pISSN 2073-039X
eISSN 2311-8725

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ ЗАКУПОК С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Екатерина Борисовна ГРИБАНОВА

кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизированных систем управления,
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Российская Федерация
katag@yandex.ru
ORCID: отсутствует
SPIN-код: 1506-2523

История статьи:
Получена 30.10.2017
Получена в доработанном виде 13.11.2017
Одобрена 12.12.2017
Доступна онлайн 27.03.2018

УДК 519.852.6
JEL: C44, C61

Ключевые слова:
квадратичное программирование, оптимизация закупок, метод штрафов, множитель Лагранжа, обратные вычисления

Аннотация

Предмет. Задачи квадратичного программирования с ограничением в виде равенства, в частности задача оптимизации закупок фирмы, которая заключается в определении набора заказываемых товаров таким образом, чтобы максимально удовлетворить спрос покупателей при ограниченном бюджете.

Цели. Разработка алгоритма решения задачи оптимизации закупок путем определения минимума целевой функции и корректировки полученных значений с учетом ограничения с использованием обратных вычислений. Сравнение полученных результатов с классическими методами.

Методология. Использованы классические методы решения задач нелинейного программирования: метод штрафов и метод множителей Лагранжа. Также для решения оптимизационной задачи был применен аппарат обратных вычислений.

Результаты. Разработан алгоритм решения задачи оптимизации закупок с помощью обратных вычислений, в котором решение, полученное путем безусловной оптимизации, корректируется с учетом ограничения на имеющиеся денежные средства. Для формирования коэффициентов относительной важности используется стоимость закупки каждого вида изделия. Рассмотрен пример оптимизации закупок с использованием разработанного алгоритма, полученный результат сопоставлен с решениями классических методов. Предложенный алгоритм может быть использован в системах поддержки принятия решений для планирования закупок организации. Кроме того, данный алгоритм может быть применен и для других оптимизационных задач квадратичного программирования представленного вида (например, выбор пунктов вложения при осуществлении инвестиционных проектов).

Выводы. Представленный алгоритм на основе обратных вычислений является более простым в компьютерной реализации по сравнению с классическими методами, нахождение решение задачи оптимизации закупок сводится к решению системы уравнений. В результате проведения вычислительных экспериментов были получены одинаковые результаты для трех методов: метода на основе обратных вычислений, метода штрафов и метода множителей Лагранжа.

Для цитирования: Грибанова Е.Б. Решение задачи оптимизации закупок с помощью обратных вычислений // Экономический анализ: теория и практика. – 2018. – Т. 17, № 3. – С. 586 – 596.
https://doi.org/10.24891/ea.17.3.586

Введение

Оптимизационные методы нашли широкое применение в решении экономических задач, связанных с оптимальным управлением ресурсами. Постановка задачи оптимизации предполагает определение целевой функции, значение которой нужно минимизировать (или максимизировать), и ограничений на ее аргументы. В зависимости от вида целевой функции и ограничений различают задачи линейного (целевая функция и ограничения линейны) и нелинейного программирования (целевая функция и/или ограничения нелинейны).

Большое количество работ посвящено исследованию задач управления запасами, в которых в качестве целевой функции выступают издержки компании, связанные с доставкой, хранением и дефицитом. При постоянном спросе и интервале поставок может быть использована классическая модель Уилсона. В литературе также встречаются ее модификации, учитывающие более сложные условия, например, наличие нескольких номенклатур [1–3], в статьях У. Чена, А.А. Мицеля [2, 4] рассмотрен случай, когда спрос является случайным, в модели С. Чанга [5] поставщик предоставляет покупателю отсрочку платежа при большом объеме заказа. Для решения задач управления запасами используются классические оптимизационные методы (штрафов [6], множителей Лагранжа), метод имитационного моделирования, генетические алгоритмы, теория нечетких множеств [7], теория массового обслуживания [8], преобразования на основе неравенства Коши [9] и др.

