

**РАВНОВЕСНОЕ И МЕЖОТРАСЛЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ\*****Рамзия Ризаевна ДУЖИНСКИ <sup>а</sup>, Евгений Львович ТОРОПЦЕВ <sup>б</sup>,  
Александр Сергеевич МАРАХОВСКИЙ <sup>с</sup>**

<sup>а</sup> доктор психологических наук, профессор, Колледж гуманитарных и естественных наук,  
Университет Нэшнл Льюис, Чикаго, Соединенные Штаты Америки  
ramzia@aol.com  
ORCID: отсутствует  
SPIN-код: отсутствует

<sup>б</sup> доктор экономических наук, профессор кафедры бизнес-информатики,  
Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь, Российская Федерация  
eltoroptsev@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-4036-6002>  
SPIN-код: 7087-1760

<sup>с</sup> доктор экономических наук, доцент, научный консультант, индивидуальный предприниматель,  
Ставрополь, Российская Федерация  
marahov@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-2248-8425>  
SPIN-код: 5356-5570

\* Ответственный автор

**История статьи:**

Получена 30.03.2018  
Получена в доработанном  
виде 25.05.2018  
Одобрена 21.06.2018  
Доступна онлайн 29.08.2018

УДК 330.366  
JEL: B41, C02, C61, C68

**Ключевые слова:**

структурная устойчивость,  
CGE-модели,  
межотраслевой баланс

**Аннотация**

**Предмет.** Проблема структурной устойчивости экономических систем и ее моделирование.

**Цели.** Анализ факторов, плохо поддающихся моделированию вообще и при исследовании проблем устойчивости экономики в частности. Разработка способов повышения обоснованности, эффективности и практической ценности применения равновесных моделей для отображения различных вариантов экономической политики, ее результатов и перспектив. Обоснование целесообразности моделирования задач устойчивости, экономического роста и экономической политики на базе комплекса из вычислимых моделей общего равновесия и динамических межотраслевых моделей. Разработка математического алгоритма оптимизации собственных динамических свойств экономических систем, вспомогательных функций качества переходных процессов, имитирующих инвестиционную деятельность в экономике как необходимое условие роста.

**Методология.** Проводится анализ двух методологий математического моделирования экономических систем с точки зрения перспективы их объединения в комплекс. Первая материализуется вычислительными моделями общего экономического равновесия. Вторая – межотраслевым балансом при его записи в виде системы алгебраических и дифференциальных уравнений высокой размерности.

**Результаты.** Модели общего равновесия имеют осязаемые границы применимости, очерченные положениями неоклассической экономической теории. Они функционируют в отлаженных и устойчиво работающих экономиках и могут воспроизводить варианты тонкой настройки таких систем. Результаты межотраслевого моделирования могут обусловить практическую полезность агентного моделирования или заставить усомниться в его адекватности.

**Выводы.** Результаты равновесного и межотраслевого моделирования взаимно дополняют и модифицируют друг друга. Комплекс из двух моделей позволяет решать структурные проблемы экономики, вопросы устойчивости и качества переходных процессов, разрабатывать сценарии экономической политики и оценивать эффективность ее проведения.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2018

**Для цитирования:** Дужински Р.Р., Торопцев Е.Л., Мараховский А.С. Равновесное и межотраслевое моделирование устойчивости экономических систем // *Экономический анализ: теория и практика*. – 2018. – Т. 17, № 8. – С. 1528 – 1544.  
<https://doi.org/10.24891/ea.17.8.1528>

Явно перегруженному смыслами понятию «устойчивость» Википедия дает такое определение: «Устойчивость – способность системы сохранять текущее состояние при влиянии внешних воздействий». Чтобы представить себе интерес человечества к теме устойчивости, достаточно привести следующий список звездных имен ученых, посвятивших свои труды исследованию этого феномена: В.И. Арнольд, Г.С. Бюшгенц, Л. Вальрас, А.А. Горев, А. Гурвиц, Л.В. Докучаев, П.С. Жданов, Н.Д. Кондратьев, П.-С. Лаплас, Ж.-Л. Лагранж, К. Ланкастер, С.А. Лебедев, В.В. Леонтьев, А.М. Ляпунов, А. Маршалл, А.И. Михайлов, Г. Найквист, Дж. фон Нейман, Ж.А. Пуанкаре, Э.Д. Раус, П. Самуэльсон, Е.Е. Слуцкий, М.А. Тайц, С.П. Тимошенко, Ф. Хан, Дж. Хикс, К. Эрроу, У.Р. Эшби. Причем полный список в несколько раз длиннее. Говоря об устойчивости имеют в виду системную, колебательную, апериодическую, с областью притяжения, «в целом», «в большом», «в малом», статическую, динамическую, по Ляпунову, по Лагранжу и другие, а экономисты исследуют устойчивость социально-экономическую, финансовую, банковскую, устойчивость фирмы, денежной системы, бюджетного процесса и прочие варианты ее проявления [1, 2].

Наша работа посвящена вопросам устойчивости экономических систем в соответствии с заявленными в аннотации целями. Это сложно ровно так же, как сложна сама хозяйственная деятельность, причем все различно на различных уровнях ее иерархии. Мы будем говорить о макроэкономике, и сразу обратим внимание на то, что ее устойчивость диагностируется как в терминах экономической статистики, так и в строгом математическом смысле и является желанной целью для власти и общества. При этом чисто

математически, например, в свете корневых критериев устойчивости, экономическая система должна быть статически неустойчивой. Это мы к тому, что устойчивыми принято называть растущие, расширяющиеся экономики, в которых экономический рост прочно связан не просто со сбалансированным ростом производства (вплоть до пределов, ограниченных располагаемыми факторами производства и современным технологическим укладом развитой части человечества), а со следующим за ним ростом благосостояния населения, с его стабильной «уверенностью в завтрашнем дне» во всех отношениях [3].

Перед изложением содержательной части статьи, опирающейся на математические методы и результаты теорий дифференциальных уравнений, линейной алгебры и исследования операций, укажем факторы, которые не поддаются или плохо поддаются моделированию, но отвечают за качество переходных процессов в экономике в направлении достижения ими траекторий так называемого сбалансированного экономического роста, которые экономисты-математики в XX в. назвали магистральными или бесконечно оптимальными. Изложение основ моделирования экономической динамики и магистральной теории можно видеть в работах [4, 5].

Модели развития экономических систем формируются не только в символическом виде (например, равновесные, агентные, межотраслевые и пр.), но и в сознании лиц, принимающих экономические и политические решения (ЛПР). Обобщенно назовем данную группу лиц правительством и отдадим себе отчет в том, что оно максимизирует свою собственную «функцию полезности», о которой далеко не всегда и не все известно обществу, при ощущаемых правительством ограничениях. В вербальном описании избираемой модели экономического поведения декларируется, что она призвана обеспечить

\* Статья подготовлена при финансовой поддержке РФФИ. Грант № 18-010-00193А «Расширение информационно-аналитических возможностей CGE-моделей на основе динамического межотраслевого баланса».

