

pISSN 2073-039X
eISSN 2311-8725

Математические методы и модели

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВХОЖДЕНИЯ УНИВЕРСИТЕТОВ В TOP-100 ГЛОБАЛЬНЫХ УНИВЕРСИТЕТСКИХ РЕЙТИНГОВ

Владимир Михайлович МОСКОВКИН ^{а, *}, Хэ ЧЖАН ^б

^а доктор географических наук, директор Центра развития публикационной активности, профессор кафедры мировой экономики, Белгородский государственный национальный исследовательский университет (НИУ «БелГУ»), Белгород, Российская Федерация
moskovkin@bsu.edu.ru
<https://orcid.org/0000-0001-5587-4133>
SPIN-код: 2719-8360

^б аспирант кафедры прикладной экономики и экономической безопасности, Белгородский государственный национальный исследовательский университет (НИУ «БелГУ»), Белгород, Российская Федерация
2695694838@qq.com
<https://orcid.org/0000-0001-8654-0697>
SPIN-код: отсутствует

* Ответственный автор

История статьи:

Рег. № 225/2020
Получена 20.04.2020
Получена в доработанном виде 21.05.2020
Одобрена 11.06.2020
Доступна онлайн 30.07.2020

УДК 330.4
JEL: C02

Ключевые слова:

прогнозирование, уравнения популяционной динамики, TOP-100 глобальных университетских рейтингов, Overall Score, Total Score

Аннотация

Предмет. Математические методы прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов.

Цели. Разработка методов математического моделирования в задаче прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов.

Методология. Рассмотрены два подхода в математическом моделировании в задаче прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов. К первому подходу отнесено использование уравнений популяционной динамики, включая уравнения Ферхюльста и Лотки – Вольтерры, ко второму – линейное алгебраическое уравнение с тремя неизвестными вместе с ограничениями, наложенными на эти неизвестные.

Результаты. Уравнения популяционной динамики позволяют моделировать рост университетского потенциала, описываемого показателями Total Score или Overall Score, внутри и межуниверситетскую конкуренцию в системе университетов, входящих в глобальные университетские рейтинги, а линейные алгебраические уравнения, описывающие указанные показатели с ограничениями на их наиболее чувствительные переменные, позволяют давать прогнозную оценку заданной позиции университета в глобальных рейтингах. Сделаны строгие математические постановки этих двух задач, причем вторая задача решена для вхождения Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и Санкт-Петербургского государственного университета в TOP-100 трех глобальных рейтингов ARWU, THE, QS.

Выводы. Предполагается, что предложенные подходы к прогнозированию вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов будут полезны университетским менеджерам, управляющим позиционированием своих вузов.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2020

Для цитирования: Московкин В.М., Чжан Хэ. Методы математического моделирования в задаче прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов // *Экономический анализ: теория и практика*. – 2020. – Т. 19, № 7. – С. 1360 – 1384.
<https://doi.org/10.24891/ea.19.7.1360>

Проблеме прогнозирования вхождения ведущих российских университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов посвящены многие научные работы (см., например, публикации¹ [1–6]).

В работе [1] на примере рейтинга THE (Times Higher Education World University Rankings) и участия в нем Уральского федерального университета (УрФУ) получены прямая и обратная зависимости Overall Score от ранга R университетов в виде полинома шестого порядка (авторы оперировали рейтингами THE за 2010–2011, 2011–2012 и 2012–2013 гг.). Далее авторы попытались описать динамику Overall Score для произвольного университета обыкновенным дифференцированным уравнением при следующих предположениях: скорость роста Overall Score $dI(t) / dt$ пропорциональна приобретенной университетом за время t оценке показателя Overall Score, и обратно пропорциональна времени

$$\frac{dI(t)}{dt} = \frac{p(I(t) - I_0)}{(t - t_0)}, \quad (1)$$

где p – коэффициент роста (у автора – коэффициент ускорения, что не согласуется с терминологией работ по популяционной динамике); в работе [1] время обозначалось через Y и рассматривалось в годах, начиная с $t_0 \geq 2012$.

Для Уральского федерального университета $I(t_0 = 2012) = I_0 = 0$, так как он не имел Overall Score и ранга в рейтинге THE в 2012 г.

Следует сказать, что в рамках теории уравнений популяционной динамики уравнение (1) является простейшим уравнением роста популяций, в котором коэффициент роста зависит от времени и обратно пропорционален ему.

Частное решение уравнения (1) было получено в наших обозначениях в виде [1]

$$I(t) = I_0 + (I_n - I_0) \left(\frac{t - t_0}{t_n - t_0} \right)^p. \quad (2)$$

В данном случае $t_n = 2020$ г., $t_n - t_0 = 2020 - 2012 = 8$ лет.

Авторы подыскивали в рейтинге THE близкие по классу (размер, специализация, интенсивность научных исследований, возраст) университеты, которые в 2012 г. входили в TOP-100 и TOP-200 этого рейтинга: Monash University (Австралия),

¹ Московкин В. Взвесим шансы. По силам ли нам покорить глобальные университетские рейтинги? // Поиск. 2019. № 6. URL: <https://web.archive.org/web/20190218143640/http://www.poisknews.ru/theme/publications/41677/>

$R(2012) = 99$, $R(2010) = 178$; University of Exeter (Великобритания), $R(2012) = 153$, $R(2010) = 184$.

Данные значения R соответствовали в 2012 г. следующим значениям показателя Overall Score: $I(2012) = 58$ для Monash University и $I(2012) = 51,3$ для University of Exeter.

Эти значения Overall Score брались за целевые на уровень 2020 г. для Уральского федерального университета. После чего решение (2) подгонялось под крайние значения I_n , I_0 с учетом промежуточных (чтобы временная кривая (2) проходила через эти значения), в результате чего находился параметр p .

В итоге планируемый максимальный рост Overall Score для Уральского федерального университета по его вхождению в хвост рейтинга TOP-100 за время с 2012 по 2020 г. описывался по референтному университету Monash University:

$$I(t) = 58 \left(\frac{t - 2012}{8} \right)^{0,8004}. \quad (3)$$

Аналогичным образом описывался минимальный рост по референтному университету University of Exeter:

$$I(t) = 51,3 \left(\frac{t - 2012}{8} \right)^{0,69}. \quad (4)$$

При $p < 1$ возникает выпуклая кривая роста показателя Overall Score, что приводит к большей скорости роста этого показателя в начале временного промежутка, чем в его конце. Авторы работы [1] связывают значения p с потенциальными затратами, которые необходимо осуществить для вхождения на планируемые места в глобальных рейтингах, причем с учетом выпуклости кривой роста показателя Overall Score наиболее эффективны затраты в начальный период роста. Согласно уравнениям (3), (4) с пересчетом $I(t)$ в ранги ожидаемое место Уральского федерального университета находится между 97-м и 150-м.

В работе [2] авторы стали экспериментировать с линейным уравнением роста для показателя Overall Score в рейтинге QS для Уральского федерального университета, которое было записано в следующем виде:

$$\frac{dI(t)}{dt} = k(I_n - I(t)) \quad (5)$$

с решением

$$I(t) = I_n - (I_n - I_0) \exp(-k(t - t_0)), \quad (6)$$

где $I_n = I(t_n)$ – конечное максимальное значение показателя Overall Score;

$I_0 = I(t_0)$ – начальное значение показателя Overall Score;

k – коэффициент роста, в случае Уральского федерального университета $I_0 = I(t_0) = 0$, где $t_0 = 2009$.

В качестве референтных университетов брались Korea Advanced Institute of Science & Technology (KAIST), который за время с 2005 по 2012 г. преодолел 136 позиций и занял 63-е место в рейтинге QS, а также Università di Bologna (UNIBO), который за тот же период поднялся на 15 мест и занял 194-е место.