В задачах оптимизации ассортимента продукции осуществляется определение набора товаров исходя из их индивидуальных характеристик (маржинальная прибыль, цена, удельные издержки и пр.). Так, в работе [10] Л.Е. Романова, Д.М. Коршунова рассматривают определение количества выпускаемой продукции каждого вида таким образом, чтобы максимизировать суммарную прибыль при заданном спросе и времени работы оборудования. В некоторых моделях также учитывается специфика деятельности предприятия, например, в статье В.В. Манахова [11] продажа товаров осуществляется в кредит.

Наша работа посвящена решению задачи оптимизации закупок фирмы, то есть выбора вида и количества заказываемого у поставщиков товара при ограниченном бюджете. Задача в такой постановке приводится, в частности, в работе Р.Ф. Фарманова [12]. Организация формирует прогнозное значение ежедневного спроса на основе имеющихся статистических данных за предыдущие периоды. Необходимо осуществить закупку товаров таким образом, чтобы максимально удовлетворить спрос при ограниченном количестве денежных ресурсов. Исходными данными модели являются:

- a_i – прогнозное значение среднего спроса на товар i (i = 1, ..., N, N – количество наименований товаров);
- b_i – цена закупки i-го товара;
- B – величина бюджета закупок.

Полученная задача представляет собой задачу квадратичного программирования с линейным ограничением в виде равенства:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N} \left(x_i - a_i\right)^2 \to \min, \qquad (1)$$

$$h(x) = \sum_{i=1}^{N} b_i x_i = B, \; x_i \geq 0.$$

В качестве целевой функции может быть использована иная функция полезности товаров [12], а также характеристика поставщиков (задача выбора поставщиков при ограниченном бюджете). Задачи такого вида (квадратичного программирования) часто встречаются при распределении инвестиций (формировании портфеля), нахождении оценок параметров функции регрессии с ограничениями.

Нашей целью является исследование существующих методов решения задач нелинейного программирования с ограничением и разработка алгоритма решения задачи с помощью обратных вычислений.

Методы решения задач нелинейного программирования

Наибольшее распространение для решения задач нелинейного программирования при оптимизации ресурсов предприятия получили два классических метода: метод штрафов и метод множителей Лагранжа [13, 14], которые основаны на сведении задачи условной оптимизации к задаче безусловной оптимизации. В методе штрафов вводится понятие штрафной функции, которая формируется из исходной целевой функции и штраф-функции от ограничения и штрафного параметра. На каждой итерации происходит решение задачи безусловной оптимизации штрафной функции при заданном значении штрафного параметра, величина которого постепенно увеличивается. Работа алгоритма останавливается, когда элементы итерационных последовательностей будут изменяться от шага к шагу незначительно. Если последовательность аргументов функции является допустимой, то в этом случае штрафной метод называется внутренним, иначе – внешним. В данном случае будет использован квадратичный штраф, применяемый при наличии ограничения – равенства. Решение задачи минимизации будет сводиться к нахождению минимума штрафной функции при различных значениях штрафного параметра R:

$$P(x, R) = f(x) + Rh^2(x), \quad (2)$$

где $P(x, R)$ – штрафная функция;

$f(x)$ – целевая функция;

$h^2(x)$ – функция-ограничение.

В методе множителей Лагранжа также происходит преобразование задачи условной оптимизации в задачу безусловной оптимизации, в которой фигурируют некоторые неизвестные параметры – множители Лагранжа. В процессе решения необходимо сформировать функцию Лагранжа, которую необходимо минимизировать:

$$L(x,\lambda) = f(x) + \lambda h(x), \quad (3)$$

где $L(x, \lambda)$ – функция Лагранжа;

λ – множитель Лагранжа, на знак которого никаких требований не накладывается.

Вычисляются частные производные функции Лагранжа, и осуществляется подстановка полученного выражения для аргументов в ограничение. Путем решения уравнения определяется множитель Лагранжа, а затем и сами аргументы.

Для решения задач безусловной оптимизации применяются методы нулевого порядка, использующие только значения функции и аргументов в вычисленных точках (Хука – Дживса, симплексный, поиск с помощью шаблонов) [15], первого порядка (градиентный спуск, Коши, Флэтчера – Ривза и др.), основанные на вычислении первой частной производной оптимизируемой функции в исследуемых точках, и второго порядка (ньютоновские методы), которые требуют существования первой и второй частных производных оптимизируемой функции.