процесс развития, гарантирующий стране максимально выгодную (то есть оптимальную из всех возможных) позицию в современном мире.

В математическом описании проблемы устойчивости можно опираться на показатели степени экономического роста, управляемости, чувствительности экономики к инвестициям с параллельным решением задач максимизации функций полезности. Для успешного решения задач устойчивости формализованными методами требуется постоянный запрос со стороны правительства на результаты математического моделирования и оптимизации, на разработку и применение инструментов планирования и прогнозирования.

В современной экономической истории России нам памятен только один прецедент, когда к плано-прогнозному инструментарию действительно вернулись. Это было в 1998 г., в период самого серьезного и многомерного кризиса в современной России. Тогда на должность Председателя Правительства РФ был приглашен Е.М. Примаков, который призвал себе в первые заместители Ю.Д. Маслюкова, а он среди многих ответственных должностей занимал такие, как заместитель, а затем и Председатель Госплана СССР. Либералы тогда ушли в тень, правительство Е.М. Примакова работало с 11 сентября 1998 г. по 12 мая 1999 г., и Россия преодолела кризис, который грозил уничтожить ее как геополитическую реальность.

Почему же современное правительство пренебрегает названными инструментами и не имеет структуры, эквивалентной Госплану? Ответ находим в работе [6], где утверждается, что современная экономика, особенно после 2008 г., плохо поддается прогнозированию, а о планировании в упомянутой работе [6] вовсе нет ни слова. Причиной тому не просто современный кризис, а кризис-матрешка со многими вложениями, когда после распада Советского Союза мгновенно произошла эрозия человеческого капитала, которая индуцировала масштабную коррупцию, а уж она свела на нет производственные инвестиции и инновации, поставив крест на

прорывном экономическом росте и сколько-нибудь заметном улучшении благосостояния населения. Только в период самых высоких цен на нефть благосостояние населения заметно улучшилось. Явными признаками этого стали бурный рост количества автомобильных салонов в городах, а также бум жилищного строительства.

Важной компонентой, влияющей на устойчивость экономических систем, сегодня является политическая нестабильность в мире – она накладывается на экономические проблемы. Однако факторы политизации экономической жизни, непредсказуемости мировых рынков и внешнего санкционного давления в области финансов и технологий можно демпфировать, а можно списывать на их действие собственное несовершенство. Рецессии, депрессии, спады и кризисы значение, безусловно, имеют, они анализируются, например, в работах [7, 8], их никто не собирает списывать со счетов. Однако, по заключению премьер-министра Д.А. Медведева, главным фактором низких темпов развития России, несущих угрозу устойчивости ее экономики в недалеком будущем, являются структурные проблемы [6]. Откуда они у нас взялись? Корнями – из СССР. А в постсоветское время сначала экономику резко ослабила шоковая терапия и реализация других положений реализованного «вашингтонского консенсуса», а потом, в восстановительные нулевые годы мы столкнулись с необходимостью освоения множества неиспользуемых мощностей и воссоздания консервативных производственно-логистических цепочек. Правительство признавало важность роста несырьевых доходов бюджета и структурных реформ, но быстро растущий мировой спрос на отечественные сырьевые товары и выводы о том, что высокие цены на них установились навсегда, способствовали откладыванию серьезных инвестиционных решений. Таким образом, структурные проблемы сохранялись, а их бремя тормозит замену исчерпавшей себя модели экономического роста. Эти проблемы, безусловно, являются первичными, что признает как Д.А. Медведев [6], так и научное сообщество (см., например, работы [9, 10]).

В рамках исповедуемого экономического либерализма наше правительство сделало практически все возможное, чтобы удержать отечественную экономику на плаву, особенно с 2014 г., когда у западных «партнеров» возникло острое желание наказать Россию по самому большому счету. Например, у нас все хорошо в терминах дефицита бюджета, который федеральное правительство собирается сократить до 1,2% в 2019 г. против 3,6% в 2016 г., вдохновляет растущая доля несырьевых доходов, которая подошла к 60%, официальный уровень инфляции в 2017 г. составил 2,52%, как следует из отчета Правительства РФ перед Государственной Думой 11 апреля 2018 г. Правда, справедливости ради надо сказать, что последняя цифра достигнута за счет снижения реальных доходов населения и на эффекте сжимающихся целевых рынков.

Правительство говорит о модернизации экономики и импортозамещении, причем последнее связывает с ростом российских компаний и товаров, конкурентоспособных на глобальном рынке. Мы слышим о необходимости создания институциональных, инфраструктурных и прочих макроэкономических условий. Это важно, но этого мало. Нужен как инвестиционный климат, так и собственно инвестиции, а вот с этим в России проблема. Правительство считает, что располагает возможностями для реализации только точечных мер по поддержке конкурентоспособных производств, то есть не хочет идти дальше того правила, которое называется «денег нет, а включать печатный станок нельзя». Тем не менее сегодня необходимо решать более масштабную задачу развития имеющихся и выращивания новых конкурентоспособных производств для реализации майского Указа Президента России 2018 г. А как это сделать без инвестиций, без длинных и доступных кредитов, если норма прибыли большинства отраслей не превышает банковского процента? Между тем крупные банки демонстрируют годовую прибыль в 400–600%, не заботясь о кредитовании реального сектора экономики. Это плохая модель.

Мы не станем обсуждать весь возможный спектр правительственных мер по возобновлению экономического роста – это не наша тема. Укажем только, что ключевым драйвером обеспечения этого роста и устойчивости являются масштабные инвестиции в основной капитал и их защита от размещения на финансовых рынках. С внешними инвестициями сейчас известные сложности, остается уповать на внутренние – государственные и частные. Однако без эмиссии инвестиционных денег экономика России обречена пребывать на траекториях роста на уровне статистической погрешности, и это в лучшем случае. Нам представляется, что высокой инфляции и разбалансировки экономики можно при этом избежать. Этого можно не допускать, не ограничивая объемы инвестиций. Формула «инвестициям – да, высокой инфляции – нет» должна, наконец, заработать. Ведь инвестиционные деньги – это, помимо всего прочего, информация о том, где, что, когда, в каких объемах производить, как наладить производство и организовать движение труда, капитала, товаров и услуг. Во-первых, служба финансового мониторинга может перекрыть инвестиционным рублям путь на спекулятивные рынки, а во-вторых, «умное» фискальное и иное госрегулирование вполне может предотвратить высокую инфляцию. Можно предложить достаточное количество инструментов ее таргета помимо целенаправленного сокращения спроса за счет снижения реально располагаемых доходов населения. Например, продавца можно обязать доказывать компетентному жюри цены на свои товары и услуги на предстоящий год и только по истечении этого срока разрешить изменять их, можно устанавливать размеры налогового бремени на фирму в нелинейной функциональной зависимости от цен реализации ее продукции. Это не рецепты, а указание на то, что инфляционные ожидания не должны быть предлогом ограничения эмиссии инвестиционных денег. А ссылки на осторожность и взвешенный подход при решении проблем инвестирования в реальный сектор – это отличительная черта экономиста-либерала, признающего решающую роль инвестиций в структурных реформах, но

двигающегося в этом вопросе как бы спиной вперед, с постоянными проверками рыночности или нерыночности решений и реформ и опасениями как-либо ошибиться. В предельном варианте такого поведения наступает оправдание ничегонеделанию в отношении самих реформ при сохранении безудержных спекуляций на финансовых рынках. Вывод таков: действие фактора «дефицит финансовых ресурсов» должно быть прекращено, либо придется довольствоваться более чем скромным экономическим ростом на уровне статистической погрешности на длинных временных горизонтах, что опасно в конце концов с точки зрения как проблем устойчивости, так и национальной безопасности.