Основываясь на динамике показателя Overall Score для первого референтного университета, было получено уравнение (6) для Уральского федерального университета в следующем виде:

$$I(t) = 71,77(1 - \exp(-k(t - 2009))), \quad k = 0,217. \quad (7)$$

Во втором случае (референтный университет UNIBO) было получено уравнение

$$I(t) = 49,77(1 - \exp(-k(t - 2009))), \quad k = 0,341. \quad (8)$$

При начальном условии $I_0 = I(2012) = 26,5$ (фактическое значение показателя Overall Score в 2012 г. для Уральского федерального университета) было получено уравнение

$$I(t) = 72 - (72 - 26,5)\exp(-k(t - 2012)), \quad k = 0,226. \quad (9)$$

Это решение бралось за основу при построении дорожной карты Уральского федерального университета на пути от 2012 г. к 2020 г. Пересчет показателей $I(t)$ в ранги (места в рейтинге) проделан на основе заранее рассчитанного регрессионного полинома четвертой степени (для 2012 г. на выборке TOP-400 университетов):

$$R = 1396 - 54,23I + 0,9432I^2 - 0,008223I^3 + 0,00002824I^4. \quad (10)$$

В итоге было получено прогнозное значение ранга Уральского федерального университета в QS: $R(2020) = 104$.

Отметим, что для решений (3), (4) пересчет $I(t)$ в ранги проделывался по регрессионному полиному шестой степени.

Далее мы сопоставим прогнозные расчеты рангов Уральского федерального университета в рейтингах THE и QS с фактическими рангами.

Итак, мы рассмотрели подробно два результата в области прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов, основанных на решении простейших обыкновенных дифференциальных уравнений. Эти результаты были получены в 2013 г. и дальнейших попыток в развитии данного подхода сделано не было, что подтверждается нами на основе детальных экспериментов с поисковым инструментом Google Scholar.

Наиболее популярные аналитические инструменты в прогнозировании вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов основаны на методах дискретной математики. Пионерными работами в этой области являются работы М.И. Мелешкина, М.В. Забоева и В.Г. Халина² [3–5], опубликованные в 2014–2016 гг. На основе этих и ряда других работ М.И. Мелешкин защитил в 2016 г. кандидатскую диссертацию на тему «Математические методы и инструментальные средства многокритериального ранжирования и прогнозирования показателей ведущих университетов в мировых рейтингах».

К сожалению, он в своей диссертации не анализировал работы [1, 2], которые предлагают совершенно другие методы в прогнозировании вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов.

Заканчивая обзор работ по прогнозированию вхождения российских университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов, отметим еще две работы.

В первой работе [6] идентифицированы 52 российских университета, каждый из которых, по крайней мере, входил один раз в рейтинг QS, THE, ARWU на семилетнем интервале времени (2012–2018 гг.). Линейная экстраполяция этих рядов показала, что ни один из этих университетов, кроме Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, не в состоянии войти в TOP-100 указанных рейтингов.

Во второй работе³ сделан аналогичный вывод при сравнении «скопусовской» публикационной активности ведущих российских университетов и зарубежных университетов, входящих в хвосты TOP-100 ведущих мировых рейтингов.

Далее будет сделана проверка прогнозов вхождения Уральского федерального университета в TOP-100 рейтингов THE и QS, а также будут развиты модели прогнозирования, основанные на уравнениях популяционной динамики и линейных уравнениях с несколькими переменными и ограничениями, наложенными на них.

² Zaboev M., Meleshkin M., Khalin V. Evaluation of Current Location and Prospects of the European and Russian Universities Among the World's Leading Universities with the Use of Neural Network Methods Clustering of Data. Proc. Int. Conf. "New Challenges of Economic and Business Development – 2016: Society, Innovation and Collaborative Economy". Riga, Latvia, May 12–14, 2016. Riga, University of Latvia, 2016, pp. 928–936.

³ Московкин В. Взвесим шансы. По силам ли нам покорить глобальные университетские рейтинги? // Поиск. 2019. № 6. URL: <https://web.archive.org/web/20190218143640/http://www.poisknews.ru/theme/publications/41677/>

На основе фактических данных по рейтингам THE и QS для Уральского федерального университета будет сделана проверка их прогнозных данных, представленных в работах [1, 2]. Простейшие уравнения популяционной динамики, используемые в этих работах, будут дополнены уравнением Ферхюльста с его решением в виде логистической кривой, многомерной системой уравнений Лотки – Вольтерры и ее двумерным аналогом.

В рамках методов непрерывной математики на основе уравнения

$$S = \sum_{i=1}^n w_i x_i, \quad (11)$$

в котором x_i – значение частного индикатора рейтинга, w_i – его весовой коэффициент, S – Overall Score (Total Score), будет предложена линейная пороговая модель, которая позволяет на основе варьирования значений трех наиболее значимых частных индикаторов гарантированно попадать в хвост TOP-100 данного рейтинга. Трехмерная область варьирования значений этих частных индикаторов при удовлетворении условиям вхождения в хвост TOP-100 позволит построить плоские (двухмерные) номограммы.

Такие номограммы будут построены для рейтингов THE, QS и ARWU на примере Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и Санкт-Петербургского государственного университета.

Как отмечалось ранее, на основе референтных для Уральского федерального университета университетов Monash University (Австралия) и University of Exeter (Великобритания) в работе [1] были построены прогнозные степенные уравнения продвижения Уральского федерального университета в рейтинге THE. Добавим к рассчитанным прогнозным значениям, представленным в этой работе, фактические данные по Overall Score I и рангам R , тогда получим *табл. 1*.

В *табл. 1* индекс $\max$ соответствует прогнозным значениям $R_{\max}$ и $I_{\max}$ для Уральского федерального университета, когда эти значения на уровень 2020 г. соответствовали значениям этих показателей для Monash University на уровень 2012 г. То же имеет место для индекса $\min$ в привязке к University of Exeter. В *табл. 1* видно отсутствие какой-либо согласованности прогнозных и фактических данных.

Сравним теперь дорожную карту продвижения Уральского федерального университета в рейтинге QS за эти же годы [2] с фактическими данными (*табл. 2*).

В *табл. 2* прогнозные значения, начиная с 2013 г. были рассчитаны по уравнениям (7), (8), которые были построены на основе фактических данных за 2009–2012 гг. Как и в прошлом случае для рейтинга THE видим отсутствие согласованности прогнозных и фактических данных. В то же время наблюдаем существенный прогресс в продвижении Уральского федерального университета в рассматриваемом

рейтинге, начиная с 2007 г. Если предположить, что Уральский федеральный университет с 2020 г. будет ежегодно продвигаться на 20 позиций вверх в рейтинге, то он войдет в хвост TOP-100 рейтинга QS через 13 лет, а в случае продвижения на 50 позиций ($412 - 364 = 48$) – через 5 лет.

Естественно, что неудачу в прогнозных оценках динамики Overall Score для Уральского федерального университета в рейтингах THE и QS авторы работ [1, 2] объяснят недостаточными организационными усилиями и вложенными ресурсами в начальный период рейтинговой кампании, которые они связывают с коэффициентами p и k для уравнений (1) и (5) соответственно. Но как связаны количественно эти усилия и ресурсы с указанными коэффициентами, неизвестно и определить это очень сложно. По крайней мере, для этого нужны долговременные эксперименты.

Если мы наблюдаем, что какой-то университет за определенный период времени добился большого прогресса в продвижении в каком-либо рейтинге и мы хотим симитировать эту динамику, то необходимо полностью повторить его организационные усилия, мотивацию административного и академического персонала, денежные вложения, а это сделать очень сложно.

Простейшие уравнения популяционной динамики (1), (5) логично дополнить уравнением Ферхюльста, которое было получено и решено бельгийским математиком Пьером Франсуа Ферхюльстом в 1838 г. в рамках критики экспоненциального (мальтузианского) роста популяций [7, 8].

В наших обозначениях запишем его в виде

$$\frac{dI(t)}{dt} = kI(t) - \beta I^2(t), \quad (12)$$

где k – коэффициент роста, как и в уравнении (5), β – коэффициент внутриуниверситетской конкуренции (в популяционной динамике – коэффициент внутривидовой конкуренции).