Также существуют методы решения подобных задач, модифицирующие либо объединяющие алгоритмические аспекты штрафов и множителей Лагранжа, например, такой подход используется в работе Х. Хособе [16].

Пример решения задачи оптимизации

В качестве примера рассмотрим оптимизацию закупок на основе данных кондитерской фирмы. Информация о трех кондитерских изделиях представлена в *табл. 1*. Бюджет закупок равен 2 000 руб.

Тогда задача квадратичного программирования имеет вид:

$$(x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 \to \min, \quad (4)$$

$$125x_1 + 105x_2 + 170x_3 = 2\,000,$$

$$x_1, x_2, x_3 \geqslant 0.$$

Выполним решение данной задачи с помощью классических методов (множителей Лагранжа и штрафов), а также с помощью обратных вычислений.

Метод множителей Лагранжа

Для решения задачи (4) методом множителей Лагранжа необходимо привести эту задачу к задаче безусловной оптимизации, сформировав функцию Лагранжа (3). Для этого к исходной оптимизируемой функции прибавляется ограничение, умноженное на множитель Лагранжа:

$$L(x, \lambda) = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 + \lambda(125x_1 + 105x_2 + 170x_3 - 2\,000).$$

Чтобы найти минимум этой функции, вычислим частные производные, приравняем их к нулю и выразим неизвестные аргументы функции.

Вычислим частные производные:

$\partial L / \partial x_1 = 2x_1 - 22 + 125\lambda$;

$\partial L / \partial x_2 = 2x_2 - 32 + 105\lambda$;

$\partial L / \partial x_3 = 2x_3 - 16 + 170\lambda$.

Приравнивая полученные значения к нулю и выражая λ, получим:

$$x_1 = (22 - 125\lambda) / 2;$$
$$x_2 = (32 - 105\lambda) / 2; \quad (5)$$
$$x_3 = (16 - 170\lambda) / 2.$$

Чтобы вычислить значение λ необходимо решить уравнение (4):

$$125\frac{22-125\lambda}{2}+105\frac{32-105\lambda}{2}+$$
$$+170\frac{16-170\lambda}{2}=2\,000.$$

Откуда получаем, что $\lambda = 0{,}087$.

Теперь можно определить значения x (5):

$$x_1=\frac{22-125\lambda}{2}=5{,}566;$$
$$x_2=\frac{32-105\lambda}{2}=11{,}435;$$
$$x_3=\frac{16-170\lambda}{2}=0{,}609.$$

Таким образом, необходимо закупить 5,566 кг изделий первого вида, 11,435 кг – второго вида и 0,609 кг – третьего вида.

Метод штрафов

Метод штрафов позволяет перейти от задачи с ограничениями к задаче без ограничений с помощью штрафной функции, значительно увеличивающейся в случае нарушения условия. Процесс нахождения решения является итерационным, изменение штрафного параметра осуществляется последовательно, начиная с малого значения.

Рассмотрим решение задачи (4) с помощью квадратичного штрафа:

Штрафная функция формируется путем прибавления к оптимизируемой функции ограничения, возведенного в квадрат, умноженного на штрафной параметр (2):

$$P(\lambda, R) = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2 +$$
$$+ R(125x_1 + 105x_2 + 170x_3 - 2\,000)^2,$$

где R – штрафной параметр.

Итерационный процесс начинается с малого значения R, далее штрафной параметр увеличивается. В каждой итерации необходимо выполнить решение задачи квадратичного программирования. В *табл. 2* представлено решение задачи оптимизации для разных величин R (исходная точка 0,0). Таким образом, решение сходится к полученному с помощью метода множителей Лагранжа.