Для рассмотрения вопросов моделирования предположим, что у нас сняты ограничения на все виды ресурсов, что в условиях России близко к правде. Тогда в нашем распоряжении по большому счету имеются два варианта модельного представления макроэкономических систем: вычислимые модели общего экономического равновесия, известные в зарубежной литературе как Computable General Equilibrium models (CGE-models) и модели межотраслевого баланса (МОБ) [11].

В работе [12] была предпринята попытка решения проблем долгосрочного развития, работы [13, 14] посвящены анализу изменений в экономике, связанных с изменениями во внутренней политике страны, в работе [15] предлагается процедура калибровки моделей, в работе [16] – локальные модели, описывающие экономику одного региона, в работе [17] содержатся модели, посвященные Африке, в работе [18] анализируются последствия глобализации и роста объемов внешней торговли, в работе [19] дается обзор и классификация CGE-моделей, а работа [20] представляет собой фундаментальную монографию, которая предлагает полное описание четырех CGE-моделей, рассматривающих различные аспекты экономики России: отраслевые, региональные, институциональные. Модели CGE относятся к классу агентных и в зависимости от

содержательной постановки решаемой задачи представляются системой нелинейных алгебраических уравнений, отображающей взаимодействие агентов [21], в число которых обычно входят домашние хозяйства, представители реального сектора экономики, государство, торговые союзы и пр. Ядром базы данных для оцифровки таких моделей обычно выступают базовые таблицы «затраты – выпуск» (ТЗВ), а решением системы уравнений является общее экономическое равновесие в соответствии с теориями Вальраса, Эрроу и Дебре [20]. Теоретической базой таких моделей служит неоклассическая экономическая теория, постулаты и положения которой далеко не всегда выполняются в современной экономике вообще, а уж в российской в особенности. В частности, вызванные общей эрозией человеческого капитала коррупция и несовершенство лиц, принимающих экономические решения, бесконечный произвол монополий и финансовые спекуляции, экономический рост на словах или на бумаге, низкая инфляция за счет низкого спроса и иные факторы российской экономической реальности делают CGE-моделирование целесообразным в основном для написания научных и квалификационных работ, построения преподавательской или академической карьеры. А процедуры калибровки моделей и итерации методами ньютоновского типа могут привести в точку «равновесия», которой в реальной экономике не существует. Случаи, когда могут иметь место более одной равновесной точки, рассматривать не будем.

Каким образом повысить объективность, обоснованность и практическую полезность CGE-моделирования? Одним из вариантов ответа на вопрос является разработка и использование динамического МОБ в виде максимально высокоразмерной алгебро-дифференциальной системы уравнений параллельно с CGE-моделью. Такой комплекс из пары моделей позволит МОБ работать по назначению, решая структурные проблемы, вопросы устойчивости и качества переходных процессов и собственных (то есть внутренних) динамических свойств (СДС)

экономической системы, возлагая прочие количественные оценки хозяйственной деятельности страны и государственного регулирования экономики на плечи CGE-моделей. Необходимым условием корректного применения CGE-моделирования, повышающим меру доверия к его результатам, является структурная устойчивость рассматриваемой экономической системы. Мы будем считать таковыми системы, структурно готовые к расширенному воспроизводству. Поясним сказанное.

Речь идет о модели МОБ вида [22]

$$(E - A) X(t) - BpX(p) = Y(t), X(0) = X_0, \quad (1)$$

где  $E$  – единичная матрица;

$A$  – матрица коэффициентов прямых материальных затрат;

$X(t)$  – вектор валовых выпусков по видам экономической деятельности;

$p$  – символ дифференцирования по времени ( $p = d / dt$ );

$B$  – матрица коэффициентов приростных фондоемкостей;

$BpX(p)$  – вектор, характеризующий динамику накопления/сокращения всех видов «капитала» по видам экономической деятельности;

$Y(t)$  – вектор конечного спроса (потребления).

Такая модель может легко замыкаться по потреблению и приводиться к нормальной форме Коши с вырожденной матрицей  $B$  [23], приобретая вид:

$$pX_1 = GX_1, X_1(0) = X_0, \quad (2)$$

где  $G$  – квадратная матрица размерности  $(n \times n)$ , а  $n$  – число дифференциальных уравнений в модели (1).

Теперь вопрос о структурной устойчивости решается просто: система обладает СДС с потенциалом экономического роста, если в спектре неразложимой матрицы  $G$  содержится одно положительное собственное число, обозначим его  $\alpha_m$  (это один из показателей СДС), которому соответствует положительный

собственный вектор. Это минимальное по модулю число называется степенью экономического роста за нахождение в показателе степени соответствующей экспоненты, а собственный вектор задает пропорции инвестирования по видам экономической деятельности.

Еще В.В. Леонтьев в научном докладе «Будущее мировой экономики», подготовленном с группой экспертов ООН в начале 1970-х годов о состоянии мира в 1980–2000-х гг., указывал, что положительная степень экономического роста со временем подчинит себе прочие составляющие движения и экономика станет пребывать на траекториях сбалансированного роста. Конечно, Леонтьев имел в виду выполнение как необходимых, так и достаточных условий этого роста: совершенство ЛПР и отсутствие ограничений на ресурсы.

Итак, положительность  $\alpha_m$  есть строгий алгебраический критерий статической структурной устойчивости экономических систем. В отношении устойчивых систем целесообразно CGE-моделирование, в них будут работать сравнительная статика, принцип соответствия Самуэльсона, прочие неоклассические теоретические основы практической эффективности CGE. Для неустойчивых экономик равновесные точки можно и не найти, а в экономиках, длительное время пребывающих на траекториях самоликвидации, естественной (тривиальной) предельной равновесной точкой будет «ноль на ноль» в смысле спроса и предложения.

Приведение экономики к состоянию структурной устойчивости возможно за счет инвестиционных усилий, изменяющих параметры балансовых моделей (1), (2) и, соответственно, расположение спектра собственных значений матрицы  $G$  на комплексной плоскости. Имитировать процесс реструктуризации можно за счет применения к моделям МОБ оптимизационных процедур. При этом в качестве варьируемых можно выбирать параметры видов экономической деятельности с наибольшей по данным Росстата валовой добавленной стоимостью.

В процессе численного поиска можно управлять группой составляющих движения, характеризующихся собственными значениями матрицы состояния  $G$ . Назовем эти собственные значения доминирующими. Схема алгоритма представлена на *рис. 1*.

