могут быть решения соответствующих дифференциальных уравнений и начальных условий: полиномы, экспоненты, степенные функции, гармоники, логистические (импульсные и кумулятивные) функции и их алгебраические взаимодействия. Оправдано использовать модели трендов в обобщенных формах: вводя в них постоянное слагаемое для контроля несмещенности оценок при реконструкции. Все тренды, входящие в авторский комплекс моделей, образуют три группы по типу формы динамики. Первая – модели роста, на самом деле могут показывать и спад. Это монотонные функции, не имеющие точки перегиба. Вторая – кумулятивные логистические модели (S-образные кривые) – монотонные, имеют одну точку перегиба, включают логистические кривые всех видов, симметричные и асимметричные относительно точки перегиба. Третья – импульсные логистические модели (колоколообразные кривые) – немонотонны, имеют рост и спад, точку максимума и две точки перегиба, могут быть симметричными и асимметричными относительно точки максимума.

Во всех формулах моделей трендов, приведенных далее, используется единая система обозначений:  $C_0$  – параллельный перенос вдоль оси ординат, нижний асимптотический уровень (если присутствует);  $A_0$  – амплитуда, растяжение вдоль оси ординат, высота логисты;  $t_0$  – параллельный перенос вдоль оси абсцисс (времени), положение точки перегиба/точки максимума (у асимметричных кривых может быть смещено);  $\alpha$  – наклон, крутизна кривой (аналог среднеквадратического отклонения у нормального закона распределения);  $\sigma$  – коэффициент асимметрии модели.

К моделям роста относятся:

- линейная (*lin*):

$$T_t = C_0 + A_0 t; \quad (5)$$

- обобщенная степенная (*pow*):

$$T_T = C_0 + A_0 t^\alpha; \quad (6)$$

- обобщенная экспоненциальная (*exp*):

$$T_t = C_0 + A_0 e^{\alpha t}. \quad (7)$$

Линейная модель (5) рассматривается нами как базовый тренд, с которым удобно сравнивать другие – если какая-то из моделей обеспечивает точность даже более низкую, чем линейный тренд, то, скорее всего, численный алгоритм ее реконструкции «не сошелся», ее следует отбросить, как неадекватную. Динамика степенного тренда (6) медленнее, чем у экспоненциального (7). При наличии константы  $C_0$  их нельзя линеаризовать логарифмированием, но можно использовать этот прием для оценки начального приближения. Применены четыре кумулятивных логистических тренда:

- сигмоида Ферхюльста (*sig*) симметричная:

$$T_t = C_0 + \frac{A_0}{1 + e^{-(t-t_0)/\alpha}}; \quad (8)$$

- функция актангенса (*atg*) симметричная:

$$T_t = C_0 + \frac{A_0}{\pi} \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{atan}\left(\frac{t-t_0}{\alpha}\right) \right); \quad (9)$$

- логиста Гомпертца (*gmp*) с фиксированной левой асимметрией:

$$T_t = C_0 + A_0 e^{\exp(-(t-t_0)/\alpha)}; \quad (10)$$

- логиста Ричардса (*rch*) с произвольной асимметрией:

$$T_t = C_0 + A_0 \left( 1 + e^{(t-t_0)/\alpha} \right)^{-\sigma}, \quad \sigma > 0. \quad (11)$$

Симметричные колоколообразные модели представлены двумя функциями:

- обобщенной формулой плотности нормального закона распределения Гаусса (*gau*):

$$T_t = C_0 + A_0 e^{-\left(\frac{t-t_0}{\alpha}\right)^2}; \quad (12)$$

- дробно-рациональной моделью (*rat*):

$$T_t = C_0 + \frac{A_0}{1 + \left(\frac{t-t_0}{\alpha}\right)^2}. \quad (13)$$



У дробно-рациональной модели (13) заметно более «тяжелые хвосты», чем у (12), колокол шире и медленнее приближается к асимптоте  $C_0$ . Асимметрию в модель (12) можно добавить [13], умножив ее на логисту, например, Ферхюльста (8) (*gau.m.sig*):

$$T_t = C_0 + A_0 e^{\left(\frac{t-t_0}{\alpha}\right)^2} \cdot \frac{1}{1 + e^{-(t-t_0)/\sigma}}. \quad (14)$$

Степень асимметрии зависит от наклона настраиваемой логисты. При этом точка максимума смещается в сторону асимметрии и больше не совпадает с  $t_0$ .