Решение этого уравнения, полученное впервые П.-Ф. Ферхюльстом, имеет вид

$$I(t) = \frac{I_0 I_{\text{ст}}}{(I_{\text{ст}} - I_0) \exp(-\beta I_{\text{ст}} t) + I_0}, \quad (13)$$

где $I(t = 0) = I_0 > 0$ – начальное условие, $I_{\text{ст}} = k / \beta$ – стационарное значение (соответствует Overall Score = 100).

В следующей работе, опубликованной в 1845 г., решение (13) было названо Ферхюльстом логистической кривой, имеющий вогнуто-выпуклый вид.

Отметим, что стационарное значение $I_{\text{ст}}$ следует как из уравнения (12) при приравнении правой части этого уравнения к нулю, так и при переходе к пределу в уравнении (13): $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = I_{\text{ст}}$.

Рассматриваемое уравнение целесообразно использовать при прогнозировании продвижения университетов в верхних зонах глобальных университетских рейтингов, то есть для тех университетов, которые имеют шансы приближаться в пределе к стационарному значению $I_{\text{ст}} = 100$, которое одновременно является и максимальным значением.

Допустим, мы хотим достичь значения $\gamma I_{\text{ст}}$, где γ – число, близкое к единице, тогда из решения (13) получим следующее время достижения этого значения:

$$t_{\gamma} = -\frac{1}{\beta I_{\text{ст}}} \ln \left[\frac{(1-\gamma)I_0}{\gamma(I_{\text{ст}} - I_0)} \right]. \quad (14)$$

Например, при $\gamma = 0,9$, что соответствует достижению Overall Score = 90, получим из (14):

$$t_{0,9} = -\frac{1}{100\beta} \ln \left[\frac{I_0}{9(100 - I_0)} \right]. \quad (15)$$

Логистическую кривую (13) в принципе можно аппроксимировать (построить) по трем временным точкам, о чем писал в своей работе П.-Ф. Ферхюльст [8]:

$$\begin{cases} I(t_1) = I_1 = \frac{100I_0}{(100 - I_0)\exp(-100\beta t_1) + I_0} \\ I(t_2) = I_2 = \frac{100I_0}{(100 - I_0)\exp(-100\beta t_2) + I_0} \\ I(t_3) = I_3 = \frac{100I_0}{(100 - I_0)\exp(-100\beta t_3) + I_0} \end{cases}. \quad (16)$$

Выражения (16) получены из (13) при $I_{\text{ст}} = 100$.

Далее из (16) в предположении $t_1, t_2, t_3 \neq 0$ найдем три значения β :

$$\begin{cases} \beta_1 = -\frac{1}{100t_1} \ln \left[\frac{I_0(100 - I_1)}{I_1(100 - I_0)} \right] \\ \beta_2 = -\frac{1}{100t_2} \ln \left[\frac{I_0(100 - I_2)}{I_2(100 - I_0)} \right] \\ \beta_3 = -\frac{1}{100t_3} \ln \left[\frac{I_0(100 - I_3)}{I_3(100 - I_0)} \right] \end{cases}. \quad (17)$$

Здесь логарифмические значения меньше единицы, следовательно, $\beta_1, \beta_2, \beta_3 > 0$. На основе вычисленных β определяется среднее значение: $\beta_{cp} = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3) / 3$, которое используется в построении аппроксимирующей прогнозной кривой (13). В качестве примера построения кривой (13) мы взяли данные по рейтингу ТНЕ для Гонконгского университета (рис. 1). За нулевую отметку времени взят 2014 г., и для расчета по формулам (17) брались Overall Score в моменты времени $t_1 = 1, t_2 = 3, t_3 = 6$: $I_1(1) = 67,5, I_2(3) = 73, I_3(6) = 75,9$, при этом $I_0(0) = 65,3$. Расчеты по уравнению (13) приводят к кривой 1 на рис. 1.

Если же за стационарный уровень взять $I_{ст} = 80$, тогда заменяя в формулах (17) и в уравнении (13) $I_{ст} = 100$ на $I_{ст} = 80$, получим кривую 2 на рис. 1.

Отметим, что в первом случае $\beta_{cp} = 0,001018$, а во втором – $\beta_{cp} = 0,002067$.

От уравнения Ферхюльста, описывающего динамику Overall Score произвольного университета под действием коэффициента роста (эндогенный фактор, связанный с ресурсным обеспечением деятельности университета и его компетенциями) и внутриуниверситетской конкуренции, перейдем к модели конкурентных взаимодействий некоторого множества университетов, входящих в TOP- N одного из глобальных университетских рейтингов. В дальнейшем будем брать значение N равным 100.

В качестве такой модели хорошо подходит модель Лотки – Вольтерры [9–11]:

$$\frac{dx_i}{dt} = x_i \left[\alpha_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_j \right]. \quad (18)$$

В нашем случае для $N = 100$ эту систему уравнений запишем в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_1}{dt} = k_1 I_1 - \beta_1 I_1^2 - \gamma_{12} I_1 I_2 - \gamma_{13} I_1 I_3 - \dots - \gamma_{1,100} I_1 I_{100} \\ \frac{dI_2}{dt} = k_2 I_2 - \beta_2 I_2^2 - \gamma_{21} I_2 I_1 - \gamma_{23} I_2 I_3 - \dots - \gamma_{2,100} I_2 I_{100} \\ \vdots \\ \frac{dI_i}{dt} = k_i I_i - \beta_i I_i^2 - \gamma_{i1} I_i I_1 - \gamma_{i2} I_i I_2 - \dots - \gamma_{i,100} I_i I_{100} \\ \vdots \\ \frac{dI_{100}}{dt} = k_{100} I_{100} - \beta_{100} I_{100}^2 - \gamma_{100,1} I_{100} I_1 - \gamma_{100,2} I_{100} I_2 - \dots - \gamma_{100,99} I_{100} I_{99} \end{array} \right. , \quad (19)$$

где $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$ – коэффициент межуниверситетской конкуренции, $k_i / \beta_i = 100$, k_i и β_i – аналогичны коэффициентам уравнения (12).

Для решения системы уравнений (19) методом Рунге – Кутта (имеются стандартные программы) необходимо сначала сделать калибровку коэффициентов k_i , β_i , γ_{ij} по фактическим данным Overall Score TOP-100 какого-либо глобального университетского рейтинга за имеющиеся годы, после чего можно проделать прогнозные расчеты на несколько лет вперед (например, на пять лет).

Данная задача значительно упрощается, если в этой системе уравнений выбран произвольным образом i -й университет, а вместо остальных 99 университетов строится один условный агрегированный университет, тогда система уравнений (19) сводится к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dI_i}{dt} = k_i I_i - \beta_i I_i^2 - \gamma_{ia} I_i I_a \\ \frac{dI_a}{dt} = k_a I_a - \beta_a I_a^2 - \gamma_{ai} I_a I_i \end{array} \right. , \quad (20)$$

$$\text{где } I_a = \frac{I_1 + I_2 + \dots + I_{i-1} + I_{i+1} + \dots + I_{100}}{99}.$$

Нетривиальная особая точка системы уравнений (20) находится приравниванием к нулю ее правых частей, отсюда получим

$$\bar{I}_i = \frac{k_a \gamma_{ia} - k_i \beta_a}{\gamma_{ia}^2 - \beta_a \beta_i}, \bar{I}_a = \frac{k_i \gamma_{ia} - k_a \beta_i}{\gamma_{ia}^2 - \beta_a \beta_i}. \quad (21)$$

При $k_i = 100\beta_i$, $k_a = 100\beta_a$ получим

$$\bar{I}_i = \frac{100\beta_a(\gamma_{ia} - \beta_i)}{\gamma_{ia}^2 - \beta_a\beta_i}. \quad (22)$$

Например, при $\beta_a = \beta_i$ получим

$$\bar{I}_i = \bar{I}_a = \frac{100\beta_a}{\gamma_{ia} + \beta_a} < 100. \quad (23)$$

В рамках другого подхода к решению поставленной задачи рассмотрим вычисление интегральных индикаторов рейтингов ARWU (Total Score), THE и QS (Overall Score для обоих рейтингов) через значения их частных индикаторов. Эти вычисления проводятся на основе следующих формул:

$$Total\ Score = 0,1\ Alumni + 0,2\ Award + 0,2\ HiCi + 0,2\ N\&S + 0,2\ PUB + 0,1\ PCP; \quad (24)$$

$$Overall\ Score = 0,3\ T + 0,3\ R + 0,3\ C + 0,025\ II + 0,075\ IO; \quad (25)$$

$$Overall\ Score = 0,4\ AR + 0,2\ CpF + 0,1\ ER + 0,2\ FS + 0,05\ IF + 0,05\ IS. \quad (26)$$

Встает задача, каким образом мы можем варьировать значениями ключевых индикаторов указанных рейтингов, чтобы добиться вхождения университета, например, в хвост TOP-100 этих рейтингов. Рассмотрим такого рода расчеты для Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и Санкт-Петербургского государственного университета. Возьмем в качестве ключевых варьируемых индикаторов рейтинга ARWU индикаторы $HiCi = X$, $N\&S = Y$, $PUB = Z$, имеющие одинаковые веса (0,2).