Первоначально на основе статистических данных разрабатывается динамическая модель МОБ (1). Часть данных содержится на сайте Росстата во вкладке «Национальные счета // Таблицы «затраты – выпуск». В первом блоке функциональной схемы исходная система приводится к нормальной форме Коши. Во втором вычисляются собственные значения матрицы состояния  $G$  модели (2), для чего привлекаются доступные исследователю вычислительные математические среды. Собственные числа тождественно равны корням характеристического уравнения системы. По ним в третьем блоке по группе доминирующих корней, изменение положения которых на комплексной плоскости представляется желательным, формируется вспомогательная функция  $F$  для ее минимизации.

В последнем блоке в соответствии с выбранным алгоритмом численного поиска определяется стратегия изменения варьируемых параметров в направлении минимизации функции  $F$ . Для новых значений параметров корректируется матрица системы, вновь вычисляются характеристические корни и так далее до остановки процесса поиска по условию предельного числа итераций или выполнения равенства  $F = 0$ .

Для успешной работы в составе традиционных алгоритмов численного поиска типа покоординатного или градиентного спуска большое значение имеет минимизируемая функция  $F$ , которая должна обладать необходимыми математическими свойствами непрерывности и дифференцируемости и ориентироваться на совокупность доминирующих корней характеристического уравнения матрицы  $G$  модели (2), определяющих динамические свойства системы. Если решается задача управления только параметром  $\alpha_m$ , то эта

функция может быть построена следующим образом:

$$F = \min_{U_m > 0} (\alpha_0 - \alpha_m)^v, \quad (3)$$

где  $U_m$  – правый собственный вектор матрицы  $G$ , соответствующий  $\alpha_m$ ;

$\alpha_0$  – желаемая степень экономического роста;

$v$  – целочисленный показатель степени, обычно принимаемый равным 2.

Формула (3) будет работать, если другие корни не зависят от варьируемых параметров или имеют пренебрежимо малую чувствительность к их вариациям. В противном случае эти собственные значения для схождения экономической динамики к устойчивому сбалансированному росту должны принадлежать левой полуплоскости всегда, что следует обеспечить при оптимизации. Чтобы выполнить это условие, к функции (3) следует добавить слагаемое, получив результат:

$$F = \min_{U_m > 0} (\alpha_0 - \alpha_m)^v + \min_{\substack{\alpha_i \neq \alpha_m \\ \alpha_i \leq \alpha_0}} \sum (\alpha_\delta - \alpha_i)^v, \quad (4)$$

где  $\alpha_\delta$  – заданная величина показателя демпфирования составляющих движения ( $\alpha_\delta > 0$ );

$\alpha_i$  – вещественные части доминирующих собственных значений  $G$ , взятые с обратным знаком.

Таким образом, минимизация функции (4) структурно ведет развитие экономики к магистральным траекториям, которые исследователи во главе с Дж. фон Нейманом в XX в. назвали бесконечно оптимальными. Очевидно, что в математическом отношении функции (3) и (4) являются гладкими, а функция (4) еще и учитывает расположение в комплексной плоскости группы доминирующих корней характеристического уравнения системы, которая выделяется отрезком вещественной оси  $[\alpha_0; -\alpha_\delta]$  и соответствующими вертикальными прямыми. Корни, находящиеся за пределами этой части комплексной плоскости, не входят в группу



доминирующих и в оптимизации не участвуют до тех пор, пока при варьировании параметров модели (1) не пересекут вертикальные прямые с абсциссами  $\alpha_0$  или  $-\alpha_\delta$ .

То есть количество доминирующих корней в процессе оптимизации может меняться, степень экономического роста стремится к желаемому значению, остальные составляющие движения, включая циклические, демпфируются. Тем самым вспомогательная функция (4) решает двуединую задачу оптимизации СДС: максимизации степени роста и демпфирования колебательных движений в экономике.

Итак, формально цель работы численного поиска заключается в удалении собственных значений матрицы состояния системы (2) из полосы комплексной плоскости, вырезаемой отрезком  $[\alpha_0; -\alpha_\delta]$ : степень роста  $\alpha_m$  удаляется вправо от полосы, прочие корни с вещественными частями  $\alpha_i$  – влево от нее. При невозможности решить эту задачу метод поиска сделает максимум возможного в направлении ее решения. Рассмотрим свойства функций (3), (4) несколько подробнее.

Собственные числа матриц и их производные по элементам матриц непрерывны [24]. Таким образом, этими же свойствами обладают функция (3) и отдельные слагаемые функции (4). Остается выяснить, сохраняет ли указанные свойства функция (4), когда число слагаемых в ней меняется в ходе оптимизации.

Во-первых, для повышения значимости степени экономического роста параметр  $\alpha_0$  можно задавать заведомо большим, чем требуемую степень демпфирования  $\alpha_\delta$ , во-вторых, рассмотрим сумму – второе слагаемое в функции (4). Отдельный член этой суммы имеет вид

$$F_i = (\alpha_0 - \alpha_i)^v.$$

Положим  $a_{ij}$  – варьируемый параметр, элемент матрицы  $A$  из (1),  $\alpha_i$  – вещественная часть корня, покидающего сумму в процессе оптимизации при  $\alpha_i = \alpha_0$  или

возвращающегося в нее. Производная слагаемого по параметру  $a_{ij}$  имеет вид

$$\frac{dF_i}{da_{ij}} = v(\alpha_0 - \alpha_i)^{v-1} \left( \frac{d\alpha_i}{da_{ij}} \right), \quad (5)$$

откуда следует, что для  $v \geq 2$  в точке  $\alpha_i(a_{ij}) = \alpha_0$  первая производная равна нулю и, значит, ее скачок отсутствует в отличие от критерия степени экономического роста. Если метод оптимизации не использует вторые производные, то  $v = 2$  достаточно для успешного поиска. Если вторые производные необходимы, то, как следует из дифференцирования (5)

$$\frac{d^2 F_i}{da_{ij}^2} = v(v-1)(\alpha_0 - \alpha_i)^{v-2} \left( \frac{d\alpha_i}{da_{ij}} \right)^2 + v(\alpha_0 - \alpha_i)^{v-1} \frac{d^2 \alpha_i}{da_{ij}^2}, \quad (6)$$

необходимо выбирать  $v \geq 3$ , так как при  $v = 2$  имеет место скачок производной.

В современных вычислительных математических средах типа Matlab и Mathcad реализуются достаточные возможности для оптимизации гладких функционалов, однако время счета для большого количества варьируемых параметров и высоких размерностей моделей может быть весьма значительно для современных ноутбуков, решать полную проблему собственных значений надо на каждом шаге процесса поиска. Поэтому предложения по сокращению вычислительных затрат будут актуальными.