Другой способ введения асимметрии – заменить параметр  $\alpha$  на функцию-асимметризатор, например, ту же логисту Ферхюльста (*gau.sig*) [13]:

$$T_t = C_0 + A_0 e^{\left(\frac{t-t_0}{\alpha(t)}\right)^2}, \quad \alpha(t) = \frac{1}{1 + e^{-(t-t_0)/\sigma}}. \quad (15)$$

Таким образом, сформирован комплекс из 11 трендов (5)–(15), которые можно применить для реконструкции общего направления динамики траектории. Однако необходимо учитывать, что экономические системы подвержены эволюционным процессам и для них характерно изменение направления и темпов динамики со временем. Некоторые значимые факторы могут вызвать и быстрые, почти мгновенные, преобразования (например, открытие или закрытие крупного производства в отрасли, изменение инфраструктуры и т.п.). Возникают структурные сдвиги, выражающиеся в смене оценок параметров моделей. На длительном периоде развития возникновение таких изменений почти неизбежно. В свободной программной среде *R*, широко используемой в исследованиях, для определения положения структурных сдвигов применена функция *breakpoints* из пакета *{strucchange}* [14, 15]. Она позволяет найти одну или несколько точек структурных сдвигов для заданной модели. Количество точек может быть разным, однако на рассматриваемой длине выборки (15 лет по 12 месяцев – 180 точек) и с учетом ограничения на длину каждого отрезка реализации текущего сглаживания минимум в 48 наблюдений (иначе невозможно корректно оценивать тренды), их может быть не более 4. На практике обычно для моделей роста обнаруживались 2–3 структурных сдвига, а для логистических моделей (в динамике которых уже заложена эволюция за счет точек перегиба и максимума) один структурный сдвиг или их может не быть вовсе. Таким образом, мы повысили разнообразие (и тем самым область приложения) предложенных оценок тренда с 11 до 25–40 значений в каждой точке.

Графическая иллюстрация предложенных моделей трендов, в том числе при различных наборах значений их параметров, а также атласы трендов, циклов и сезонности, характерных для регионов, представлены в препринте<sup>7</sup>.

Обращаясь к реконструкции трендов, мы не можем быть уверены в структуре взаимодействия каждого из них с помехой (аддитивного или мультипликативного). При аддитивной структуре оправданно рассматривать точности реконструкции:

$$\sum_{t=1}^n |Y_t^{dS} - \hat{T}_t| \rightarrow \min. \quad (16)$$

Однако при мультипликативной структуре, когда случайные остатки пропорциональны тренду, следует анализировать уже относительные ошибки:

$$\sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t^{dS} - \hat{T}_t}{Y_t^{dS}} \right| \rightarrow \min. \quad (17)$$

Целесообразно предусмотреть и абсолютные, и относительные ошибки реставрации тренда. Поэтому был предложен критерий точности, обобщающий критерии (16) и (17):

$$\frac{1}{\overline{Y^{dS}}} \sum_{t=1}^n |Y_t^{dS} - \hat{T}_t| + \sum_{t=1}^n \left| \frac{Y_t^{dS} - \hat{T}_t}{Y_t^{dS}} \right| \rightarrow \min. \quad (18)$$

В формуле (18) для обеспечения сопоставимости размерностей критерий (15) взят с весом, обратно пропорциональным среднему значению десеонализированного ряда  $\overline{Y^{dS}}$ . Таким образом, он выражается в долях относительно  $\overline{Y^{dS}}$ , но в левой сумме относительным является каждое слагаемое, а в правой – вся сумма в целом.

Для реализации идентификации оценок параметров моделей по критерию (18) в предложенной методике используются следующие алгоритмы: стохастический обобщенный алгоритм «имитации отжига» [16] для поиска области глобального минимума параметров моделей; алгоритм RPROP [17, 18], который используется для минимизации ошибок при обучении нейронных сетей и учитывает только знаки производных минимизируемой функции, а не их значения; алгоритм минимизации, реализованный в стандартной функции *nlm* [19], позволяющий получить более точные оценки применением RPROP.

<sup>7</sup> Семенычев В.К., Коробецкая А.А., Хмелева Г.А. Анализ пространственно-временной мезодинамики: окрестность «тяжелых хвостов распределения» помехи, медианный подход, пакет вейвлет-преобразований (Analysis of Time and Spatial Meso-Dynamics: Neighborhood of the Residuals Heavy-Tailed Distribution, Median Approach, Wavelet Transformation Package), 2021. 38 с.  
URL: [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=3894458](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3894458)

После идентификации нескольких моделей обычно выбирают одну, наиболее точную по критерию Акаике или Шварца. Однако самая точная на исходных данных модель не обязательно является наиболее адекватной и дает лучший прогноз. Вместо выбора одной «лучшей» модели предлагается использовать оценки уровней ряда динамики всех оцененных моделей, рассматривая их как выборочные значения оценки реальной динамики, а в качестве устойчивой модели динамики использовать медиану значений всех трендов. Для повышения качества результатов можно увеличить число трендов, из которых выбирается медиана, с помощью увеличения выборки «бутстрепом». Путем «перемешивания» случайных остатков получаем несколько оценок параметров для каждого тренда. В общей сложности, для каждой точки ряда мы получаем уже порядка 150 оценок, по которым можно находить не только медиану, но и квартили, проценти, строить доверительные интервалы, оптимистические и пессимистические («высокие» и «низкие») прогнозы.