Поставим для Санкт-Петербургского государственного университета задачу достижения рейтинга ARWU (2018 г.) для университета с рангом, равным 100 (табл. 3).

Другими словами, какие добавки x , y , z нужно сделать для значений индикаторов $HiCi$, $N\&S$, PUB , рейтинга Санкт-Петербургского государственного университета, чтобы достичь значения Total Score, равного значению The University of Texas M.D. Anderson Cancer Center (25,1)? Запишем тождественные уравнения

$$0,2(x + 5,7 + y + 36,4 + z) + 0,1(26,4 + 20,2) = 25,1 \Leftrightarrow x + y + z = 60,1. \quad (27)$$

Перейдем к самим значениям $HiCi = X$, $N\&S = Y$, $PUB = Z$, где $X = x + 0$, $Y = y + 5,7$, $Z = z + 36,4$. Сумма этих значений равна $x + 0 + y + 5,7 + z + 36,4 = 102,2$, так как $x + y + z = 60,1$.

Таким образом,

$$X + Y + Z = 102,2. \quad (28)$$

На основе уравнения (28) и ограничений $X \leq 100$, $Y \leq 100$, $Z \leq 100$ построена номограмма (рис. 2), которая дает множество троек (X, Y, Z) для Санкт-Петербургского государственного университета, при которых он достигает рейтинга университета, замыкающего TOP-100 рейтинга ARWU. На этой номограмме значения параметра X идут шагом 4 с 2 до 100, на ней также показаны процентные увеличения значений индикатора Y от его исходного значения $Y = 5,7$. Например, для $5,7 + 0,1 \cdot 5,7 = 6,27$ на пересечении значений X и Y стоит величина Z , рассчитываемая по формуле (28): $Z = 102,2 - 2 - 6,27 = 93,93$.

На этой номограмме ступенчатым образом ограничена область положительных значений индикаторов X , Y и Z , удовлетворяющих уравнению (28).

Допустим, планируется увеличение значения индикатора $PUB = Z$ с 36,4 до 52,8, а значения параметра $N\&S = Y$ с 5,7 до 7,41 (на 30%), тогда по номограмме (рис. 2) или по формуле (28) необходимо увеличить $HiCi = X$ с 0 до 41,99, что сделать достаточно проблематично.

Поставим теперь для Санкт-Петербургского государственного университета задачу достижения рейтинга QS (2019 г.) университета, имеющего ранг 100 (табл. 4). Другими словами, какие добавки x , y , z нужно сделать для значений индикаторов Academic Reputation, Citations Per Faculty, Faculty Student рейтинга Санкт-Петербургского государственного университета, чтобы достичь значения Overall Score, равного значению Purdue University (59,5)? Запишем тождественные уравнения:

$$2 \cdot 0,2 (35,3 + x) + 0,2 (4,8 + y + 95,2 + z) + 0,1 \cdot 31,3 + 0,05 \cdot 6 + 0,05 \cdot 31,8 = 59,2 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 39,14 + 0,2 (2x + y + z) = 59,5 \Leftrightarrow 2x + y + z = 101,8. \quad (29)$$

Перейдем к самим значениям Academic Reputation = X , Citations per Faculty = Y , Faculty Student = Z , где $X = x + 35,3$, $Y = y + 4,8$, $Z = z + 95,2$. Сумма этих значений равна $2x + 70,6 + y + 4,8 + z + 95,2 = 272,4$, так как $2x + y + z = 101,8$. Таким образом, для построения номограммы приходим к следующему линейному уравнению с ограничениями

$$\begin{cases} 2X + Y + Z = 242,4 \\ X \leq 100, Y \leq 100, Z \leq 100. \end{cases} \quad (30)$$

На его основе построена номограмма (рис. 3), которая дает множество троек (X, Y, Z) для Санкт-Петербургского государственного университета, при которых его рейтинг достигает рейтинга университета, замыкающего TOP-100 рейтинга QS. На этой номограмме значения $2X$ идут с шагом от 10 до 190%, на ней также показаны процентные увеличения Y от его исходного значения $Y = 4,8$. Например, для $4,8 +$

$0,1 \cdot 4,8 = 5,28$ на пересечении значений X и Y стоит величина Z , рассчитываемая по уравнению (30): $Z = 272,4 - 77,6 - 5,28 = 189,46$.

На номограмме ступенчатым образом и темной заливкой ограничена область положительных значений индикаторов X , Y и Z , удовлетворяющих уравнению (30).

Допустим, планируется значение индикатора Z оставить прежним (95,2), так как оно и так высокое, а значение индикатора X увеличить с 35,3 до 52,95 (на 50%, $2X = 105,9$), тогда по формуле (30) получим: $Y = 272,4 - 105,9 - 95,2 = 71,3$. Достижение этого значения Y будет проблематичным, так как оно в 14,9 раза ($71,3 / 4,8 \approx 14,9$) превышает его исходное значение.

Проведем аналогичные расчеты для Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в привязке к рейтингу ТНЕ за 2019 г. (табл. 5). Как и ранее встает вопрос, какие добавки x , y , z нужно сделать для значений индикаторов Teaching, Research, Citations, имеющих одинаковые веса (0,3), рейтинга Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, чтобы достичь значения Overall Score, равного значению University of Bonn (60,5)? Запишем тождественные уравнения:

$$0,3(74,2 + x + 61,6 + y + 15,8 + z) + 0,075 \cdot 89 + 0,025 \cdot 61,1 = 60,5 \Leftrightarrow 0,3(x + y + z) + 53,6825 = 60,5 \Leftrightarrow x + y + z = 22,725. \quad (31)$$

Перейдем к самим значениям Teaching = X , Research = Y , Citations = Z , где $X = x + 74,2$, $Y = y + 61,6$, $Z = z + 15,8$. Сумма этих значений равна $74,2 + x + 61,6 + y + 15,8 + z = 174,325$, так как $x + y + z = 22,725$. Тогда для построения номограммы приходим к следующему линейному уравнению с ограничениями:

$$\begin{cases} 2X + Y + Z = 174,325 \\ X \leq 100, Y \leq 100, Z \leq 100. \end{cases} \quad (32)$$

На основе (32) построены две номограммы (рис. 4), которые дают множество троек (X, Y, Z) для Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, при которых он достигает рейтинга университета, замыкающего TOP-100 рейтинга ТНЕ. На первой номограмме значения индикатора X идут шагом 5% с 5% до 40%, на ней также показаны процентные увеличения значений индикатора Y от его исходного значения $Y = 61,6$. Например, для $61,6 + 0,05 \cdot 61,6 = 64,68$ на пересечении значений X и Y стоит величина Z , рассчитываемая по уравнению (32): $Z = 174,325 - 77,91 - 64,68 = 31,735$.

На этой номограмме ступенчатым образом ограничена область положительных значений индикаторов X , Y , Z , удовлетворяющих (32).

Так как исходные значения X и Y у Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова выше, чем у университета Бонна, то мы их оставим

прежними. Тогда для достижения Overall Score немецкого университета получим значение Z : $Z = 174,325 - 74,2 - 61,6 = 38,525$, что сделать вполне реально.