Перед тем как сформулировать такое предложение, отметим, что в указанных средах мы будем иметь дело с методами безусловной минимизации, тогда как элементы матрицы коэффициентов прямых затрат при имитации инвестиционных процессов будут меняться в весьма узких диапазонах. Для учета этого обстоятельства следует использовать замену переменных, например, положить

$$a_{ij} = \frac{a_{ij}^{\min} + a_{ij}^{\max}}{2} + \frac{a_{ij}^{\max} - a_{ij}^{\min}}{2} \sin q_i \quad (7)$$



с последующей безусловной минимизацией  $F$  по переменным  $q_i$ . При этом выполняется условие

$$a_{ij}^{\min} \leq a_{ij} \leq a_{ij}^{\max}.$$

Другие варианты замены переменных можно обнаружить, например, в работе [25]. Очевидно, что можно накладывать различные ограничения на варьируемые параметры и на их локализацию в комплексной плоскости, сообразуясь с содержательной постановкой задачи численного поиска.

Например, для минимизации функции (4) может быть использован один из семейства градиентных методов, который представляется общей формулой с учетом замены переменных (7):

$$q^{(i+1)} = q^{(i)} - h \cdot \text{grad } F(q^{(i)}), \quad (8)$$

при этом  $i$  – номер шага;  $q = (q_1, q_2, \dots, q_s)^T$  – вектор варьируемых параметров;  $h$  – шаг в направлении градиента  $F$ . Составляющие вектора-градиента в (8) определяются дифференцированием функции (4) с учетом замены переменных (7):

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial q_j} &= \frac{\partial F}{\partial a_{kl}} \frac{\partial a_{kl}}{\partial q_j} = \\ &= - \left[ (\alpha_0 - \alpha_m) \frac{\partial \alpha_m}{\partial a_{kl}} + \sum_{\substack{\alpha_i \neq \alpha_m \\ \alpha_i \leq \alpha_\delta}} (\alpha_\delta - \alpha_i) \frac{\partial \alpha_i}{\partial a_{kl}} \right] \times \\ &\times (a_{kl}^{\max} - a_{kl}^{\min}) \cos q_j, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\alpha_m = \alpha_m^* + \Delta \alpha_m$ ;

$$\alpha_i = \alpha_i^* + \Delta \alpha_i;$$

$\alpha_m^*, \alpha_i^*$  – вещественные части собственных значений матрицы  $G$  в начальной точке, причем  $\alpha_i^*$  взяты с обратным знаком;

$\Delta \alpha_m, \Delta \alpha_i$  – приращения этих собственных значений, которые можно разместить в одном векторе  $\Delta \alpha$ , причем  $\Delta \alpha_m$  будет последним элементом этого вектора, так как степень экономического роста – минимальное по

модулю собственное число матрицы  $G$ . Этому вектору приращений будет соответствовать вектор варьируемых параметров, который мы обозначим  $\Delta a$ .

Производные  $\frac{\partial \alpha_m}{\partial a_{kl}}, \frac{\partial \alpha_i}{\partial a_{kl}}$ , являющиеся элементами матрицы чувствительностей собственных чисел к вариации элементов матрицы коэффициентов прямых производственных затрат, вычисляются по известной в линейной алгебре формуле [24]:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial a_{kl}} = \text{Re} \frac{\partial \lambda_i}{\partial a_{kl}} = \text{Re} \frac{V_i^T \frac{\partial G}{\partial a_{kl}} U_i}{V_i^T U_i}. \quad (10)$$

В выражении (10)  $U_i, V_i$  – собственные векторы матриц  $G$  и  $G^T$  соответственно. Матрица, записанная как  $\partial G / \partial a_{kl}$ , вычисляется приближенно по формуле численного дифференцирования:

$$\frac{\partial G}{\partial a_{kl}} \approx \frac{G(a_{kl} + \Delta a_{kl}) - G(a_{kl})}{\Delta a_{kl}}. \quad (11)$$

Теперь, возвращаясь к идее сокращения вычислительных затрат, отметим, что реализация градиентного метода по формулам (8)–(11) требует вычисления полного спектра собственных значений  $G$  на каждом шаге оптимизации. Число таких шагов может быть велико для того, чтобы время счета было приемлемым, ведь трудоемкость решения полной проблемы собственных значений приблизительно пропорциональна кубу размерности матрицы  $G$ .

Можно значительно сократить вычислительные затраты на имитацию производственных инвестиций, если в (9) для вычисления  $\alpha_m = \alpha_m^* + \Delta \alpha_m$  и  $\alpha_i = \alpha_i^* + \Delta \alpha_i$  использовать линейную модель, связывающую приращения  $\Delta \alpha$  с приращениями варьируемых параметров  $\Delta a$ . Тогда

$$D \Delta a = \Delta \alpha. \quad (12)$$

В формуле (12)  $D$  – это та самая матрица чувствительностей собственных чисел к

вариации элементов матрицы коэффициентов прямых производственных затрат, о которой мы сказали ранее. Это прямоугольная матрица размерности  $(s \times n)$  и система (12) может быть решена в смысле метода наименьших квадратов формированием системы нормальных уравнений или с использованием процедуры сингулярного разложения матрицы  $D$ . В данной статье мы не будем рассматривать существо этих преобразований.

Основываясь на линейном прогнозе изменения действительных частей собственных значений матрицы состояния системы  $G$  от варьируемых параметров, можно с приемлемой для решаемой задачи точностью выполнить несколько шагов градиентного метода (8) с заданным шагом  $h$  так, чтобы изменение элементов вектора варьируемых параметров  $q_i$  и, следовательно,  $a_{ki}$  оставалось в рамках модели линейного приближения (12), то есть было бы не слишком велико.

Таким образом, определенное число шагов градиентного метода выполняется с вычислением  $\Delta a$  по формуле (12) без решения полной проблемы собственных значений  $G$ . Это позволяет существенно сократить общий объем вычислений. Через несколько шагов линейная модель перестанет быть удовлетворительной по точности, тогда собственные значения и векторы  $G$  вычисляются вновь, а затем по формулам (10), (11) пересчитывается матрица чувствительностей  $D$  для последующего использования линейного приближения (12) на нескольких шагах оптимизации.

Приведем пример практической реализации представленных теоретических положений. Для этого воспользуемся базовыми ТЗВ за 2011 г., которые размещены на сайте Росстата, а недостающую информацию для оцифровки модели можно восстановить на основе данных статистического сборника «Национальные счета России в 2011–2016 годах», при этом модели потребовались соответствующие балансировки. Собственно говоря, CGE-модели также проходят процедуры калибровки – без этого валовые выпуски

агентов не совпадают с данными официальной статистики.

В *табл. 1* приведены собственные значения матрицы  $G$  для двух случаев – до и после оптимизации, в ходе которой принимались желаемые показатели степени роста и уровня демпфирования  $\alpha_0 = 0,1$  и  $\alpha_d = 0,05$ .

