

УСЛОВНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТА

Алексей Юрьевич ЧУДНОВЕЦ ^{a,*},

Содном Баирович БАИНОВ ^b

^a кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономики и управления в строительном комплексе,
Сибирский федеральный университет (СФУ),
Красноярск, Российская Федерация
science@bk.ru
<https://orcid.org/0000-0002-6206-5470>
SPIN-код: 5443-6620

^b студент магистратуры факультета экономических наук,
Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,
Москва, Российская Федерация
bainovsodnom@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0003-2592-371X>
SPIN-код: 7013-3205

* Ответственный автор

История статьи:

Рег. № 571/2020
Получена 08.10.2020
Получена в
доработанном виде
28.10.2020
Одобрена 15.11.2020
Доступна онлайн
30.03.2021

УДК 336.051
JEL: R15, R31

Ключевые слова:

ипотечный кредит,
процентная нагрузка,
ежемесячный платеж,
оптимизация параметров
кредита

Аннотация

Предмет. Процентная нагрузка растет с ростом длительности кредита, в то время как ежемесячный платеж падает. В статье рассчитывается период привлечения кредита, при котором процентная нагрузка и ежемесячный платеж минимальны.

Цели. Создание алгоритма для оптимизации срока ипотечного кредита с учетом суммы долга и процентной ставки займа.

Методология. В рамках исследования используются методы анализа формулы аннуитетного платежа ипотечного кредита и моделирования работы итогового алгоритма оптимизации.

Результаты. Разработан алгоритм определения оптимального срока кредита при данных сумме кредита и ставке процента. Рассмотрен пример для банков города Красноярска.

Выводы. Ипотечный кредит – это один из способов привлечения капитала для компаний. Рассмотрены два параметра ипотечного кредита – процентная нагрузка и ежемесячный платеж, рассчитанный по формуле аннуитета. Оба параметра зависят от привлекаемой суммы, процентной ставки и периода, на который привлекается кредит. Тем не менее процентная ставка устанавливается банком, поэтому единственный параметр, который заемщик может изменять – это период выплаты. Изменяя сроки выплаты кредита, можно получить кредит с минимальными размером платежа и процентной нагрузкой. В целях оптимизации рассматриваются оба параметра одновременно, и с учетом их разносторонней динамики находится оптимальный срок, при котором минимизируются платеж и процентная нагрузка. Также рассмотрен пример оптимизации кредитных параметров для строительных предприятий Красноярского края в различных банках.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2020

Для цитирования: Чудновец А.Ю., Баинов С.Б. Условная оптимизация параметров ипотечного кредита // Экономический анализ: теория и практика. – 2021. – Т. 20, № 3. – С. 577 – 588.
<https://doi.org/10.24891/ea.20.3.577>

Ипотечный кредит – это долгосрочный кредит, предоставляемый банками под залог недвижимости: земли, производственных и жилых помещений. Наличие залога позволяет банку получить дополнительные гарантии, снизить свои риски, а для заемщика – получить кредит под меньший процент. Наиболее частым вариантом является покупка физическим лицом квартиры, однако ипотека также может использоваться предприятиями для привлечения заемных средств.

В статье [1] приводятся различные модели для ипотечного кредитования. Наряду с дифференциальными платежами, когда основной долг возвращается равномерно, а размеры платежей постепенно уменьшаются, рассматриваются и аннуитетные платежи. Размеры аннуитетных платежей постоянны на протяжении всего периода выплаты кредита, но доля процентов и выплат основного долга в структуре этих платежей постоянно изменяется. В данном случае будут рассматриваться аннуитетные платежи.

Аннуитетные платежи имеют преимущество в глазах заемщика в силу меньших размеров. В первые периоды обслуживания долга доля процентов в структуре платежа высока, а доля выплаты основного долга незначительна. За счет этого, несмотря на несравнимо больший размер переплаты процентов, заемщик имеет возможность уплачивать меньшие деньги сразу после получения кредита¹.

В случае аннуитета сумма платежа определяется по формуле:

$$A = PV / FM4(r, n), \quad (1)$$

где A – сумма периодического платежа;

PV – начальная величина кредита;

$FM4(r, n)$ – дисконтирующий множитель.

В свою очередь

$$FM4(r, n) = \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r}, \quad (2)$$

где r – ставка процента по кредиту;

n – количество периодов выплаты кредита.