Таким образом, нами рассмотрены два подхода, использующие методы математического моделирования в задаче прогнозирования вхождения университетов в TOP-100 глобальных университетских рейтингов.

К первому подходу отнесены:

- моделирование процесса вхождения университетов в TOP-100 глобальных рейтингов с помощью линейного однородного уравнения популяционной динамики с постоянным и переменным во времени (обратно пропорциональным времени) коэффициентом роста [1, 2];
- моделирование этого процесса уравнением Ферхюльста;
- моделирование этого процесса многомерной нелинейной системой уравнений популяционной динамики по типу уравнений конкурентных взаимодействий (модель Лотка-Вольтерра).

Ко второму подходу отнесен линейный анализ в прогнозной оценке заданной позиции университета в глобальных университетских рейтингах, сводящийся к решению линейного алгебраического уравнения с тремя неизвестными и ограничениями, наложенными на эти неизвестные.

Прогнозы по первому подходу, проделанные по рейтингам QS и THE для Уральского федерального университета в работах [1, 2], проверены нами по фактическим данным этих рейтингов, и они оказались неудовлетворительными. В рамках использования модели Ферхюльста была проделана аппроксимация фактических данных по рейтингу THE для Гонконгского университета логистической кривой. Использование системы уравнений популяционной динамики Лотки – Вольтерры для решения нашей задачи было рассмотрено в теоретическом плане.

Второй подход был реализован на примере расчетов по вхождению Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и Санкт-Петербургского государственного университета в TOP-100 глобальных университетских рейтингов.

Таблица 1

Дорожная карта продвижения Уральского федерального университета в рейтинге THE с 2012 по 2020 г. в сравнении с фактическими данными

Table 1

Roadmap for improving the Ural Federal University's *THE* ranking from 2012 to 2020, compared to the actual data

Показатель	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
$R_{\max}$	600	543	485	409	328	253	188	136	97
$R_{\min}$	600	560	526	475	410	338	267	204	150
$I_{\max}$	0	13,8	22,3	29,5	36	42	47,6	52,9	58
$I_{\min}$	0	9,7	16,9	23,4	29,5	35,2	40,7	46,1	51,3
$R_{\text{факт}}$	–	–	–	–	601–800	800+	1 001+	1 001+	1 001+
$I_{\text{факт}}$	–	–	–	–	–	8,3–18,5	9,2–15,5	9,8–18,9	10,7–22,1

Источник: [1]; данные рейтинга THE для Уральского федерального университета.

URL: www.timeshighereducation.com

Source: [1]; data of the Ural Federal University's *THE* ranking. URL: www.timeshighereducation.com

Таблица 2

Дорожная карта продвижения Уральского федерального университета (УрФУ) в рейтинге QS с 2012 по 2020 г. в сравнении с фактическими данными

Table 2

Roadmap for improving the Ural Federal University's *QS* ranking from 2012 to 2020, compared to the actual data

Показатель	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
KAIST	351	264	210	175	150	132	119	109	101
UNIBO	388	316	274	247	230	219	211	205	202
План УрФУ	482	333	250	199	166	143	126	114	104
Факт УрФУ	451–500	–	501–550	551–600	601–650	601–650	491–500	412	364

Источник: [2]; данные рейтинга QS для Уральского федерального университета.

URL: www.topuniversities.com

Source: [2]; data of the Ural Federal University's *QS* ranking. URL: www.topuniversities.com

Таблица 3

Значения частных индикаторов и Total Score рейтинга ARWU для Санкт-Петербургского государственного университета и университета, замыкающего TOP-100 этого рейтинга

Table 3

ARWU Rating's specific indicators and Total Score values for the Saint Petersburg State University and for the University at the bottom of the ARWU TOP-100 list

ARWU/ 2018	Университет	Total Score	Alumni (10%)	Award (20%)	HiCi (20%)	N&S (20%)	PUB (20%)	PCP (10%)	Total Score, формула (26)
					<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>		
100	The University of Texas M.D. Anderson Cancer Center	25,1	0	0	31,8	23	42,7	50,7	24,57
301–400	Saint Petersburg State University	–	26,4	0	0	5,7	36,4	20,2	13,08

Источник: данные рейтинга ARWU для Санкт-Петербургского государственного университета.
URL: <http://www.shanghairanking.com>

Source: Data of the ARWU ranking for the Saint Petersburg State University.
URL: <http://www.shanghairanking.com>

Таблица 4

Значения частных индикаторов и Overall Score рейтинга QS для Санкт-Петербургского государственного университета и университета, замыкающего TOP-100 этого рейтинга

Table 4

QS Rating's specific indicators and Overall Score values for the Saint Petersburg State University and for the University at the bottom of the QS TOP-100 list

QS/ 2019	Университет	Overall Score	Academic Reputation (40%)	Citations per Faculty (20%)	Faculty Student (20%)	Employer Reputation (10%)	International Faculty (5%)	International Students (5%)	Overall Score, формула (28)
			<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>				
100	Purdue University	59,5	65,7	58,3	35,2	60,7	97,5	69,2	59,39
235	St. Petersburg University	39,2	35,3	4,8	95,2	31,3	6	31,8	39,14

Источник: данные рейтинга QS для Санкт-Петербургского государственного университета.
URL: www.topuniversities.com

Source: Data of the QS ranking for the Saint Petersburg State University.
URL: www.topuniversities.com

Таблица 5

Значения частных индикаторов и Overall Score рейтинга THE для Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и университета, замыкающего TOP-100 этого рейтинга

Table 5

THE Rating's specific indicators and Overall Score values for the Lomonosov Moscow State University and for the University at the bottom of THE TOP-100 list

THE/ 2018	Университет	Overall Score	Teaching (30%)	Research (30%)	Citations (30%)	Industry Income (7,5%)	International Outlook (2,5%)	Overall Score, формула (27)
			<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>			
100	University of Bonn	60,5	47,3	41,6	91,3	83,5	58,4	61,8
194	Lomonosov Moscow State University	52,3	74,2	61,6	15,8	89	61,1	53,7

Источник: данные рейтинга THE для Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. URL: www.timeshighereducation.com

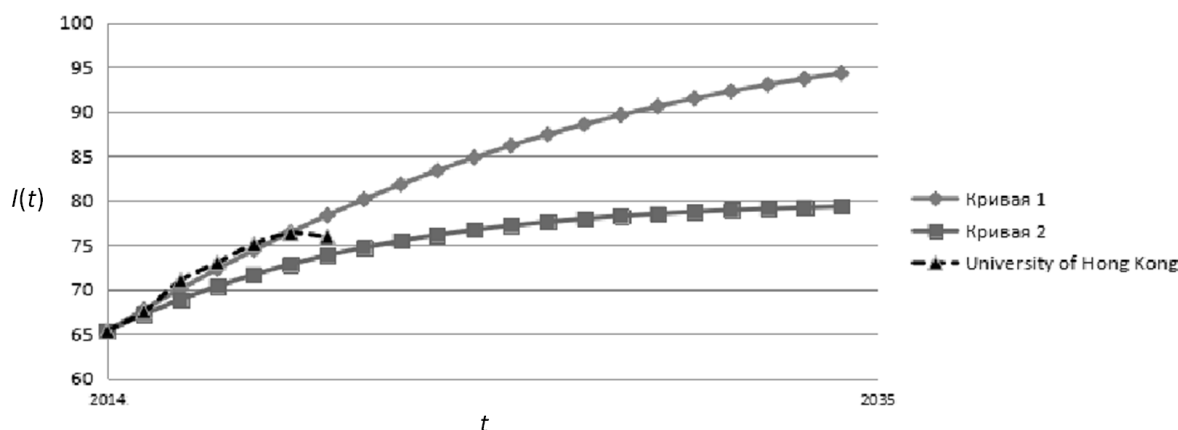
Source: Data of the THE ranking for the Lomonosov Moscow State University. URL: www.timeshighereducation.com

Рисунок 1

Рассчитанная динамика Overall Score рейтинга THE для Гонконгского университета

Figure 1

Calculated dynamics of THE Rating's Overall Score for the University of Hong Kong