### Реконструкция циклов вейвлет-преобразованием

Традиционно, для моделирования колебаний используют ряды Фурье – бесконечную сумму гармонических функций (синусов) с кратными частотами:

$$\hat{C}_t = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin(i\omega t + \varphi_i), \quad (19)$$

где  $A_i$  – амплитуда  $i$ -й гармоники;

$\omega$  – несущая частота;

$\varphi_i$  – фаза  $i$ -й гармоники.

На практике обычно ограничиваются 3–5 первыми членами разложения. Такая модель позволяет описывать колебания различной формы, являющиеся строго периодическими с сохранением формы во времени. Подход приемлем для сезонных колебаний с заданным годовым периодом (с некоторой натяжкой, так как и для сезонности характерны эволюционные процессы и изменение формы колебаний), но не для нестрого периодических и сложных по форме циклических колебаний.

Известно и использование суммы малого числа гармоник с некратными частотами [20]:

$$\hat{C}_t = \sum_{i=1}^m A_i \sin(\omega_i t + \varphi_i), \quad (20)$$

где  $\omega_i$  – частота  $i$ -й гармоники;

$m$  – число гармоник (обычно 2–5).

Сумма (20) позволяет моделировать колебания произвольной формы и с изменяющейся частотой – хотя период каждой гармонике в отдельности постоянен, но периоды, как и амплитуды, и фазы каждой из волн в сумме меняются. Эта модель использовалась нами в предыдущих исследованиях, хорошо зарекомендовала себя для решения задач сглаживания циклических колебаний и их последующего анализа.

Однако качество прогнозирования не устраивало. Поэтому решили рассмотреть дискретное вейвлет-преобразование. В отличие от преобразования Фурье вейвлеты идентифицируют не бесконечные гармонические колебания, а локальные волны, откуда и происходит их название (wave – волна, let – малый). Вейвлет-преобразование строится на основе вейвлет-функции, которая описывает локальный всплеск, быстро убывающий на бесконечности. Иными словами, при использовании традиционного спектрального анализа временных рядов можно зафиксировать различные циклы (повторяемости), которые наблюдаются во всем анализируемом временном ряде, и сделать неправильный вывод о том, что данные циклы присутствуют с самого начала возникновения временного ряда. Вейвлет-анализ, напротив, позволяет эмпирически проверить, действительно ли данные циклы присутствуют с начала возникновения временного ряда, в какой момент времени они возникают и заканчиваются.

До настоящего времени применение вейвлет-анализа еще не стало привычным, широко распространенным инструментарием экономики, в отличие от медицины, биологии, метеорологии, обработки изображений, сейсмоакустики и др. Ищем оценку области применения этого инструментария для нестационарности траекторий во времени и неоднородности в новом пространстве мезодинамики их развития. Поэтому предложен целый комплекс вейвлетов с различными характеристиками, не сводимыми к известным решениям прямого и обратного вейвлет-преобразования и сглаживания.

Известно большое количество функций вейвлета, например, широко применяются семейства вейвлетов Хаара, Добеши, симлеты и их модификации [21]. Каждое семейство включает несколько вейвлет-функций с различным количеством точек дискретизации (как правило, от 4 до 20–30). Результат вейвлет-преобразования задается в виде пар коэффициентов для каждого отсчета времени  $t$ : коэффициенты масштаба, определяющие «широту» сигнала (частотная характеристика), и вейвлет-коэффициенты. С практической точки зрения данные коэффициенты представляют собой разложение сигнала по частотам: от наиболее высокочастотного случайного шума до наиболее «медленных» волн с периодом, превосходящим длину выборки. Число уровней разложения (его глубина) может варьироваться.

Отбросив высокочастотные компоненты разложения и выполнив обратное вейвлет-преобразование, можно получить сглаженные циклы. Для выполнения вейвлет-преобразования использовали функции из пакета {wavelets} для R [21]. Он

позволяет выполнять преобразование как четырьмя встроенными семействами вейвлетов (Хаара, Добеши, наименее асимметричные, наилучшие локализованные), так и любыми другими, заданными в виде значений соответствующих дискретных точек.

Авторами был сформирован пакет из 42 известных вейвлет-функций. Кроме того, можно варьировать глубину разложения, что еще больше увеличивает разнообразие возможных разложений.

Само по себе вейвлет-преобразование позволяет разложить ряд на компоненты, но не дает инструментария для прогнозирования данного ряда. Как правило, для этой цели применяются ARIMA-модели. Для построения ARIMA-моделей существует функция `auto.arima` из пакета `{forecast}` [22], которая автоматически подбирает наилучшие порядки и значения коэффициентов модели, исходя из информационного критерия Акаике (AIC). Однако для моделирования циклических колебаний достаточно использовать ARMA-модели, поскольку данные уже очищены от тренда и взятие разностей для его удаления не требуется. В работе [23] с помощью Z-преобразования было показано, что модели гармонических колебаний с частотой  $\omega$  соответствует ARMA-модель порядка (2, 2):

$$\hat{Y}_t = \lambda \hat{Y}_{t-1} - \hat{Y}_{t-2} + \varepsilon_t - \lambda \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}, \lambda = 2 \cos \omega. \quad (21)$$