¹ Чудновец А.Ю. Расчет эффективной процентной ставки для аннуитета // Экономика и управление в современных условиях: материалы международной (заочной) научно-практической конференции. Красноярск: Сибирский институт бизнеса, управления и психологии, 2017. С. 275–278.

Таким образом, получаем следующую формулу:

$$A = \frac{PV / 1 - (1+r)^{-n}}{r}, \quad (3)$$

где A – сумма периодического платежа;

PV – сумма кредита;

r – ставка процента по кредиту;

n – количество периодов выплаты кредита.

Как можно понять из формулы, чем дольше срок (больше периодов) выплаты кредита, тем меньше будет величина платежа. Однако увеличение срока кредита приводит к увеличению процентной нагрузки, и за весь срок заемщик выплатит тем больше процентов, чем больше этот срок.

Зависимость ежемесячного платежа от срока кредита представляет собой линию, уменьшающуюся экспоненциально и стремящуюся к определенной асимптоте. С ростом срока кредита платеж, который необходимо выплачивать заемщику, уменьшается, однако чем больше мы увеличиваем длительность займа, тем меньшую выгоду от этого получаем. На *рис. 1* представлена динамика ежемесячного платежа. По вертикальной оси откладывается размер ежемесячного платежа в рублях, а по горизонтальной – срок кредитования в годах.

Величина процентной нагрузки также зависит от уровня процентной ставки и срока кредита. Причем при аннуитетном платеже процентная нагрузка становится более значимым фактором, особенно на начальных периодах выплаты кредита, ведь доля процентов в структуре платежа изначально очень высока. Процентная нагрузка $ПН$ равна отношению суммы выплаченных за весь срок кредита процентов ($A \cdot n - PV$) к полученной в кредит сумме PV :

$$ПН = (A \cdot n - PV) / PV = (A \cdot n / PV) - 1. \quad (4)$$

Процентная нагрузка характеризует выгодность использования заемных средств: чем больше процентов мы выплатим, тем дороже обойдется кредит и тем менее выгодным является привлечение денег таким способом. Динамика этого показателя с ростом срока платежа представлена на *рис. 2*. Из него видно, что с увеличением длительности займа процентная нагрузка постепенно возрастает. Однако в отличие от ежемесячного платежа, который уменьшается экспоненциально, величина процентной нагрузки увеличивается линейно. Данные на графике показывают размер процентной нагрузки для разных сроков кредита при условии того, что процентная ставка составляет 12% годовых.

При выдаче кредита банк внимательно изучает заемщика и оценивает его возможности вернуть выданную сумму. Если финансовое состояние заемщика стабильно, то он может получить кредит на более выгодных условиях, так как чем меньше рисков у банка, тем меньший процент он готов предложить. Однако улучшить свое финансовое положение непросто и требуется много времени. Помимо этого, процентная ставка может зависеть не от самого заемщика, а от общего уровня ставок и экономической ситуации в стране. В таком случае остается только одна возможность оперативно влиять на условия кредита – изменять срок, на который привлекаются средства.

Чтобы определить оптимальный срок возврата кредита, необходимо стремиться минимизировать одновременно и сумму платежа, и размер процентной нагрузки. Возникает задача: до какой степени за счет увеличения процентной нагрузки целесообразно уменьшать платеж по обслуживанию кредита.

Зависимость параметров кредита от его срока довольно очевидна. Величина ежемесячного платежа уменьшается с увеличением длительности, при этом скорость его изменения уменьшается, а сам платеж стремится к асимптоте, численно равной сумме кредита, умноженной на ставку процента по нему. Действительно, если срок кредита будет бесконечным, возвращать тело долга не придется, останется только необходимость выплачивать величину процентов. Вместе с тем процентная нагрузка растет с постоянной скоростью и на графике представляет собой прямую линию с положительным наклоном.

Чтобы оценить кредит с учетом обоих факторов, необходимо объединить эти факторы в одном уравнении. Однако единицы измерения ежемесячного платежа и процентной нагрузки различаются. Если платеж – это сумма денег, измеряемая в рублях (или другой валюте), то процентная нагрузка – коэффициент и единиц измерения не имеет.

Проведем нормирование величины ежемесячного платежа $A_{\text{норм}}$. При увеличении срока кредита величина платежа уменьшается. Таким образом, при стремлении срока к бесконечности сумма платежа будет стремиться к сумме процентов за пользование кредитом:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A(n) = PV \cdot r. \quad (5)$$

С учетом формулы (1) получим:

$$A_{\text{норм.}} = \frac{A}{\lim_{n \rightarrow \infty} A(n)} = \frac{A}{PV \cdot r} = \frac{1}{1 - (1+r)^{-n}}, \quad (6)$$

где $A_{\text{норм.}}$ – отношение величины ежемесячного платежа к пределу, к которому эта величина стремится при увеличении срока кредита до бесконечности. Таким

образом, мы получаем отношение суммы ежемесячного платежа к теоретически минимально возможной его величине.