Источник: расчеты авторов по уравнению (13) и формулам (17); данные рейтинга THE для Гонконгского университета. URL: www.timeshighereducation.com

Source: Authoring, based on the equation (13) and formula (17); data of THE ranking for the University of Hong Kong. URL: www.timeshighereducation.com

Рисунок 2

Номотграмма для расчета возможности вхождения Санкт-Петербургского государственного университета в хвост TOP-100 рейтинга ARWU-2018

Figure 2

Nomogram for considering the possibility for the Saint Petersburg State University to be included at the end of TOP-100 ARWU Ranking 2018

Z	Y																	
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	...	100%	300%	500%	700%	900%	1 000%	1 200%	1 400%	1 600%	1 800%	
2	6,27	6,84	7,41	7,98	8,55	9,12	...	11,4	22,8	34,2	45,6	57	62,7	74,1	85,5	96,9	108,3	
6	89,93	89,36	88,79	88,22	87,65	87,08	...	88,8	77,4	66	54,6	43,2	37,5	26,1	14,7	3,3	-8,1	
10	85,93	85,36	84,79	84,22	83,65	83,08	...	84,8	73,4	62	50,6	39,2	33,5	22,1	10,7	-0,7	-12,1	
14	81,93	81,36	80,79	80,22	79,65	79,08	...	80,8	69,4	58	46,6	35,2	29,5	18,1	6,7	-4,7	-16,1	
18	77,93	77,36	76,79	76,22	75,65	75,08	...	76,8	65,4	54	42,6	31,2	25,5	14,1	2,7	-8,7	-20,1	
22	73,93	73,36	72,79	72,22	71,65	71,08	...	72,8	61,4	50	38,6	27,2	21,5	10,1	-1,3	-12,7	-24,1	
26	69,93	69,36	68,79	68,22	67,65	67,08	...	68,8	57,4	46	34,6	23,2	17,5	6,1	-5,3	-16,7	-28,1	
30	65,93	65,36	64,79	64,22	63,65	63,08	...	64,8	53,4	42	30,6	19,2	13,5	2,1	-9,3	-20,7	-32,1	
34	61,93	61,36	60,79	60,22	59,65	59,08	...	60,8	49,4	38	26,6	15,2	9,5	-1,9	-13,3	-24,7	-36,1	
38	57,93	57,36	56,79	56,22	55,65	55,08	...	56,8	45,4	34	22,6	11,2	5,5	-5,9	-17,3	-28,7	-40,1	
42	53,93	53,36	52,79	52,22	51,65	51,08	...	52,8	41,4	30	18,6	7,2	1,5	-9,9	-21,3	-32,7	-44,1	
46	49,93	49,36	48,79	48,22	47,65	47,08	...	48,8	37,4	26	14,6	3,2	-2,5	-13,9	-25,3	-36,7	-48,1	
50	45,93	45,36	44,79	44,22	43,65	43,08	...	44,8	33,4	22	10,6	-0,8	-6,5	-17,9	-29,3	-40,7	-52,1	
54	41,93	41,36	40,79	40,22	39,65	39,08	...	40,8	29,4	18	6,6	-4,8	-10,5	-21,9	-33,3	-44,7	-56,1	
58	37,93	37,36	36,79	36,22	35,65	35,08	...	36,8	25,4	14	2,6	-8,8	-14,5	-25,9	-37,3	-48,7	-60,1	
62	33,93	33,36	32,79	32,22	31,65	31,08	...	32,8	21,4	10	-1,4	-12,8	-18,5	-29,9	-41,3	-52,7	-64,1	
66	29,93	29,36	28,79	28,22	27,65	27,08	...	28,8	17,4	6	-5,4	-16,8	-22,5	-33,9	-45,3	-56,7	-68,1	
70	25,93	25,36	24,79	24,22	23,65	23,08	...	24,8	13,4	2	-9,4	-20,8	-26,5	-37,9	-49,3	-60,7	-72,1	
74	21,93	21,36	20,79	20,22	19,65	19,08	...	20,8	9,4	-2	-13,4	-24,8	-30,5	-41,9	-53,3	-64,7	-76,1	
78	17,93	17,36	16,79	16,22	15,65	15,08	...	16,8	5,4	-6	-17,4	-28,8	-34,5	-45,9	-57,3	-68,7	-80,1	
82	13,93	13,36	12,79	12,22	11,65	11,08	...	12,8	1,4	-10	-21,4	-32,8	-38,5	-49,9	-61,3	-72,7	-84,1	
86	9,93	9,36	8,79	8,22	7,65	7,08	...	8,8	-2,6	-14	-25,4	-36,8	-42,5	-53,9	-65,3	-76,7	-88,1	
90	5,93	5,36	4,79	4,22	3,65	3,08	...	4,8	-6,6	-18	-29,4	-40,8	-46,5	-57,9	-69,3	-80,7	-92,1	
94	1,93	1,36	0,79	0,22	-0,35	-0,92	...	0,8	-10,6	-22	-35,4	-46,8	-52,5	-63,9	-75,3	-86,7	-98,1	
98	-2,07	-2,64	-3,21	-3,78	-4,35	-4,92	...	-3,2	-14,6	-26	-37,4	-48,8	-54,5	-65,9	-77,3	-88,7	-100,1	
100	-4,07	-4,64	-5,21	-5,78	-6,35	-6,92	...	-7,2	-18,6	-30	-41,4	-52,8	-58,5	-69,9	-81,3	-92,7	-104,1	
							...	-9,2	-20,6	-32	-43,4	-54,8	-60,5	-71,9	-83,3	-94,7	-106,1	

Примечание. 2, 6, 10, ..., 100 – значения X; 10%, 20%, ..., 1 800% показывают увеличение начального значения Y = 5,7, ниже приведены сами значения Y; ограничена ступенчатая область положительных значений Z, удовлетворяющих уравнению (5) и X, Y, Z ≤ 100.

Источник: расчеты авторов по уравнению (28) и ограничениям X, Y, Z ≤ 100

Source: Authoring, based on the equation (28) and constraints X, Y, Z ≤ 100

Рисунок 3

Номотграмма для расчета возможности вхождения Санкт-Петербургского государственного университета в хвост TOP-100 рейтинга QS-2019

Figure 3

Nomogram for considering the possibility for the Saint Petersburg State University to be included at the end of TOP-100 QS Ranking 2019