Эквивалентирование симметричных ТЗВ от первоначальной размерности  $(126 \times 126)$  в координатах «продукт – продукт» до приличествующего журнальной статье размера  $(15 \times 15)$  выполнена не стандартным агрегированием, но по авторской методике на основе строгих математических правил и критериев, ожидающей еще своей публикации в печати. Мы сохранили виды экономической деятельности и продукты с кодами по классификатору ОКВЭД от «А» до «О». Варьированию подлежали элементы матрицы  $A$ , соответствующие пяти продуктам с наибольшей добавленной стоимостью по данным упомянутого ранее статистического сборника в интервале  $\pm 10\%$  от своих первоначальных значений. Это вполне возможно, если экономике сообщить инвестиционный импульс равный, по нашим оценкам, примерно 20% произведенного ВВП в ценах того же 2011 г. Таким образом, анализ данных *табл. 1* позволяет видеть, что ритмичные инвестиционные усилия позволят иметь экономику с потенциалом роста. Вот в отношении нее разработка и применение CGE-моделей оправдана, перспективна и открывает широкие возможности формирования и оценивания вариантов экономической политики, исследования условий устойчивого экономического роста.

Итак, экономика, обладающая спектром собственных значений по второму варианту, имеет потенциал экономического роста, она структурно готова к нему. Однако этого недостаточно. Рост экономики, за которым должен состояться, наконец, рост благосостояния, не начнется автоматически. Выполнять придется, говоря математическим языком, все необходимые и достаточные условия. Ключевое из этих условий – производственные инвестиции.

Динамика интересующих нас с этой точки зрения макроэкономических показателей представлена в *табл. 2*.

Невозможно в условиях такой «динамики» промышленного производства и инвестиций в основной капитал, а точнее, в условиях топтания на месте рассчитывать на экономический рост. Это бессмысленно ровно так же, как бесполезной мечтой является ожидание масштабных частных инвестиций или инвестиций из депозитов физических лиц в то время, как государство упорно сокращает собственное участие в инвестиционной деятельности. Так, доля фирм с государственной и смешанной формами собственности при практически постоянном общем объеме инвестиций в основной капитал неуклонно сокращалась во времени с 32,5% в 2008 г. до 25,4% в 2015 г.<sup>1</sup>.

Частные инвестиции в государственные ценные бумаги оказались более надежными (отсутствие рисков, стабильная доходность) по сравнению с инвестициями в основной капитал. Именно этого добилось правительство в своем стремлении решать проблемы сбалансированности федерального бюджета чисто финансовыми методами, сводящимися к эмиссиям и размещениям этих бумаг. Структурные реформы и экономический рост ничего общего не имеют с ориентацией правительства на финансово-стоимостные инструменты регулирования экономической активности. Фирмы невольно втягиваются в эти процессы, начинают преследовать рост финансовых результатов текущего периода в большей мере, чем принимать во внимание собственно проблемы производства. В результате если по данным Росстата в 2008 г. объем инвестиций в основной капитал превышал стоимость государственных ценных бумаг в восемь раз, то в 2014 г. эта кратность снизилась до трех. Таким образом, налицо рост и приоритетность финансовых вложений компаний и стабильно низкий удельный вес инвестиций в основной капитал, без чего экономического роста не бывает.

Мы уже выяснили, что производственный потенциал определяет производственные возможности и это есть важнейшая составляющая потенциала экономического роста. Описанное положение в сфере инвестиционной деятельности самым негативным образом сказывается на том и другом. Мы уже стали свидетелями того, что степень износа основных фондов в экономике прошла «психологически важную отметку» в 50% в 2016 г., вместе с тем коэффициент обновления основного капитала снижается: в 2008 г. он был равен 4,4%, а в 2015 снизился до 3,9%<sup>2</sup>.

Сохранение подобного положения дел в области инвестиционной деятельности позволит еще некоторое время поддерживать экономику в режиме простого воспроизводства, притом с перспективами его снижения в не столь отдаленном будущем, а следовательно, и утраты устойчивости.

Нами предложен вариант повышения объективности и практической ценности CGE-моделирования экономики на путях создания комплексов из CGE и межотраслевых моделей в динамической форме. Прогнозно-аналитические возможности заявляемого комплексирования представляют собой объединение двух множеств таких возможностей каждой из указанных моделей. Можно отмечать недостатки первых и вторых моделей, но при условии понимания того, что лучшего инструментария автоматизации планово-прогнозной деятельности, формирования и оценки результатов экономической политики на сегодняшний день человечество не выработало. Модели имеют общие переменные, могут иметь переменную размерность в зависимости от содержательной постановки решаемой проблемы и доступности статистических данных; МОБ берет на себя решение структурных задач и вопросы анализа СДС замкнутых по потреблению экономических систем, а в сфере ответственности CGE входит бюджетная, налоговая, таможенная, тарифная, монетарная и любая другая политика.

<sup>1</sup> Россия в цифрах. М.: Росстат, 2016. 575 с.

<sup>2</sup> Там же.

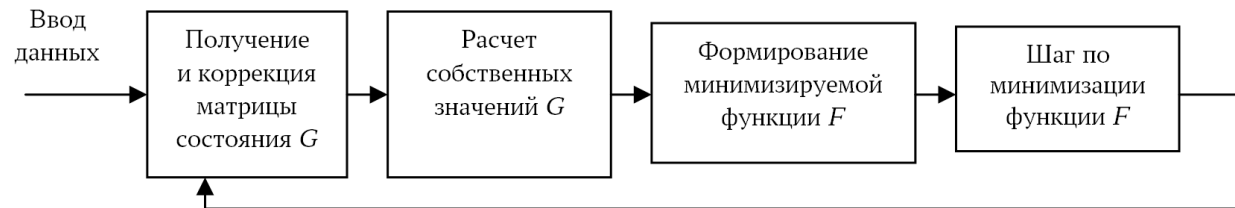
**Таблица 1****Доминирующие собственные значения до и после оптимизации****Table 1****Dominant eigenvalues before and after optimization**

№ п/п	До оптимизации	После оптимизации
1	-0,323	-0,299
2	-0,122	-0,123
3	-0,101	-0,1
4	-0,087	-0,079
5, 6	-0,056 ± i0,005	-0,055; -0,054
7	-0,043	-0,043
8	-0,039	-0,042
9	-0,036	-0,041
10	-0,027	-0,04
11	-0,003	-0,04
12	-0,002	-0,039
13	-0,002	-0,039
14	-0,001	-0,038
15	0,1e-07	0,011

*Источник:* авторская разработка*Source:* Authoring**Таблица 2****Относительные изменения макроэкономических показателей в 2009–2016 гг., %****Table 2****Relative changes in macroeconomic indicators, 2009–2016, percentage**

Показатель	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
ВВП	100	92,2	96,3	100,5	104	105,3	105,8	102,8	102,6
Промышленное производство	100	89,3	95,8	100,6	104,4	104,4	106,2	102,6	98,2
Инвестиции в основной капитал	100	86,5	91,9	101,8	108,8	109,6	108	98,9	98

*Источник:* авторская разработка по данным Росстата*Source:* Authoring, based on the Rosstat data