Решение задачи с помощью обратных вычислений

Аппарат обратных вычислений, разработанный Б.Е. Одинцовым [17, 18], предназначен для определения приростов Δx аргументов функции с использованием их начального значения, заданной новой величины функции, коэффициентов относительной важности аргументов и направления их изменения (увеличение или уменьшение). В случае трех аргументов необходимо решить систему уравнений:

$$\begin{cases} y \pm \Delta y = f(x_1 \pm \Delta x_1(\alpha), x_2 \pm \Delta x_2(\beta), x_3 \pm \Delta x_3(\gamma)); \\ \dfrac{\Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3} = \alpha; \\ \dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3} = \beta; \\ \alpha + \beta + \gamma = 1, \end{cases}$$

где Δx_1, Δx_2, Δx_3 – приращение аргументов;

α, β, γ – коэффициенты относительной важности аргументов x_1, x_2, x_3 соответственно;

y, Δy – исходное значение и приращение результирующей функции.

Таким образом, искомые значения аргументов определяются как сумма/разность начальных величин и приростов:

$$x_1^* = x_1 + \Delta x_1(\alpha);\ x_2^* = x_2 + \Delta x_2(\beta);$$
$$x_3^* = x_3 + \Delta x_3(\gamma).$$

Данный метод получил распространение для решения управленческих задач в области экономики, образования. В статье [19] приводится описание модифицированного метода обратных вычислений, использующего линейное уравнение связи между двумя аргументами. В работе [20] рассматривается его применение для решения задачи линейного программирования.

Решение задачи нелинейной оптимизации с помощью обратных вычислений будет включать следующие шаги.

Шаг 1. Определение точки минимума целевой функции $f(x)$. Для рассмотренной задачи (1) минимум функции будет всегда равен значениям спроса a_i.

Шаг 2. Полученная точка минимума функции корректируется с учетом ограничения. Так осуществляется переход к обратной задаче, которая может быть решена с помощью обратных вычислений. Для расчета коэффициентов используются значения частных производных функции-ограничения (вектор частных производных показывает направление наибольшего возрастания функции), которые будут равны закупочной стоимости изделий b_i (1). Данные величины нормируются относительно общей суммы:

$$\alpha = b_1 / (b_1 + b_2 + b_3);$$

$$\beta = b_2 / (b_1 + b_2 + b_3);$$

$$\gamma = b_3 / (b_1 + b_2 + b_3).$$

Сумма полученных таким образом значений будет равна единице.

Рассмотрим решение описанной задачи (4) с помощью приведенного алгоритма. Минимумом целевой функции

$$f(x) = (x_1 - 11)^2 + (x_2 - 16)^2 + (x_3 - 8)^2$$

будут значения спроса на изделия a_i: $x_1 = 11$, $x_2 = 16$, $x_3 = 8$.

Вычислим значения коэффициентов относительной важности с использованием данных о закупочной стоимости b_i (6):

$$\alpha = 125 / (125 + 105 + 170) = 0{,}313;$$

$$\beta = 105 / (125 + 105 + 170) = 0{,}263;$$

$$\gamma = 170 / (125 + 105 + 170) = 0{,}425.$$

Далее с помощью обратных вычислений определяем изменения значений объема заказа путем решения системы уравнений:

$$\begin{cases} 125(11 + \Delta x_1) + 105(16 + \Delta x_2) + 170(8 + \Delta x_3) = 2\,000; \\ \dfrac{\Delta x_1}{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3} = 0{,}313; \\ \dfrac{\Delta x_2}{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3} = 0{,}263. \end{cases}$$

Полученные значения приростов равны: $\Delta x_1 = -5{,}4343$, $\Delta x_2 = -4{,}5648$, $\Delta x_3 = -7{,}3906$. Следовательно, решением задачи будут следующие величины (в кг):

$$x_1^* = 11 - 5{,}4343 = 5{,}566;$$
$$x_2^* = 16 - 4{,}5648 = 11{,}435;$$
$$x_3^* = 8 - 7{,}3906 = 0{,}609.$$

Таким образом, вычисленные значения равны результатам, полученным с помощью метода штрафа и метода множителей Лагранжа.