Попробуем совместить зависимость ежемесячного платежа от срока кредита и зависимость $ПН$ от срока кредита. В качестве двойного критерия взят минимум суммы процентной нагрузки и нормированной величины ежемесячного платежа. Критериальное уравнение примет вид:

$$A_{\text{норм.}} + ПН = \frac{1}{1 - (1+r)^{-n}} + \frac{A \cdot n}{PV} - 1 \rightarrow \min. \quad (7)$$

На рис. 3 эта зависимость представлена графически.

Сумма нормативного значения платежа и процентной нагрузки (в данном контексте назовем ее уравнением оптимума) уменьшается до определенного значения срока кредита, а затем начинает увеличиваться. Это происходит из-за того, что скорость изменения нормативного платежа и процентной нагрузки в зависимости от срока различная: если $ПН$ увеличивается с одинаковой скоростью, то $A_{\text{норм.}}$ стремится к асимптоте, которая численно равна сумме кредита, умноженной на ставку процента.

Чтобы найти оптимальное значение срока кредита, необходимо найти минимум функции (формула (7)). Для этого найдем ее производную, приравняем к нулю и решим полученное уравнение относительно n . Таким образом, получаем:

$$\left(A_{\text{норм.}} + ПН \right)' = \left(\frac{1}{1 - (1+r)^{-n}} + \frac{A \cdot n}{PV} - 1 \right)' = 0; \quad (8)$$

$$r \left(1 - (1+r)^{-n} \right) - (1+n \cdot r) (1+r)^{-n} \ln(1+r) = 0; \quad (9)$$

$$1 + \frac{\ln(1+r)}{r} - (1+r)^n + n \ln(1+r) = 0. \quad (10)$$

Явным образом вывести формулу оптимального срока n из этого уравнения не получается. На практике нецелесообразно находить доли периода, так как количество выплат в любом случае будет целым числом, поэтому достаточно найти приближенное решение уравнения (10) методом табулирования этой функции.

Из формулы (6) становится понятно, что оптимальный срок зависит от ставки процента. Так, для различных процентных ставок мы получаем различные значения оптимального срока и показателей кредита (нормированного платежа, удельного

платежа, процентной нагрузки и критерия оптимизации)². В *табл. 1* представлена динамика оптимальных показателей кредита при изменении процентной ставки.

В настоящее время намечается тенденция снижения процентной ставки от 12% до обещанных правительством 6%, а в перспективе до европейского уровня – 3%.

Как видно, оптимальный срок кредита будет тем больше, чем меньше процент. Ежемесячный платеж в рублях также уменьшается из-за увеличения срока и уменьшения ставки процента. Значение нормированного платежа изменяется незначительно, скорее всего это связано с неточностью в вычислениях. Процентная нагрузка и, соответственно, критерий оптимизации также практически не изменяются.

Рассмотрим предложения различных банков в Красноярске по ипотечному кредиту. Из данных, приведенных в *табл. 2*, видно, что ставка ипотеки колеблется в районе 8,5–10,5%. Для данного исследования принимались минимальные ставки ипотечного кредита, предлагаемые банками. Для расчета примем $i = 10\%$ годовых.

При расчете оптимального срока необходимо учитывать, что выплаты происходят раз в месяц, поэтому оптимальный срок кредита выражается в месяцах, а годовую ставку делим на 12:

$$1 + \frac{\ln 1,008}{1,008} - 1,008^n + n \ln 1,008 = 0. \quad (11)$$

Таким образом, получаем оптимальный $n = 139$ периодов (месяцев), то есть оптимальный срок, на который стоит брать кредит в ипотеку – 11–12 лет.

Условная оптимизация ипотечного кредита позволяет рассчитать оптимальный срок привлечения кредита для данной процентной ставки [2–5]. Полученный результат показывает, при каком сроке процентная нагрузка и ежемесячный платеж достигают минимума. Небольшое отклонение от оптимального срока показывает, насколько заемщик может увеличить (уменьшить) ежемесячный платеж, уменьшая (увеличивая) процентную нагрузку. Таким образом, заемщик может быстро принять решение о сроке привлечения кредита.