**Рисунок 1****Схема алгоритма численного поиска****Figure 1****Numerical search algorithm: A diagram**

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

**Список литературы**

1. Любушин Н.П., Бабичева Н.Э., Усачев Д.Г., Шустова М.Н. Генезис понятия «устойчивое развитие экономических систем различных иерархических уровней» // Региональная экономика: теория и практика. 2015. № 48. С. 2–14.  
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/genezis-ponyatiya-ustoychivoe-razvitie-ekonomicheskikh-sistem-razlichnyh-ierarhicheskikh-urovney>
2. Любушин Н.П., Бабичева Н.Э., Конышков А.С. Устойчивое развитие: оценка, анализ, прогнозирование // Экономический анализ: теория и практика. 2017. Т. 16. Вып. 12. С. 2392–2406. URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.12.2392>
3. Баранова Н.М., Сорокин Л.В. Влияние человеческого капитала на устойчивое развитие экономики // Экономический анализ: теория и практика. 2017. Т. 16. Вып. 12. С. 2224–2237. URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.12.2224>
4. Красс И.А. Математические модели экономической динамики. М.: Советское радио, 1976. 279 с.
5. Ланкастер К. Математическая экономика. М.: Советское радио, 1972. 464 с.
6. Медведев Д.А. Социально-экономическое развитие России: обретение новой динамики // Вопросы экономики. 2016. № 10. С. 5–30.
7. Пикетти Т. Капитал в XXI веке. М.: Ад Маргинем Пресс, 2015. 592 с.
8. Эйхенгрин Б. Зеркальная галерея: Великая депрессия, Великая рецессия, усвоенные и неусвоенные уроки истории. М.: Институт Гайдара, 2016. 696 с.
9. Кудрин А., Гурвич Е. Новая модель роста для российской экономики // Вопросы экономики. 2014. № 12. С. 4–36.
10. Мау В.А., Кузьминов Я.И. Стратегия-2020: новая модель роста – новая социальная политика: в 2-х т. М.: Дело, 2013. 430 с.
11. Суслов В.И. Без баланса в стране – без царя в голове // ЭКО. 2011. № 5. С. 5–15.
12. Abdelgalil E.A., Cohen S.I. Economic Development and Resource Degradation: Conflicts and Policies. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2007, vol. 41, iss. 2, pp. 107–129.  
URL: <https://doi.org/10.1016/j.seps.2005.10.002>

13. *Lisandro Ábrego*. El Salvador: General Equilibrium Analysis of Structural Adjustment Reform. *The North American Journal of Economics and Finance*, 1999, vol. 10, iss. 1, pp. 69–89.
14. *Antunes A.R., Cavalcanti T.V.* Corruption, Credit Market Imperfections, and Economic Development. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2003, vol. 43, iss. 4, pp. 627–642. URL: [https://doi.org/10.1016/S1062-9769\(03\)00039-5](https://doi.org/10.1016/S1062-9769(03)00039-5)
15. *Arndt C., Robinson S., Tarp F.* Parameter Estimation for a Computable General Equilibrium Model: A Maximum Entropy Approach. *Economic Modelling*, 2002, vol. 19, iss. 3, pp. 375–398. URL: [https://doi.org/10.1016/S0264-9993\(01\)00068-2](https://doi.org/10.1016/S0264-9993(01)00068-2)
16. *Bajo-Rubio O., Gómez-Plana A.G.* Simulating the Effects of the European Single Market: A CGE Analysis for Spain. *Journal of Policy Modeling*, 2005, vol. 27, iss. 6, pp. 689–709. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2005.05.005>
17. *Benjamin N.* Adjustment and Income Distribution in an Agricultural Economy: A General Equilibrium Analysis of Cameroon. *World Development*, 1996, vol. 24, iss. 6, pp. 1003–1013. URL: [https://doi.org/10.1016/0305-750X\(96\)00016-2](https://doi.org/10.1016/0305-750X(96)00016-2)
18. *Boussard J.-M., Gérard F. et al.* Endogenous Risk and Long Run Effects of Liberalization in a Global Analysis Framework. *Economic Modelling*, 2006, vol. 23, iss. 3, pp. 457–475. URL: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2005.12.004>
19. *Изотов Д.А.* Эмпирические модели общего экономического равновесия // *Пространственная экономика*. 2014. № 3. С. 138–167.
20. *Макаров В.Л., Бахтизин А.Р., Сулакшин С.С.* Применение вычислимых моделей в государственном управлении. М.: Научный эксперт, 2007. 304 с.
21. *Ельшин Л.А.* Методические подходы к прогнозированию промышленного развития на основе построения ожиданий экономических агентов // *Экономический анализ: теория и практика*. 2017. Т. 16. Вып. 11. С. 2028–2042. URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.11.2028>
22. *Leontief W. et al.* *Studies in the Structure of the American Economy*. New York, Oxford University Press, 1953, 640 p. URL: <https://doi.org/10.1002/nav.3800010216>
23. *Дужински Р.Р., Торонцев Е.Л.* Оценка влияния инвестиционных проектов на экономический рост // *Региональная экономика: теория и практика*. 2015. № 14. С. 16–28. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/otsenka-vliyaniya-investitsionnyh-proektov-na-ekonomicheskij-rost-1>
24. *Wilkinson J.H.* *The Algebraic Eigenvalue Problem*. Clarendon Press, Oxford, 1965, 564 p.
25. *Черноруцкий И.Г.* *Оптимальный параметрический синтез: электротехнические устройства и системы*. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 128 с.

### **Информация о конфликте интересов**

Мы, авторы данной статьи, со всей ответственностью заявляем о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

## EQUILIBRIUM AND INPUT-OUTPUT MODELING OF ECONOMIC SYSTEM STABILITY

Ramzia R. DUSZYNSKI <sup>a,\*</sup>, Evgenii L. TOROPTSEV <sup>b</sup>, Aleksandr S. MARAKHOVSKII <sup>c</sup>

<sup>a</sup> National Louis University, College of Arts and Sciences, Chicago, Illinois, USA  
ramzia@aol.com  
ORCID: not available

<sup>b</sup> North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation  
eltoroptsev@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0002-4036-6002>

<sup>c</sup> Sole Proprietor, Stavropol, Russian Federation  
marahov@yandex.ru  
<https://orcid.org/0000-0003-2248-8425>

\* Corresponding author

### Article history:

Received 30 March 2018  
Received in revised form  
25 May 2018  
Accepted 21 June 2018  
Available online  
29 August 2018

**JEL classification:** B41, C02,  
C61, C68

**Keywords:** structural stability,  
CGE model, computable  
general equilibrium model,  
input-output balance

### Abstract reread

**Importance** The article presents the problem of structural stability of economic systems and its modeling. A possible solution is a complex of economic equilibrium and dynamic input-output models.

**Objectives** The study aims to analyze factors that are difficult-to-modeling in general, and are unmanageable while investigating problems of economic stability, in particular; develop methods to increase the validity, efficiency and practical value of equilibrium models' application for mapping various options of economic policy, its results and prospects, justify the feasibility of modeling the problems of sustainability, economic and welfare growth on the basis of a complex of computable general equilibrium models and dynamic input-output models.

**Methods** The article presents an analysis of two methodologies for economic systems modeling from the perspective of their integration into a complex.