Заключение

Рассмотрено решение задачи оптимизации закупок с помощью методов нелинейной оптимизации: метода штрафов и метода множителей Лагранжа, а также предложено решение задачи с помощью алгоритма на основе обратных вычислений. Метод с использованием обратных вычислений является более простым в компьютерной реализации и основан на решении системы уравнений (в методе штрафов необходимо многократно осуществлять безусловную оптимизацию, изменяя штрафной параметр, а в методе с использованием множителей

Лагранжа определяется градиент функции Лагранжа и выполняется составление и решение системы уравнений). В качестве минуса предложенного подхода можно отметить ограничение, связанное с видом функции и числом условных функций-ограничений, которое должно быть равно единице, что сужает круг решаемых задач. Дальнейшая работа будет направлена на исследование возможности использования метода для решения более сложных задач.

Были проведены вычислительные эксперименты, в ходе которых решение задачи оптимизации закупок выполнялось с помощью трех методов (штрафов, множителей Лагранжа, обратных вычислений). Полученные результаты совпали.

Таблица 1
Исходные данные

Table 1
Input data

Показатель	**Номер изделия, *i***		
	1	**2**	**3**
Прогнозный спрос, кг	11	16	5
Цена закупки, руб./кг	125	105	170

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Таблица 2
Решение задачи безусловной оптимизации

Table 2
A solution to the problem of unconstrained optimization

Штрафной параметр *R*	**Аргументы функции**			**Штрафная функция *P*(*x*, *R*)**	**Целевая функция *f*(*x*)**
	x_1	x_2	x_3		
0	11	16	8	0	0
0,05	5,568	11,437	0,612	104,953	104,915
0,1	5,567	11,436	0,611	104,972	104,953
0,2	5,566	11,436	0,61	104,981	104,972
1	5,566	11,435	0,609	104,989	104,987

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. *Кулакова Ю.Н.* Двухуровневый подход к управлению запасами предприятия // Экономический анализ: теория и практика. 2013. № 11. С. 59–66. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/dvuhurovnevyy-podhod-k-upravleniyu-zapasami-predpriyatiya

2. *Chen Y.-C.* A Probabilistic Approach for Traditional EOQ Model. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 2003, vol. 24, iss. 2, pp. 249–253.

3. *Haksever C., Moussourakis J.* A Model for Optimizing Multi-product Inventory Systems with Multiple Constraints. *International Journal of Production Economics*, 2005, vol. 97, iss. 1, pp. 18–30. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.05.004

4. *Мицель А.А., Ставчук Л.Г.* Трехпродуктовая модель управления запасами со случайным спросом // Экономический анализ: теория и практика. 2017. Т. 16. Вып. 3. С. 561–572. URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.3.561

5. *Chang C.-T., Ouyang L.-Y., Teng J.-T.* An EOQ Model for Deteriorating Items under Supplier Credits Linked to Ordering Quantity. *Applied Mathematical Modelling*, 2003, vol. 27, iss. 12, pp. 983–996. URL: https://doi.org/10.1016/S0307-904X(03)00131-8

6. *Исавнин А.Г., Хамидуллин М.Р.* Программный комплекс для решения задачи об оптимальном управлении запасами алгоритмами метода штрафов // Вестник ИжГТУ им. М.Т. Калашникова. 2012. № 3. С. 130–132.

7. *Shekarian E., Kazemi N.* Fuzzy Inventory Models: A Comprehensive Review. *Applied Soft Computing*, 2017, vol. 55, pp. 588–621. URL: https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.01.013

8. *Истомина А.А.* Математические модели поддержки принятия решений в управлении ассортиментом и товарными запасами // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 2. С. 126–132.

9. *Teng J.-T.* A Simple Method to Compute Economic Order Quantities. *European Journal of Operational Research*, 2009, no. 198, iss. 1, pp. 351–353. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.05.019

10. *Романова Л.Е., Коршунова Д.М.* Методические основы оптимизации товарного ассортимента // Известия Тульского государственного университета. Экономические и юридические науки. 2013. № 5. С. 236–241.

11. *Манахов В.В.* Моделирование оптимального ассортимента ритейлера при продаже непродовольственных товаров в кредит // Статистика и экономика. 2016. № 3. С. 78–82.

12. *Фарманов Р.Ф.* Оптимизация закупок материальных ресурсов в системе ресурсосбережения предприятий АПК // Вопросы структуризации экономики. 2008. № 3. С. 32–37.