Более того, модель в виде суммы двух синусов соответствует ARMA-модели порядка (4, 4), трех синусов – порядка (6, 6) и т.д. Учитывая отмеченное ранее о моделях (19) и (20), можно существенно упростить задачу выбора ARMA-модели, ограничившись перебором четных порядков, причем равных для частей AR и MA. Такое априорное знание о виде ARMA-модели позволяет не только сократить объем вычислений, но и избежать ошибок спецификации. Как показали вычислительные эксперименты, `auto.arima` имеет тенденцию к выбору небольших порядков модели (не более 5), причем с порядком MA меньшим, чем у AR.

Стратегию выбора наилучшего вейвлет-разложения и его ARMA-модели можно осуществить двумя подходами: первый (медианный) в каждой точке времени выбирает медианное значение из всех оценок моделей по всем вейвлет-фильтрам; второй подход выбирает наиболее точный вейвлет по одному или совокупности критериев – для каждого разложения вычисляются оценки точности (AIC, BIC, AICс, оценка максимального правдоподобия со знаком «минус»). Модели ранжируются по сумме критериев и выбирается первая по рангу модель. Использовали оба подхода, и как показала апробация на реальных данных, они дают практически неотличимые результаты. Второй подход более затратный по объему вычислений и зависит от выбора критериев, поэтому медианный подход выглядит предпочтительным.

Для демонстрации проведенных нами сравнений указанных подходов рассмотрим три методики моделирования и прогнозирования циклических колебаний:

- 1) моделирование в виде суммы 1–5 синусов с некрратными частотами (модель Е. Слуцкого) и прогнозирование путем экстраполяции этих функций, используется ранее реализованный авторами пакет для  $R$ ;
- 2) использование вейвлет-преобразования с выбором наилучшего вейвлета по критерию Акаике и прогнозирования с помощью ARIMA-моделей с использованием готовой функции `fittestWavelet` из пакета `{TSPred}`;
- 3) использование вейвлет-преобразования с выбором медианного вейвлета, отбрасыванием высоких частот, и прогнозирования с помощью ARMA-моделей четных порядков на основе нового авторского пакета на языке  $R$ .

Исходная выборка традиционно разбивалась на две части: рабочую, по которой строится модель, и контрольную, на которую строится прогноз. Исследовали среднесрочные прогнозы глубиной 1–4 квартала (3, 6, 9, 12 месяцев), построенные на 2018, 2019 и 2020 гг. Для сравнения трех выбранных подходов необходимо выбрать метрики качества (точности моделирования и прогнозирования). Широко применяют сумму квадратичных ошибок и их нормированный вариант – коэффициент детерминации  $R^2$ . Однако, учитывая, что  $R^2$  адекватна при нормальном законе распределения помехи, для данных с законом ее распределения с «тяжелыми хвостами» эта мера оказывается на порядок завышенной. Это же касается коэффициентов Тейла, применяющихся для оценивания ошибок прогноза, и критериев Акаике, Шварца. Другая популярная оценка – MAPE – представляет собой среднюю относительную ошибку, взятую по модулю. Она также не адекватна задаче, поскольку циклы совершают колебания вокруг 0, поэтому в знаменателе относительной ошибки оказываются значения близкие к 0 и сама ошибка стремится к бесконечности. Поэтому авторы остановились на простой MAE-оценке:

$$MAE = \sum_{t=n+1}^{n+l} |Y_t - \hat{Y}_t|. \quad (22)$$

Она высчитывалась как для рабочей, так и для контрольной выборки. Если ошибки сопоставимы, то это свидетельствует о хорошем качестве прогноза (ошибка обусловлена случайными факторами на том же уровне, что и на рабочей выборке). Недостатком MAE-оценки, ограничивающим ее применение, является то, что она выражается в исходных единицах измерения и не может применяться для сравнения показателей с различными единицами измерения. Однако в данном случае все исходные ряды уже являются безразмерными (выражаются в процентах роста), поэтому она оправдана.

В табл. 1 представлены медианные значения MAE-ошибок с группировкой по глубине прогноза и году в сравнении со значениями ошибки на исходных данных (для второй методики неизвестно, так как *fittestWavelet* возвращает только прогноз). Видим, что для третьей методики ошибки прогноза сопоставимы с ошибками на рабочей выборке. Третья методика существенно лучше первой на коротких прогнозах (3–6 месяцев), а на более длинных прогнозах ошибки прогнозирования становятся практически одинаковыми. Первая методика показывает худшие прогнозы при любой глубине.

Также мы попарно сравнили ошибки прогнозирования по первой и второй методикам с третьей. В подавляющем большинстве случаев (98,2%) прогнозы по третьей методике оказались более точными, чем по первой. По сравнению со второй методикой третья оказалась точнее в 64,5% случаев. Отметим также затраты машинного времени: если расчет моделей по всем 686 рядам для третьей методики занимает около получаса, то для второй методики – почти восемь часов.