**Results** General equilibrium models have tangible limits of applicability that are outlined by provisions of the neoclassical economic theory. They function in smoothly running and stable economies and can reproduce the fine-tuning options for such systems. The results of input-output modeling may determine the practical usefulness of agent modeling or throw discredit upon its adequacy.

**Conclusions** The results of equilibrium and input-output modeling complement and modify each other. A complex of two models enables to solve structural problems of economy, stability and quality of transitional processes; to develop scenarios of economic policy and assess the efficiency of its implementation.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2018

**Please cite this article as:** Duszynski R.R., Toroptsev E.L., Marakhovskii A.S. Equilibrium and Input-Output Modeling of Economic System Stability. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2018, vol. 17, iss. 8, pp. 1528–1544.  
<https://doi.org/10.24891/ea.17.8.1528>

### Acknowledgments

The article was supported by the Russian Foundation for Basic Research, grant № 18-010-00193A *Extending the Information and Analytical Capabilities of CGE-Models Based on Dynamic Input-Output Balance*.

### References

1. Lyubushin N.P., Babicheva N.E., Usachev D.G., Shustova M.N. [Genesis of the concept of sustainable development of economic systems of various hierarchical levels]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2015, no. 48,



- pp. 2–14. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/genezis-ponyatiya-ustoychivoe-razvitiye-ekonomicheskikh-sistem-razlichnyh-ierarhicheskikh-urovney> (In Russ.)
2. Lyubushin N.P., Babicheva N.E., Konyshkov A.S. [Sustainable development: Evaluation, analysis, forecasting]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2017, vol. 16, iss. 12, pp. 2392–2406. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.12.2392>
  3. Baranova N.M., Sorokin L.V. [An impact of human capital on the sustainable economic development]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2017, vol. 16, iss. 12, pp. 2224–2237. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.12.2224>
  4. Krass I.A. *Matematicheskie modeli ekonomicheskoi dinamiki* [Mathematical models of economic dynamics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1976, 279 p.
  5. Lancaster K. *Matematicheskaya ekonomika* [Mathematical Economics]. Moscow, Sovetskoe radio Publ., 1972, 464 p.
  6. Medvedev D.A. [Socio-economic development of Russia: Finding new dynamics]. *Voprosy Ekonomiki*, 2016, no. 10, pp. 5–30. (In Russ.)
  7. Piketty T. *Kapital v XXI veke* [Capital in the Twenty-First Century]. Moscow, Ad Marginem Press Publ., 2015, 592 p.
  8. Eichengreen B. *Zerkal'naya galereya: Velikaya depressiya, Velikaya retsessiya, usvoennye i neusvoennye uroki istorii* [Hall of Mirrors: The Great Depression, the Great Recession, and the Uses – and Misuses – of History]. Moscow, Gaidar Institute Publ., 2016, 696 p.
  9. Kudrin A., Gurvich E. [A new growth model for the Russian economy]. *Voprosy Ekonomiki*, 2014, no. 12, pp. 4–36. (In Russ.)
  10. May V.A., Kuz'minov Ya.I. *Strategiya-2020: novaya model' rosta – novaya sotsial'naya politika* [Strategy-2020: A new growth model – new social policy]. Moscow, Delo Publ., 2013, 430 p.
  11. Suslov V.I. [No balance in the country is like sailing in a rudderless ship]. *EKO = ECO*, 2011, no. 5, pp. 5–15. (In Russ.)
  12. Abdelgalil E.A., Cohen S.I. Economic Development and Resource Degradation: Conflicts and Policies. *Socio-Economic Planning Sciences*, 2007, vol. 41, iss. 2, pp. 107–129. URL: <https://doi.org/10.1016/j.seps.2005.10.002>
  13. Lisandro Ábrego. El Salvador: General Equilibrium Analysis of Structural Adjustment Reform. *The North American Journal of Economics and Finance*, 1999, vol. 10, iss. 1, pp. 69–89.
  14. Antunes A.R., Cavalcanti T.V. Corruption, Credit Market Imperfections, and Economic Development. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2003, vol. 43, iss. 4, pp. 627–642. URL: [https://doi.org/10.1016/S1062-9769\(03\)00039-5](https://doi.org/10.1016/S1062-9769(03)00039-5)
  15. Arndt C., Robinson S., Tarp F. Parameter Estimation for a Computable General Equilibrium Model: A Maximum Entropy Approach. *Economic Modelling*, 2002, vol. 19, iss. 3, pp. 375–398. URL: [https://doi.org/10.1016/S0264-9993\(01\)00068-2](https://doi.org/10.1016/S0264-9993(01)00068-2)
  16. Bajo-Rubio O., Gómez-Plana A.G. Simulating the Effects of the European Single Market: A CGE Analysis for Spain. *Journal of Policy Modeling*, 2005, vol. 27, iss. 6, pp. 689–709. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jpolmod.2005.05.005>

17. Benjamin N. Adjustment and Income Distribution in an Agricultural Economy: A General Equilibrium Analysis of Cameroon. *World Development*, 1996, vol. 24, iss. 6, pp. 1003–1013. URL: [https://doi.org/10.1016/0305-750X\(96\)00016-2](https://doi.org/10.1016/0305-750X(96)00016-2)
18. Boussard J.-M., Gérard F. et al. Endogenous Risk and Long Run Effects of Liberalization in a Global Analysis Framework. *Economic Modelling*, 2006, vol. 23, iss. 3, pp. 457–475. URL: <https://doi.org/10.1016/j.econmod.2005.12.004>
19. Izotov D.A. [Empirical models of General Economic Equilibrium]. *Prostranstvennaya ekonomika = Spatial Economics*, 2014, no. 3, pp. 138–167. (In Russ.)
20. Makarov V.L., Bakhtizin A.R., Sulakshin S.S. *Primenenie vychislimykh modelei v gosudarstvennom upravlenii* [The application of computable models in public administration]. Moscow, Nauchnyi ekspert Publ., 2007, 304 p.
21. El'shin L.A. [Methodological approaches to forecasting the industrial development based on the simulation of economic agents' expectations]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2017, vol. 16, iss. 11, pp. 2028–2042. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.24891/ea.16.11.2028>
22. Leontief W. et al. *Studies in the Structure of the American Economy*. New York, Oxford University Press, 1953, 640 p. URL: <https://doi.org/10.1002/nav.3800010216>
23. Duszynski R.R., Toroitsev E.L. [Assessment of the impact of investment projects on economic growth]. *Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika = Regional Economics: Theory and Practice*, 2015, no. 14, pp. 16–28. URL: <https://cyberleninka.ru/article/v/otsenka-vliyaniya-investitsionnyh-proektov-na-ekonomicheskiy-rost-1> (In Russ.)
24. Wilkinson J.H. *The Algebraic Eigenvalue Problem*. Oxford, Clarendon Press, 1965, 564 p.
25. Chernorutskii I.G. *Optimal'nyi parametriceskii sintez: elektrotekhnicheskie ustroystva i sistemy* [Optimal parametric synthesis: electrical devices and systems]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1987, 128 p.

### **Conflict-of-interest notification**

We, the authors of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.