13. *Новиков А.И., Солодкая Т.И.* Задача оптимизации и построения эффективной границы инвестиционного портфеля финансовых активов // Фундаментальные и прикладные исследования кооперативного сектора экономики. 2009. № 1. С. 41–46.

14. *Криничанский К.В., Безруков А.В.* Некоторые практические задачи модели оптимизации портфеля // Журнал экономической теории. 2012. № 3. С. 142–147.

15. *Lewis R.M., Torczon V., Trosset M.W.* Direct Search Methods: Then and Now. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, vol. 124, iss. 1-2, pp. 191–207. URL: https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00423-4

16. *Hosobe H.A.* Hierarchical Method for Solving Soft Nonlinear Constraints. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 62, pp. 378–384. URL: https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.08.422

17. *Одинцов Б.Е.* Обратные вычисления в формировании экономических решений. М.: Финансы и статистика, 2004. 256 с.

18. *Одинцов Б.Е., Романов А.Н.* Итерационный метод оптимизации управления предприятиями средствами обратных вычислений // Вестник Финансового университета. 2014. № 2. С. 60–73.

19. *Грибанова Е.Б.* Методы решения обратных задач экономического анализа // Корпоративные финансы. 2016. № 1. С. 119–130.

20. *Грибанова Е.Б.* Алгоритм решения задачи линейного программирования с помощью обратных вычислений // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2017. Т. 10. Вып. 9. С. 1062–1075. URL: https://doi.org/10.24891/fa.10.9.1062

Информация о конфликте интересов

Я, автор данной статьи, со всей ответственностью заявляю о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

pISSN 2073-039X
eISSN 2311-8725

Mathematical Methods and Models

SOLVING THE PROCUREMENT OPTIMIZATION PROBLEM BY MEANS OF INVERSE COMPUTATION

Ekaterina B. GRIBANOVA

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russian Federation
katag@yandex.ru
ORCID: not available

Article history:
Received 30 October 2017
Received in revised form
13 November 2017
Accepted 12 December 2017
Available online
27 March 2018

JEL classification: C44, C61

Keywords: quadratic programming, procurement optimization, penalty method, Lagrange multiplier, inverse computation

Abstract

Importance The article investigates the problem of company's procurement optimization, which consists of defining a set of goods to be ordered so as to maximally supply the demand of buyers under a limited budget.

Objectives The aims are to develop an algorithm to solve the problem of procurement optimization by defining the smallest value of objective function, adjust the obtained values by using inverse computation, compare the obtained results with classical methods.

Methods I employ classical methods for solving nonlinear programming problems, namely, the penalty method and the Lagrange multiplier technique. To solve the optimization problem, I use the inverse computation method.

Results I developed an algorithm for solving the procurement optimization problem by means of inverse computation. In the algorithm, a solution obtained through unconstrained optimization is adjusted with regard to restrictions on available budget. The offered algorithm can be used in the decision support systems for procurement planning.

Conclusions The presented algorithm is more straightforward for computer implementation as compared with classical methods. A solution to procurement optimization problem comes down to solving simultaneous equations. Computational experiments showed the same results for the three methods: inverse computation, penalty, and Lagrange multipliers.

Please cite this article as: Gribanova E.B. Solving the Procurement Optimization Problem by Means of Inverse Computation. *Economic Analysis: Theory and Practice*, 2018, vol. 17, iss. 3, pp. 586–596.
https://doi.org/10.24891/ea.17.3.586

References

1. Kulakova Yu.N. [Two-level approach to enterprise stockpile management]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2013, no. 11, pp. 59–66. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/dvuhurovnevyy-podhod-k-upravleniyu-zapasami-predpriyatiya (In Russ.)

2. Chen Y.-C. A Probabilistic Approach for Traditional EOQ Model. *Journal of Information and Optimization Sciences*, 2003, vol. 24, iss. 2, pp. 249–253.