Недостатком вейвлет-фильтра может явиться ошибочный анализ полезного сигнала и коррелированной помехи, при этом ее накопление приводит к трудности реконструкции полезного сигнала. Отсутствуют возможности анализа аддитивно-мультипликативных взаимодействий компонент и их синхронизации.

В качестве итогового примера покажем результаты на рис. 1. Представлены результаты моделирования и декомпозиции исходного ряда динамики (черные точки) на медианный тренд (черный пунктир на верхнем графике), медианные циклические колебания (черная линия на среднем графике) и сезонные колебания (нижний график) для одного из регионов России.

Получены и результаты по трендам, циклам, сезонности отраслей экономики для России в целом.

## **Выводы**

Определены репрезентативные устойчивые и синхронизированные во времени аналитические оценки регулярных компонент динамики отраслей мезо- и макропоказателей экономики России.

Превышены известные результаты по точности моделирования и прогнозирования. Методология и предложенный инструментарий позволяют в условиях экономической практики более адекватно анализировать нелинейную динамику развития регионов в среднесрочной перспективе, перейти к выявлению точек роста, формированию атласа отраслевых циклов экономики России, анализу стадий бифуркаций и сценарного прогнозного планирования.

**Таблица 1**  
**Медианные значения MAE-ошибок прогнозирования**

**Table 1**  
**Median values of MAE (Mean Absolute Errors) forecasting**

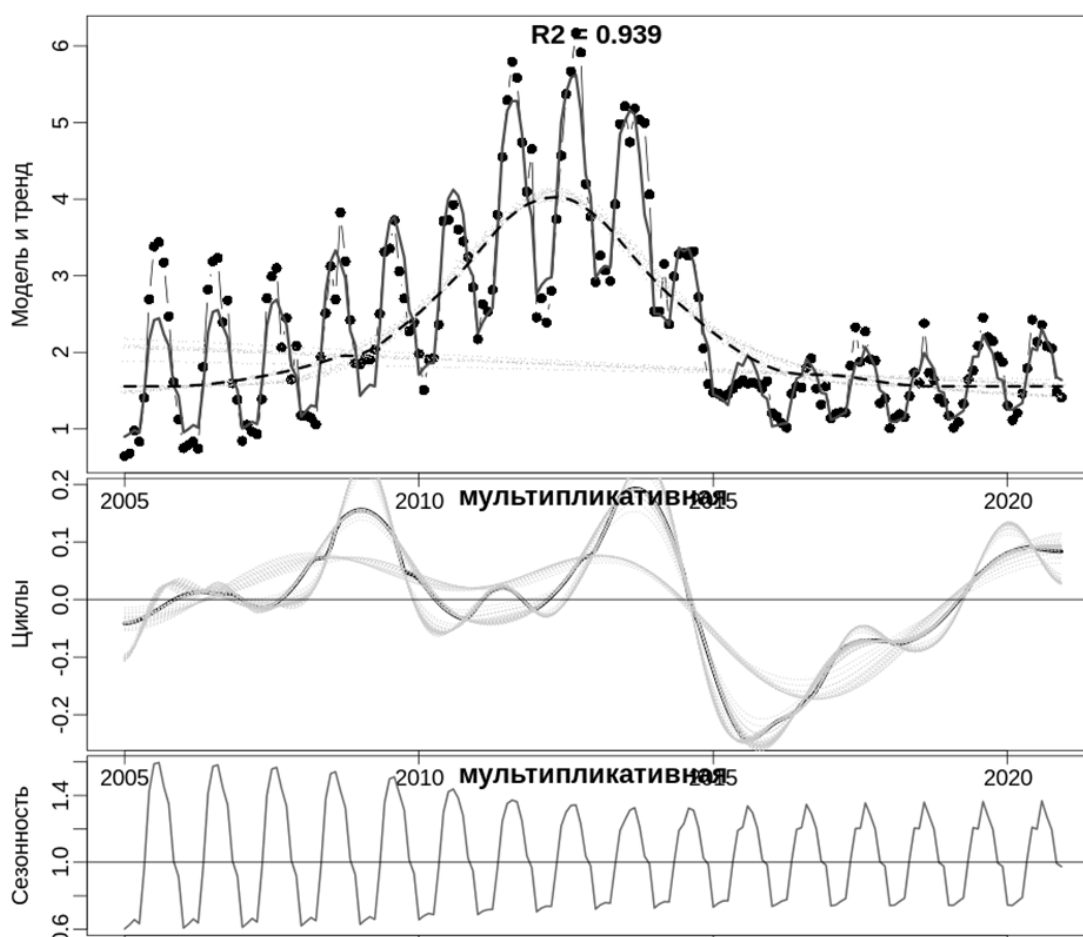
Глубина прогноза, мес.	Методика 1 (синусы)			Методика 2 (вейвлеты + ARIMA)			Методика 3 (вейвлеты + ARMA)		
	2018 г.	2019 г.	2020 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.	2018 г.	2019 г.	2020 г.
3	0,233	0,244	0,27	0,21	0,21	0,213	0,162	0,146	0,169
6	0,25	0,257	0,29	0,197	0,196	0,233	0,153	0,154	0,194
9	0,284	0,276	0,311	0,191	0,193	0,235	0,16	0,161	0,21
12	0,312	0,307	0,364	0,179	0,184	0,226	0,187	0,181	0,233
Рабочая выборка	0,169	0,174	0,172	–	–	–	0,154	0,159	0,159