² Чудновец А.Ю., Отраднова Т.Н. Оптимизация параметров ипотечного кредита методом нормированных критериев // Экономика и управление в современных условиях: материалы Всероссийской заочной научно-практической конференции / сост. Т.А. Кравченко. Красноярск: СИБУП, 2008. С. 488–493.

Таблица 1**Параметры ипотечного кредита для оптимального срока при разных процентных ставках****Table 1****Mortgage loan parameters for optimal term at different interest rates**

Ставка процента в год, %	Оптимальный срок, мес.	Нормированный аннуитетный платеж	Удельный аннуитетный платеж*, руб./мес.	Процентная нагрузка	Критерий оптимизации
3	459	1,469	3 673,6	0,677	3,15
6	230	1,472	7 360,8	0,678	3,15
9	155	1,473	11 048,6	0,639	3,16
12	115	1,481	14 811,6	0,64	3,16

* Удельный аннуитетный платеж – это ежемесячный платеж, приходящийся на 1 млн руб. ипотечного кредита.

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 2**Ставка ипотечного кредита в банках Красноярск, %****Table 2****Mortgage rate in the banks of Krasnoyarsk, percent**

Банк	Готовое жилье	Строящийся объект
ВТБ	10,6	10,6
Альфа-Банк	9,99	10,49
Сбербанк	10,2	8,5
Газпромбанк	9,7	9,7