Z	Y																		
	10%	20%	30%	40%	50%	60%	100%	200%	300%	400%	1000%	1100%	1200%	1400%	1600%	1800%	2000%		
2X	77,66	189,46	188,5	188,02	187,54	187,06	185,14	180,34	175,54	170,74	141,94	137,14	132,34	122,74	113,14	103,54	93,94		
	81,19	185,93	184,97	184,49	184,01	183,53	181,61	176,81	172,01	167,21	138,41	133,61	128,81	119,21	109,61	100,01	90,41		
	84,72	182,4	181,44	180,96	180,48	180	178,08	173,28	168,48	163,68	134,88	130,08	125,28	115,68	106,08	96,48	86,88		
	88,25	178,87	178,39	177,91	177,43	176,95	176,47	174,55	169,75	164,95	160,15	131,35	126,55	121,75	112,15	102,55	92,95		
	91,78	175,34	174,86	174,38	173,9	173,42	172,94	171,02	166,22	161,42	156,62	127,82	123,02	118,22	108,62	99,02	89,42		
	95,31	171,81	171,33	170,85	170,37	169,89	169,41	167,49	162,69	157,89	153,09	124,29	119,49	114,69	105,09	95,49	85,89		
	98,84	168,28	167,8	167,32	166,84	166,36	165,88	163,96	159,16	154,36	149,56	120,76	115,96	111,16	101,56	91,96	82,36		
	102,37	164,75	164,27	163,79	163,31	162,83	162,35	160,43	155,63	150,83	146,03	117,23	112,43	107,63	98,03	88,43	78,83		
	105,9	161,22	160,74	160,26	159,78	159,3	158,82	156,9	152,1	147,3	142,5	113,7	108,9	104,1	94,5	84,9	75,3		
	112,96	154,16	153,68	153,2	152,72	152,24	151,76	149,84	145,04	140,24	135,44	106,64	101,84	97,04	87,44	77,84	68,24		
	120,02	147,1	146,62	146,14	145,66	145,18	144,7	142,78	137,98	133,18	128,38	99,58	94,78	89,98	80,38	70,78	61,18		
	127,08	140,04	139,56	139,08	138,6	138,12	137,64	135,72	130,92	126,12	121,32	92,52	87,72	82,92	73,32	63,72	54,12		
	134,14	132,98	132,5	132,02	131,54	131,06	130,58	128,66	123,86	119,06	114,26	85,46	80,66	75,86	66,26	56,66	47,06		
	141,2	125,92	125,44	124,96	124,48	124	123,52	121,6	116,8	112	107,2	78,4	73,6	68,8	59,2	49,6	40		
	148,26	118,86	118,38	117,9	117,42	116,94	116,46	114,54	109,74	104,94	100,14	71,34	66,54	61,74	52,14	42,54	32,94		
	155,32	111,8	111,32	110,84	110,36	109,88	109,4	107,48	102,68	97,88	93,08	64,28	59,48	54,68	45,08	35,48	25,88		
	162,38	104,74	104,26	103,78	103,3	102,82	102,34	100,42	95,62	90,82	86,02	57,22	52,42	47,62	38,02	28,42	18,82		
	169,44	97,68	97,2	96,72	96,24	95,76	95,28	93,36	88,56	83,76	78,96	50,16	45,36	40,56	30,96	21,36	11,76		
	176,5	90,62	90,14	89,66	89,18	88,7	88,22	86,3	81,5	76,7	71,9	43,1	38,3	33,5	23,9	14,3	4,7		
183,56	83,56	83,08	82,6	82,12	81,64	81,16	79,24	74,44	69,64	64,84	36,04	31,24	26,44	16,84	7,24	-2,36			
190,62	76,5	76,02	75,54	75,06	74,58	74,1	72,18	67,38	62,58	57,78	28,98	24,18	19,38	9,78	0,18	-9,42			
197,68	69,44	68,96	68,48	68	67,52	67,04	65,12	60,32	55,52	50,72	21,92	17,12	12,32	2,72	-6,88	-16,48			
204,74	62,38	61,9	61,42	60,94	60,46	59,98	58,06	53,26	48,46	43,66	14,86	10,06	5,26	-4,34	-13,94	-23,54			

Источник: расчеты авторов по уравнению (30) с ограничениями

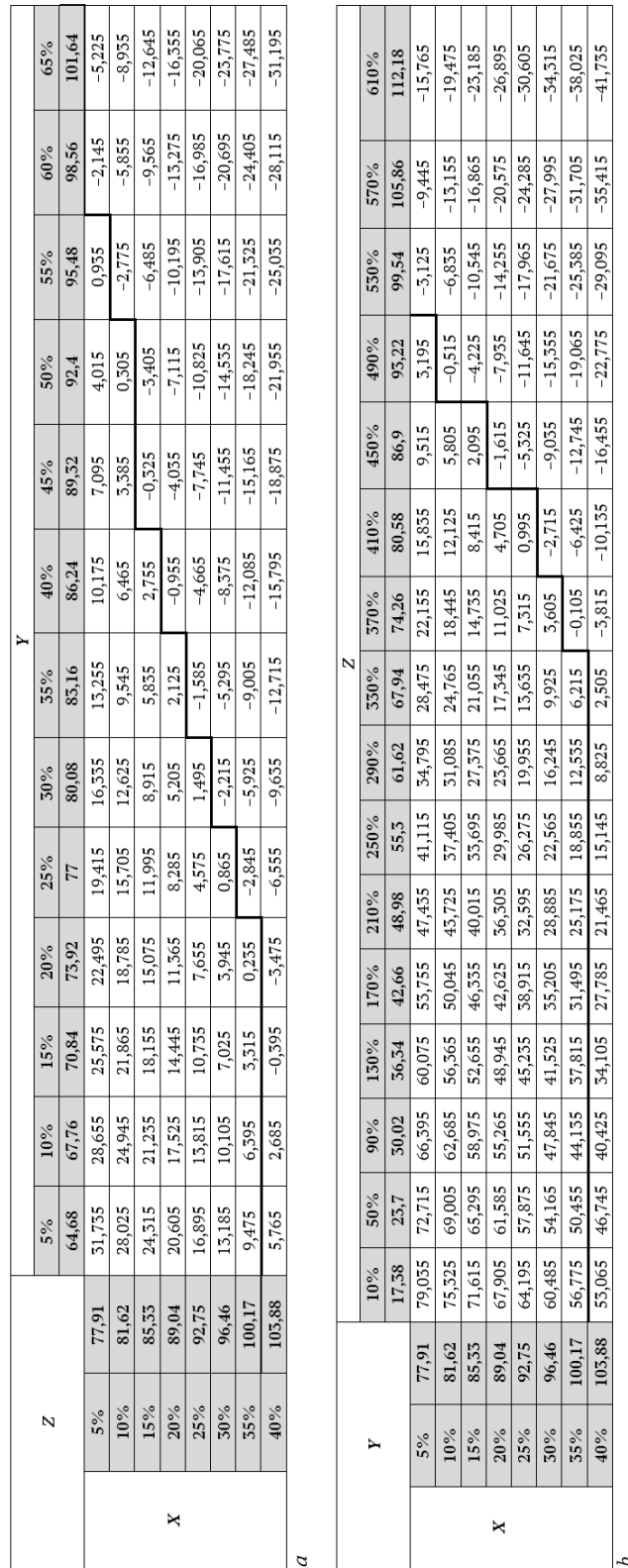
Source: Authoring, based on the equation (30) with constraints

Рисунок 4

Номограммы для расчета возможности вхождения Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова в хвост TOP-100 рейтинга THE-2019: *a* – на небольшом интервале значений, *b* – на расширенном интервале значений

Figure 4

Nomogram for considering the possibility for the Lomonosov Moscow State University to be included at the end of TOP-100 THE Ranking 2019: *a* – at a short interval of values; *b* – at an extended interval of values



Источник: расчеты авторов по уравнению (32) с ограничениями

Source: Authoring, based on the equation (32) with constraints

Список литературы

1. Неудачин И.Г., Рогович В.И. Алгоритм оптимизации места университета в мировых рейтингах // Актуальные проблемы гуманитарных и естественных наук. 2013. № 6. С. 23–29. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-optimizatsii-mesta-universiteta-v-mirovyh-reytingah/viewer>
2. Неудачин И.Г., Рогович В.И. Инновационная модель роста университета в глобальных рейтингах // Гаудеамус. 2013. № 2. С. 226–230. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/innovatsionnaya-model-rosta-universiteta-v-globalnyh-reytingah/viewer>
3. Мелешкин М.И. О перспективах вхождения российских университетов в первую сотню ведущих университетов мира по рейтингу Times Higher Education // Экономический анализ: теория и практика. 2014. № 19. С. 56–62. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-perspektivah-vhozhdeniya-rossiyskih-universitetov-v-pervuyu-sotnyu-vedushih-universitetov-mira-po-reytingu-times-higher-education/viewer>
4. Мелешкин М.И., Забоев М.В. Использование карт Кохонена для оценки конкурентоспособности ведущих российских университетов среди мировых научно-образовательных центров // Управленческое консультирование. 2014. № 10. С. 102–114. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-kart-kohonena-dlya-otsenki-konkurentosposobnosti-vedushih-rossiyskih-universitetov-sredi-mirovyh/viewer>
5. Забоев М.В., Мелешкин М.И. Оценка перспектив вхождения российских университетов в первую сотню ведущих мировых университетов с использованием нейросетевых методов кластеризации данных // Прикладная информатика. 2015. Т. 10. № 3. С. 52–61. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-perspektiv-vhozhdeniya-rossiyskih-universitetov-v-pervuyu-sotnyu-vedushih-mirovyh-universitetov-s-ispolzovaniem-neyrosetevyh/viewer>
6. Московкин В.М., Чжан Хэ, Садовски М.В. Какие российские университеты имеют шансы войти в 2020 г. в TOP-100 трех ведущих мировых рейтингов? // Экономика науки. 2019. Т. 5. № 2. С. 143–156. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kakie-rossii-skie-universitety-imeyut-shansy-voi-ti-v-2020-g-v-top-100-tre-h-vedushih-mirovyh-rei-tingov/viewer>
7. Verhulst P.-F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique*, 1838, vol. 10, pp. 113–121.
8. Московкин В.М., Журавка А.В. Пьер-Франсуа Верхульст – забытый первооткрыватель закона логистического роста и один из основателей