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Рисунок 1**  
**Модели динамики добычи полезных ископаемых в Амурской области (2005–2020 гг.)**

**Figure 1**  
**Dynamics models of natural resources extraction in the Amur Region (2005–2020)**



Источник: авторская разработка

Source: Authoring



## Список литературы

1. Семенычев В.К., Хмелева Г.А., Коробецкая А.А. Предложения методологии и инструментария эконофизики для анализа мезодинамики отраслей регионов России // *Экономический анализ: теория и практика*. 2020. Т. 19. Вып. 7. С. 1192–1217. URL: <https://doi.org/10.24891/ea.19.7.1192>
2. Хмелева Г.А., Семенычев В.К., Коробецкая А.А. и др. Российские регионы в условиях санкций: возможности опережающего развития экономики на основе инноваций. Самара: Самарский государственный экономический университет, 2019. 446 с.
3. Калядин В.Л. Распределения с бесконечной дисперсией и ограниченность классической статистики // *Радиоэлектроника и информатика*. 2002. № 2. С. 4–11. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raspredeleniya-s-beskonechnoy-dispersiey-i-ogranichennost-klassicheskoy-statistiki>
4. Andrews D.F., Bickel P.J., Hampel F.R. et al. Robust Estimates of Location: Survey and Advances. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1972, 374 p.
5. Muller D.W., Sawitzki G. Excess Mass Estimates and Tests for Multimodality. *Journal of the American Statistical Association*, 1991, vol. 86, iss. 415, pp. 738–746. URL: <https://doi.org/10.2307/2290406>
6. Friedman J., Fisher N. Bump Hunting in High-Dimensional Data. *Statistics and Computing*, 1999, vol. 9, pp. 123–143. URL: <https://doi.org/10.1023/A:1008894516817>
7. Hall P., Minnotte M.C., Zhang C. Bump Hunting with Non-Gaussian Kernels. *Annals of Statistics*, 2004, vol. 32, pp. 2124–2141. URL: <https://doi.org/10.1214/009053604000000715>
8. Andrews D.F., Bickel P.J., Hampel F.R. et al. Robust Estimates of Location: Survey and Advances. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1972, 374 p.
9. Yeo I.K., Johnson R.A. A new family of power transformations to improve normality or symmetry. *Biometrika*, 2000, vol. 87, iss. 4, pp. 954–959. URL: <https://doi.org/10.1093/biomet/87.4.954>
10. Box G.E.P., Cox D.R. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 1964, vol. 26, iss. 2, pp. 211–252. URL: <https://www.jstor.org/stable/2984418>
11. Breusch T.S., Pagan A.R. A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation. *Econometrica*, 1979, vol. 47, iss. 5, pp. 1287–1294. URL: [https://doi.org/0012-9682\(197909\)47:5<1287:ASTFHA>2.0.CO;2-9](https://doi.org/0012-9682(197909)47:5<1287:ASTFHA>2.0.CO;2-9)
12. Безручко Б.П., Смирнов Д.А. Математическое моделирование и хаотические временные ряды. Саратов: Колледж, 2005. 320 с.
13. Semenychev V.K., Kurkin E.I., Semenychev E.V., Danilova A.A. Multimodel forecasting of non-renewable resources production. *Energy*, 2017, vol. 130, pp. 448–460. URL: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.04.098>

14. Bai J., Perron P. Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models. *Journal of Applied Econometrics*, 2003, vol. 18, iss. 1, pp. 1–22.  
URL: <https://doi.org/10.1002/jae.659>
15. Zeileis A., Kleiber C., Krämer W., Hornik K. Testing and Dating of Structural Changes in Practice. *Computational Statistics and Data Analysis*, 2003, vol. 44, pp. 109–123.  
URL: <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-15203>
16. Yang Xiang, Gubian S., Suomela B., Hoeng J. Generalized Simulated Annealing for Efficient Global Optimization: The GenSA Package. *The R Journal*, 2013, vol. 5, iss. 1. URL: <https://doi.org/10.32614/RJ-2013-002>
17. Igel C., Hüsken M. Empirical evaluation of the improved Rprop learning algorithms. *Neurocomputing*, 2003, vol. 50, pp. 105–123.  
URL: [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00700-7](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00700-7)
18. Riedmiller M. Advanced supervised learning in multilayer perceptrons – From backpropagation to adaptive learning algorithms. *Computer Standards and Interfaces*, 1994, vol. 16, iss. 3, pp. 265–278. URL: [https://doi.org/10.1016/0920-5489\(94\)90017-5](https://doi.org/10.1016/0920-5489(94)90017-5)
19. Schnabel R.B., Koonatz J.E., Weiss B.E. A modular system of algorithms for unconstrained minimization. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1985, vol. 11, iss. 4, pp. 419–440. URL: <https://doi.org/10.1145/6187.6192>
20. Слуцкий Е.Е. Сложение случайных причин как источник циклических процессов. Вопросы конъюнктуры. 1927. Т. III. Вып. 1. С. 34–64.
21. Percival D.B., Walden A.T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. URL: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841040>
22. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *Journal of Statistical Software*, 2008, vol. 27, iss. 3.  
URL: <https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03>
23. Семенычев В.К. Идентификация экономической динамики на основе моделей авторегрессии. Самара: Самарский научный центр РАН, 2004. 243 с.