Источник: авторская разработка

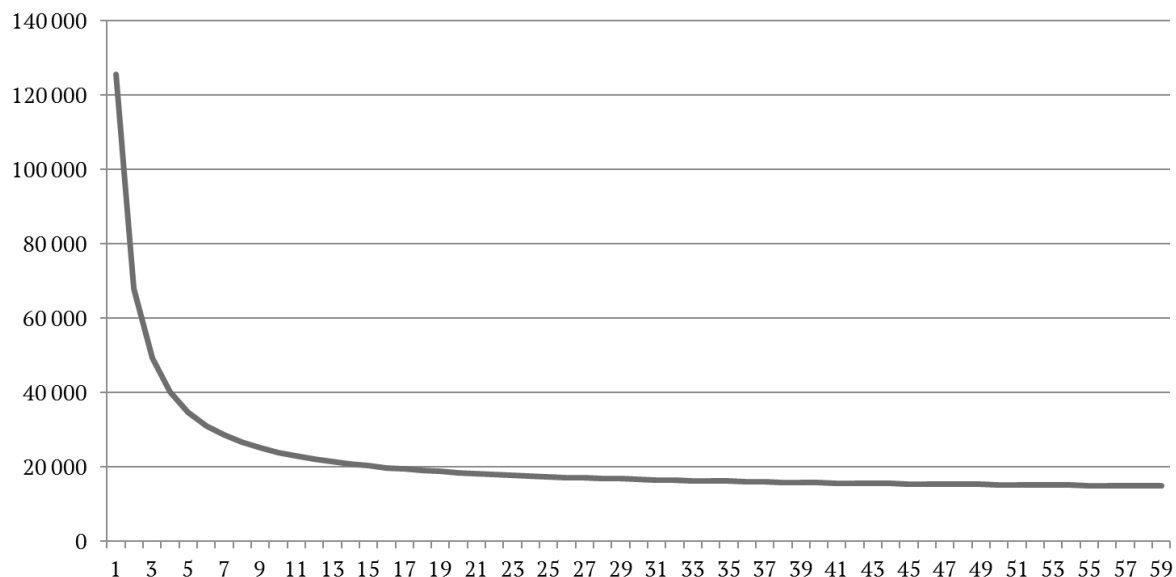
Source: Authoring

Рисунок 1

Зависимость размера ежемесячного платежа от срока кредита

Figure 1

Dependence of the size of monthly payment on the loan term



Источник: авторская разработка

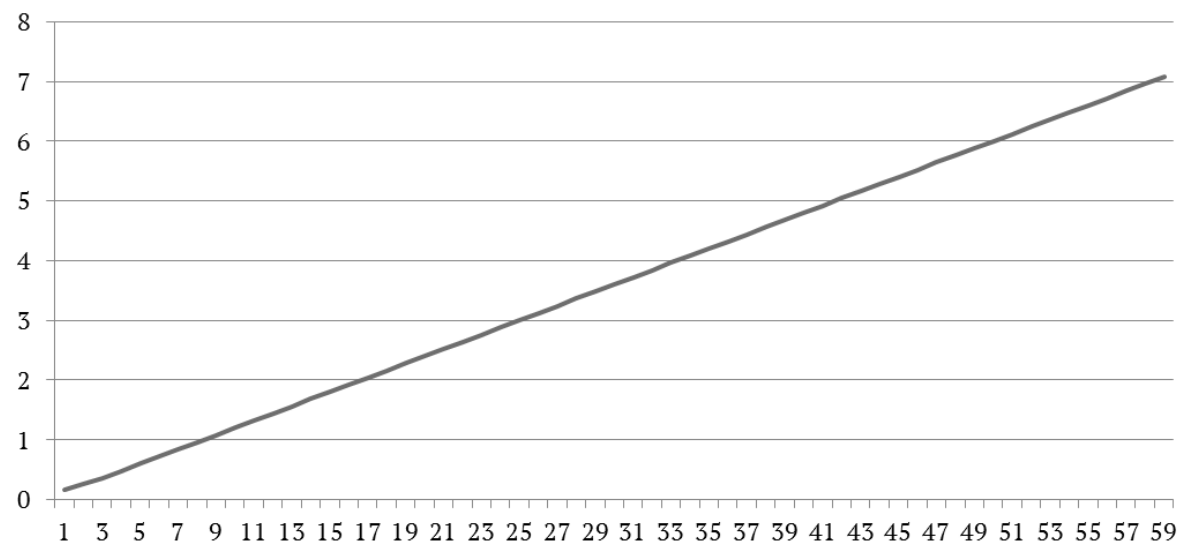
Source: Authoring

Рисунок 2

Зависимость процентной нагрузки от срока кредита

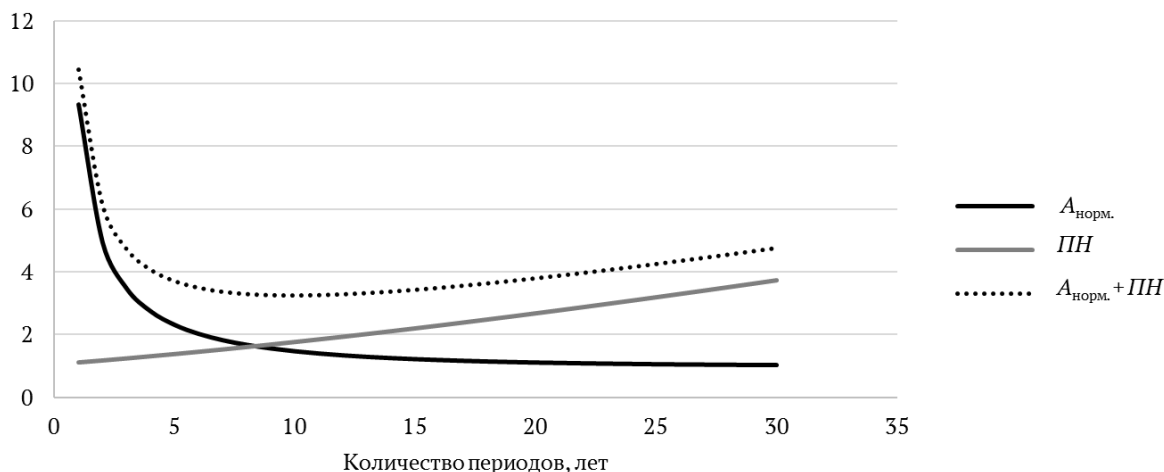
Figure 2

Dependence of interest burden on the loan term



Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Рисунок 3**Нахождение оптимума (ставка 12% годовых)****Figure 3****Finding the optimum (interest rate is 12% per annum)**

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Хе О.В. Методы моделирования платежей по ипотечному кредиту // Вестник Российского университета дружбы народов. Сер.: Экономика. 2009. № 1. С. 60–69. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metody-modelirovaniya-platezhey-po-ipotechnomu-kreditu>
2. Хе О.В. Реструктуризация ипотечных жилищных кредитов // Деньги и кредит. 2009. № 5. С. 67–70. URL: <https://arxiv.gaugn.ru/s0130-30900000617-2-1-ru-2208/>
3. Коростелева Т.С. К вопросу о влиянии способа погашения долга на доступность ипотечного кредита // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2014. Т. 7. Вып. 6. С. 17–27. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-o-vliyanii-sposoba-pogasheniya-dolga-na-dostupnost-ipotechnogo-kredita/viewer>
4. Хван А.А., Кузьменко М.Д. Перспективные направления развития ипотечного кредитования молодых семей // Economics. 2015. № 3. С. 10–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/perspektivnye-napravleniya-razvitiya-ipotechnogo-kreditovaniya-molodyh-semey>
5. Шенин В.М., Шныров А.Е. Законодательство о накопительно-ипотечной системе требует совершенства // Право в Вооруженных Силах – Военно-правовое обозрение. 2017. № 1. С. 27–33. URL: <http://www.opklex.com/assets/upload/file/files/01-2017.pdf>