- экономической динамики // Наука та наукознавство. 2003. № 2. С. 75–84.
URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/427/1/Moskovkin_science0302.pdf
9. *Volterra V.* Variations and Fluctuations of the Number of Individuals in Animal Species Living Together. In: R.N. Chapman (Ed.), *Animal Ecology*. New York, McGraw-Hill, 1926.
10. *Московкин В.М., Журавка А.В.* Моделирование конкурентно-кооперационных взаимодействий (контекст уравнений популяционной динамики в социально-экономических системах) // Бизнес Информ. 2002. № 5-6. С. 27–34.
URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/7968/1/Moskovkin_Modelirovani%20konkurentno-kooper_vzaimod.pdf (In Russ.)
11. *Moskovkin V.M., Merkulov S.I., Suleiman B.N.E., Lesovik R.V.* Theorem about the Number and Structure of the Singular Points N-Dimensional Dynamical System of Population Dynamics Lotka–Volterra in Context of Information Analysis and Modeling. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 25, no. 12, pp. 1751–1753.
URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/7405/1/Moskovkin_Theorem%20about%20the%20Number.pdf

Информация о конфликте интересов

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

METHODS OF MATHEMATICAL MODELING FOR PREDICTING UNIVERSITY ENTRY INTO TOP-100 WORLD UNIVERSITY RANKINGS

Vladimir M. MOSKOVKIN ^{a,*}, He ZHANG ^b

^a Belgorod State National Research University (BSU),
Belgorod, Russian Federation
moskovkin@bsu.edu.ru
<https://orcid.org/0000-0001-5587-4133>

^b Belgorod State National Research University (BSU),
Belgorod, Russian Federation
2695694838@qq.com
<https://orcid.org/0000-0001-8654-0697>

* Corresponding author

Article history:

Article No. 225/2020
Received 20 April 2020
Received in revised form
21 May 2020
Accepted 11 June 2020
Available online
30 July 2020

JEL classification: C02

Keywords: projection,
population dynamics
equation, TOP-100
World University
Rankings, Overall Score,
Total Score

Abstract

Subject. The article focuses on mathematical methods for predicting university entry into TOP-100 World University Rankings.

Objectives. The purpose of the study is to develop mathematical modeling techniques for predicting university entry into TOP-100 World University Rankings.

Methods. We consider two approaches in mathematical simulation for the said purpose. The first approach employs population dynamics equations, including the Verhulst and the Lotka-Volterra equations. The second approach uses linear algebraic equation in three variables together with the variables constraints.

Results. Population dynamics equations enable to model improvement in university performance expressed by Total Score or Overall Score indicator, to define intra-university competition and competition between universities of the World University Rankings. Linear algebraic equations provide projections of a university's specified position in the world rankings. We made clear mathematical statement of the problems; solved the problem that relates to entering TOP-100 of three global rankings (ARWU, THE, QS) by the Moscow State University and St. Petersburg University.

Conclusions. We assume that the offered approaches will be useful for university managers who monitor and guide their university positioning.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2020

Please cite this article as: Moskovkin V.M., Zhang He. Methods of Mathematical Modeling for Predicting University Entry into Top-100 World University Rankings. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2020, vol. 19, iss. 7, pp. 1360–1384.
<https://doi.org/10.24891/ea.19.7.1360>

References

1. Neudachin I.G., Rogovich V.I. [Algorithm for optimizing the university position in world rankings]. *Aktual'nye problemy gumanitarnykh i estestvennykh nauk = Topical Issues of Humanities and Sciences*, 2013, no. 6, pp. 23–29.

- URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/algorithm-optimizatsii-mesta-universiteta-v-mirovyh-reytingah/viewer> (In Russ.)
2. Neudachin I.G., Rogovich V.I. [Innovative model for university's position improvement in global rankings]. *Gaudeamus*, 2013, no. 2, pp. 226–230.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/innovatsionnaya-model-rosta-universiteta-v-globalnyh-reytingah/viewer> (In Russ.)
 3. Meleshkin M.I. [On prospects of Russia's higher education institutions' entering the top 100 world leading universities according to the Times Higher Education ranking]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2014, no. 19, pp. 56–62. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/o-perspektivah-vhozhdeniya-rossiyskih-universitetov-v-pervuyu-sotnyu-veduschih-universitetov-mira-po-reytingu-times-higher-education/viewer> (In Russ.)
 4. Meleshkin M.I., Zaboev M.V. [The Application of Self-Organizing Kohonen Maps for Evaluation of the Competitive Position of the Leading Russian Universities among the World's Academic Centers]. *Upravlencheskoe konsul'tirovanie = Administrative Consultation*, 2014, no. 10, pp. 102–114.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-kart-kohonena-dlya-otsenki-konkurentosposobnosti-veduschih-rossiyskih-universitetov-sredi-mirovyh/viewer> (In Russ.)
 5. Zaboev M.V., Meleshkin M.I. [Evaluation of the prospects Russian universities to be among the first hundred of the world's leading universities with the use of neural network methods clustering of data]. *Prikladnaya informatika = Journal of Applied Informatics*, 2015, vol. 10, no. 3, S. 52–61.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-perspektiv-vhozhdeniya-rossiyskih-universitetov-v-pervuyu-sotnyu-veduschih-mirovyh-universitetov-s-ispolzovaniem-neyrosetevyh/viewer> (In Russ.)
 6. Moskovkin V.M., Zhang He, Sadovski M.V. [What Russian universities have chances to enter in 2020 TOP-100 of three leading world rankings?]. *Ekonomika nauki = The Economics of Science*, 2019, vol. 5, no. 2, S. 143–156.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/kakie-rossii-skie-universitety-imeyut-shansy-voi-ti-v-2020-g-v-top-100-tre-h-veduschih-mirovyh-rei-tingov/viewer> (In Russ.)
 7. Verhulst P.-F. Notice sur la loi que la population poursuit dans son accroissement. *Correspondance mathématique et physique*, 1838, vol. 10, pp. 113–121.
 8. Moskovkin V.M., Zhuravka A.V. [Pierre François Verhulst as a forgotten discoverer of the logistic growth law and one of the founders of economic dynamics]. *Hayka na nauchoznavstvo*, 2003, no. 2, pp. 75–84.
URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/427/1/Moskovkin_science0302.pdf (In Russ.)

9. Volterra V. Variations and Fluctuations of the Number of Individuals in Animal Species Living Together. In: R.N. Chapman (Ed.) *Animal Ecology*. New York, NY, McGraw-Hill, 1926.
10. Moskovkin V.M., Zhuravka A.V. [Modeling the competition and cooperation (population dynamics equations in social and economic systems)]. *Business Inform*, 2002, no. 5-6, pp. 27–34. URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/7968/1/Moskovkin_Modelirovanie%20konkurentno-kooper_vzaimod.pdf (In Russ.)
11. Moskovkin V.M., Merkulov S.I., Suleiman B.N.E., Lesovik R.V. Theorem about the Number and Structure of the Singular Points N-Dimensional Dynamical System of Population Dynamics Lotka–Volterra in Context of Information Analysis and Modeling. *World Applied Sciences Journal*, 2013, vol. 25, no. 12, pp. 1751–1753. URL: http://dspace.bsu.edu.ru/bitstream/123456789/7405/1/Moskovkin_Theorem%20about%20the%20Number.pdf

Conflict-of-interest notification

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.