### **Информация о конфликте интересов**

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

## POLYMODELING OF TIME SERIES STRUCTURES, NEIGHBORHOOD OF RESIDUALS DISTRIBUTION, WAVELET TRANSFORMATION FOR MESO-DYNAMICS ASSESSMENT

Valerii K. SEMENYCHEV <sup>a</sup>,

Galina A. KHMELEVA <sup>b</sup>,

Anastasiya A. KOROBETSKAYA <sup>c\*</sup>

<sup>a</sup> Samara National Research University (Samara University),  
Samara, Russian Federation  
505tot@mail.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-3705-1509>

<sup>b</sup> Samara State University of Economics (SSEU),  
Samara, Russian Federation  
galina.a.khmeleva@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-4953-9560>

<sup>c</sup> Webzavod System Integrator,  
Samara, Russian Federation  
kaa.sseu@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-5500-7360>

\* Corresponding author

### Article history:

Article No. 477/2021  
Received 26 August 2021  
Received in revised form  
7 September 2021  
Accepted 19 Sept 2021  
Available online  
29 October 2021

**JEL classification:** C22,  
C53, C63, E32, R58

**Keywords:** meso-dynamics, econophysics, neighborhood of residuals with heavy-tailed distribution, wavelet transformation

### Abstract

**Subject.** The article provides the results of meso-dynamics analysis of main twelve industries, based on monthly data for 82 Russian regions, from January 2005 till December 2020.

**Objectives.** The purpose of the study is to address the problem of balanced and stable spatial development of Russia's regions and Russia, which requires modeling of adequate tools and forecasting nonlinear mesodynamics.

**Methods.** The study follows the econophysics methodology.

**Results.** We consider additive and multiplicative interactions of regular time series components between each other and the residuals, thus expanding the scope of tools application for the variety of considered industries and their models. Using the common and new trend models, we analyze structural changes, introduce the topological measure of proximity to the neighborhood of residuals with heavy-tailed distribution, which is estimated by median values of trends and cycles for regular components. The traditional time series decomposition (by trend, cycle, seasonality, and residual) is supplemented by our unique complex of wavelet transformations, which forms the models of cycles, using auto regression. We obtained representative and time-synchronized analytical estimates of regular components of industries' dynamics for meso- and macro-indicators of the Russian economy that have higher accuracy than the known results for the accuracy of modeling and forecasting.

**Conclusions.** The offered methodology and tools enable a more adequate analysis of non-linear dynamics of regions' middle-term development. They help shift to growth point identification, create the atlas of economic industrial cycles, analyze stages of bifurcations and scenario predictive planning.

**Please cite this article as:** Semenychev V.K., Khmeleva G.A., Korobetskaya A.A. Polymodeling of Time Series Structures, Neighborhood of Residuals Distribution, Wavelet Transformation for Meso-Dynamics Assessment. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2021, vol. 20, iss. 10, pp. 1951–1972. <https://doi.org/10.24891/ea.20.10.1951>

---

## Acknowledgments

The article was supported by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), project № 20-010-00549.