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

CONDITIONAL OPTIMIZATION OF MORTGAGE LOAN PARAMETERS

Aleksei Yu. CHUDNOVETS ^{a,*},

Sodnom B. BAINOV ^b

^a Siberian Federal University (SibFU),
Krasnoyarsk, Russian Federation
science@bk.ru
<https://orcid.org/0000-0002-6206-5470>

^b National Research University – Higher School of Economics (NRU – HSE),
Moscow, Russian Federation
bainovsodnom@yandex.ru
<https://orcid.org/0000-0003-2592-371X>

* Corresponding author

Article history:

Article No. 571/2020
Received 8 October 2020
Received in revised form
28 October 2020
Accepted 15 Nov 2020
Available online
30 March 2021

JEL classification: R15,
R31

Keywords: mortgage
loan, interest burden,
monthly payment, loan
parameter, optimization

Abstract

Subject. In the article, we calculate the period of a borrowing, in which the interest burden and monthly payments are minimal.

Objectives. The aim is to create an algorithm to optimize the term of the mortgage loan, taking into account the amount of debt and interest rate of the loan.

Methods. The study employs methods to analyze the formula of annuity payments of a mortgage loan, and to model the final optimization algorithm.

Results. We developed an algorithm, to determine the optimal term of the loan, using the certain loan amount and interest rate. The study considers the case for banks, operating in Krasnoyarsk.

Conclusions. The paper considers two parameters of a mortgage loan, i.e. the interest burden and the monthly payment, which is calculated, according to the annuity formula. Both parameters depend on the loan amount, the interest rate, and the period of the loan. However, the interest rate is set by the bank, so the only parameter that the borrower can change is the period of payment. By changing the term to maturity, it is possible to have a loan with minimum payments and interest burden. For the purpose of optimization, we consider both parameters simultaneously. Taking into account their versatile nature, we consider the optimal time, when payments and interest burden are minimized. The paper also reviews the case of optimization of credit parameters for construction enterprises of the Krasnoyarsk Krai, in various banks.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2020

Please cite this article as: Chudnovets A.Yu., Bainov S.B. Conditional Optimization of Mortgage Loan Parameters. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2021, vol. 20, iss. 3, pp. 577–588.
<https://doi.org/10.24891/ea.20.3.577>

References

1. Khe O.V. [The methods of mortgage loan repayment modeling]. *Vestnik Rossiiskogo universiteta druzhby narodov. Ser.: Ekonomika = Bulletin of Peoples' Friendship University of Russia. Series Economics*, 2009, no. 1, pp. 60–69.

- URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/metody-modelirovaniya-platezhey-po-ipotechnomu-kreditu> (In Russ.)
2. Khe O.V. [Restructuring residential mortgages]. *Den'gi i kredit = Russian Journal of Money and Finance (Money and Credit)*, 2009, no. 5, pp. 67–70.
URL: <https://arxiv.gaugn.ru/s0130-30900000617-2-1-ru-2208/> (In Russ.)
 3. Korosteleva T.S. [To a question of influence of a way of repayment of a debt on availability of a mortgage loan]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2014, vol. 7, iss. 6, pp. 17–27.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-o-vliyanii-sposoba-pogasheniya-dolga-na-dostupnost-ipotechnogo-kredita/viewer> (In Russ.)
 4. Khvan A.A., Kuz'menko M.D. [Perspective ways of mortgage lending development for young families]. *Economics*, 2015, no. 3, pp. 10–14.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/perspektivnye-napravleniya-razvitiya-ipotechnogo-kreditovaniya-molodyh-semey> (In Russ.)
 5. Shenshin V.M., Shnyrov A.E. [The legislation on the savings and mortgage system requires perfection]. *Pravo v Vooruzhennykh Silakh – Voennno-pravovoe obozrenie = Law in the Armed Forces – Military-Legal Review*, 2017, no. 1, pp. 27–33.
URL: <http://www.opklex.com/assets/upload/file/files/01-2017.pdf> (In Russ.)

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.