3. Haksever C., Moussourakis J. A Model for Optimizing Multi-product Inventory Systems with Multiple Constraints. *International Journal of Production Economics*, 2005, vol. 97, iss. 1, pp. 18–30. URL: https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2004.05.004

4. Mitsel' A.A., Stavchuk L.G. [A three-product model to manage inventory with random demand]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2017, vol. 16, iss. 3, pp. 561–572. (In Russ.) URL: https://doi.org/10.24891/ea.16.3.561

5. Chang C.-T., Ouyang L.-Y., Teng J.-T. An EOQ Model for Deteriorating Items under Supplier Credits Linked to Ordering Quantity. *Applied Mathematical Modelling*, 2003, vol. 27, iss. 12, pp. 983–996. URL: https://doi.org/10.1016/S0307-904X(03)00131-8
6. Isavnin A.G., Khamidullin M.R. [Software System for Solving Problems on Optimal Inventory Management by Means of Penalties Method Algorithms]. *Vestnik IzhGTU im. M.T. Kalashnikova = Bulletin of Kalashnikov ISTU*, 2012, no. 3, pp. 130–132. (In Russ.)
7. Shekarian E., Kazemi N. Fuzzy Inventory Models: A Comprehensive Review. *Applied Soft Computing*, 2017, vol. 55, pp. 588–621. URL: https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.01.013
8. Istomina A.A. [Mathematical models of decision support in assortment and inventory management]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie = Modern Technologies. System Analysis. Modeling*, 2017, no. 2, pp. 126–132. (In Russ.)
9. Teng J.-T. A Simple Method to Compute Economic Order Quantities. *European Journal of Operational Research*, 2009, no. 198, iss. 1, pp. 351–353. URL: https://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.05.019
10. Romanova L.E., Korshunova D.M. [Systematic bases the optimization of the commodity assortment]. *Izvestiya Tul'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ekonomicheskie i yuridicheskie nauki = Proceedings of TSU. Economic and Legal Sciences*, 2013, no. 5, pp. 236–241. (In Russ.)
11. Manakhov V.V. [Optimal stock modeling for non-foods retailer selling on-credit]. *Statistika i ekonomika = Statistics and Economics*, 2016, no. 3, pp. 78–82. (In Russ.)
12. Farmanov R.F. [Optimization of material resources procurement in the resource-saving system of agricultural enterprises]. *Voprosy strukturizatsii ekonomiki*, 2008, no. 3, pp. 32–37. (In Russ.)
13. Novikov A.I., Solodkaya T.I. [Measuring risks of the financial assets and ways to form an investment portfolio]. *Fundamental'nye i prikladnye issledovaniya kooperativnogo sektora ekonomiki*, 2009, no. 1, pp. 41–46. (In Russ.)
14. Krinichanskii K.V., [Some practical tasks of the portfolio optimization model]. *Zhurnal ekonomicheskoi teorii = Russian Journal of Economic Theory*, 2012, no. 3, pp. 142–147. (In Russ.)
15. Lewis R.M., Torczon V., Trosset M.W. Direct Search Methods: Then and Now. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, vol. 124, iss. 1-2, pp. 191–207. URL: https://doi.org/10.1016/S0377-0427(00)00423-4
16. Hosobe H. A Hierarchical Method for Solving Soft Nonlinear Constraints. *Procedia Computer Science*, 2015, vol. 62, pp. 378–384. URL: https://doi.org/10.1016/j.procs.2015.08.422
17. Odintsov B.E. *Obratnye vychisleniya v formirovanii ekonomicheskikh reshenii* [Inverse computations in shaping economic decisions]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2004, 256 p.
18. Odintsov B.E., Romanov A.N. [An iterative method of company management optimization using inverse calculations]. *Vestnik Finansovogo universiteta = Bulletin of Financial University*, 2014, no. 2, pp. 60–73. (In Russ.)
19. Gribanova E.B. [Methods for solving inverse problems of economic analysis]. *Korporativnye finansy = Journal of Corporate Finance*, 2016, no. 1, pp. 119–130. (In Russ.)

20. Gribanova E.B. [The algorithm for solving linear programming problems through inverse calculations]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2017, vol. 10, iss. 9, pp. 1062–1075. (In Russ.)
URL: https://doi.org/10.24891/fa.10.9.1062

Conflict-of-interest notification

I, the author of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.