## References

1. Semenychev V.K., Khmeleva G.A., Korobetskaya A.A. [Proposed methodology and tools of econophysics to analyze mesodynamics of economic sectors in Russian regions]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2020, vol. 19, iss. 7, pp. 1192–1217. (In Russ.)  
URL: <https://doi.org/10.24891/ea.19.7.1192>
2. Khmeleva G.A., Semenychev V.K., Korobetskaya A.A. et al. *Rossiiskie regiony v usloviyakh sanktsii: vozmozhnosti operezhayushchego razvitiya ekonomiki na osnove innovatsii* [Russian regions under conditions of sanctions: The possibility of priority development of the economy based on innovation]. Samara, Samara State University of Economics Publ., 2019, 446 p.
3. Kalyadin V.L. [Distributions with infinite dispersion and insufficiency of the classical statistics]. *Radioelektronika i informatika = Radioelectronics and Informatics*, 2002, no. 2, pp. 4–11. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/raspredeleniya-s-beskonechnoy-dispersiyei-i-ogranichennost-klassicheskoy-statistiki> (In Russ.)
4. Andrews D.F., Bickel P.J., Hampel F.R. et al. *Robust Estimates of Location: Survey and Advances*. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1972, 374 p.
5. Muller D.W., Sawitzki G. Excess Mass Estimates and Tests for Multimodality. *Journal of the American Statistical Association*, 1991, vol. 86, iss. 415, pp. 738–746.  
URL: <https://doi.org/10.2307/2290406>
6. Friedman J., Fisher N. Bump Hunting in High-Dimensional Data. *Statistics and Computing*, 1999, vol. 9, pp. 123–143.  
URL: <https://doi.org/10.1023/A:1008894516817>
7. Hall P., Minnotte M.C., Zhang C. Bump Hunting with Non-Gaussian Kernels. *Annals of Statistics*, 2004, vol. 32, pp. 2124–2141.  
URL: <https://doi.org/10.1214/009053604000000715>
8. Andrews D.F., Bickel P.J., Hampel F.R. et al. *Robust Estimates of Location: Survey and Advances*. Princeton, N.J., Princeton University Press, 1972, 374 p.

9. Yeo I.-K., Johnson R.A. A new family of power transformations to improve normality or symmetry. *Biometrika*, 2000, vol. 87, iss. 4, pp. 954–959.  
URL: <https://doi.org/10.1093/biomet/87.4.954>
10. Box G.E.P., Cox D.R. An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, 1964, vol. 26, iss. 2, pp. 211–252.  
URL: <https://www.jstor.org/stable/2984418>
11. Breusch T.S., Pagan A.R. A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation. *Econometrica*, 1979, vol. 47, iss. 5, pp. 1287–1294.  
URL: [https://doi.org/0012-9682\(197909\)47:5<1287:ASTFHA>2.0.CO;2-9](https://doi.org/0012-9682(197909)47:5<1287:ASTFHA>2.0.CO;2-9)
12. Bezruchko B.P., Smirnov D.A. *Matematicheskoe modelirovanie i khaoticheskie vremennye ryady* [Mathematical modeling and chaotic time series]. Saratov, Kolledzh Publ., 2005, 320 p.
13. Semenychev V.K., Kurkin E.I., Semenychev E.V., Danilova A.A. Multimodel forecasting of non-renewable resources production. *Energy*, 2017, vol. 130, pp. 448–460. URL: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.04.098>
14. Bai J., Perron P. Computation and Analysis of Multiple Structural Change Models. *Journal of Applied Econometrics*, 2003, vol. 18, iss. 1, pp. 1–22.  
URL: <https://doi.org/10.1002/jae.659>
15. Zeileis A., Kleiber C., Krämer W., Hornik K. Testing and Dating of Structural Changes in Practice. *Computational Statistics and Data Analysis*, 2003, vol. 44, pp. 109–123.  
URL: <http://dx.doi.org/10.17877/DE290R-15203>
16. Yang Xiang, Gubian S., Suomela B., Hoeng J. Generalized Simulated Annealing for Efficient Global Optimization: The GenSA Package. *The R Journal*, 2013, vol. 5, iss. 1. URL: <https://doi.org/10.32614/RJ-2013-002>
17. Igel C., Hüsken M. Empirical evaluation of the improved Rprop learning algorithms. *Neurocomputing*, 2003, vol. 50, pp. 105–123.  
URL: [https://doi.org/10.1016/S0925-2312\(01\)00700-7](https://doi.org/10.1016/S0925-2312(01)00700-7)
18. Riedmiller M. Advanced supervised learning in multilayer perceptrons – From backpropagation to adaptive learning algorithms. *Computer Standards and Interfaces*, 1994, vol. 16, iss. 3, pp. 265–278. URL: [https://doi.org/10.1016/0920-5489\(94\)90017-5](https://doi.org/10.1016/0920-5489(94)90017-5)
19. Schnabel R.B., Koonatz J.E., Weiss B.E. A modular system of algorithms for unconstrained minimization. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 1985, vol. 11, iss. 4, pp. 419–440. URL: <https://doi.org/10.1145/6187.6192>
20. Slutskii E.E. [The summation of random causes as the source of cyclic processes]. *Voprosy kon'yunktury*, 1927, vol. 3, iss. 1, pp. 34–64. (In Russ.)

21. Percival D.B., Walden A.T. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. Cambridge, Cambridge University Press, 2000. URL: <https://doi.org/10.1017/CBO9780511841040>
22. Hyndman R.J., Khandakar Y. Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *Journal of Statistical Software*, 2008, vol. 27, iss. 3.  
URL: <https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03>
23. Semenychev V.K. *Identifikatsiya ekonomicheskoi dinamiki na osnove modelei avtoregressii* [Identification of economic dynamics based on autoregression models]. Samara, Samara Scientific Center of Russian Academy of Sciences Publ., 2004, 243 p.

### **Conflict-of-interest notification**

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.