

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИЧЕСКОГО SWOT-АНАЛИЗА И МЕТОДИКА ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ В ЭКОНОМИКЕ

Николай Николаевич ДАНИЛОВ^{а*}, Лилия Петровна ИНОЗЕМЦЕВА^б

^а доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики, Кемеровский государственный университет, Кемерово, Российская Федерация
danilovnn@mail.ru

^б кандидат экономических наук, доцент кафедры финансов и кредита, Кемеровский государственный университет, Кемерово, Российская Федерация
lipetin@yandex.ru

* Ответственный автор

История статьи:

Принята 16.03.2016
Принята в доработанном виде
06.04.2016
Одобрена 14.06.2016

УДК 518.9

JEL: C51, C61

Ключевые слова: плановый период, уравнение движения, информация, SWOT-анализ

Аннотация

Предмет. На российских предприятиях все большее распространение получает такая инновационная технология формирования управленческих решений, как SWOT-анализ. Предметом исследования является обобщение статического SWOT-анализа с учетом фактора времени для расширения области его применения, повышения его адекватности исследуемым объектам и качества получаемых результатов.

Цели. Построение математической модели динамического SWOT-анализа как механизма формирования и регулирования управленческих решений и разработка на ее основе методики реализации оптимального сценария функционирования предприятия в условиях неопределенности.

Методология. Работа примыкает к одному из направлений менеджмента – ориентированности к применению математических методов управления. Используемая методология основывается на математическом моделировании как уникальном научном способе познания, а также на подходах и методах математической теории оптимальных процессов и теории игр с природой как науки о принятии решений в условиях неопределенности.

Результаты. Построена математическая модель SWOT-анализа для динамических систем и разработана методика применения в производственном процессе (хотя область ее применения выходит за пределы экономической сферы). Обосновано построение математической модели динамического SWOT-анализа в форме многокритериальной задачи оптимального управления. Благодаря такому приему, SWOT-анализ превращается в строгую математическую задачу, позволяющую применять методы формального анализа. Каждая траектория полученной системы соответствует конкретному допустимому управлению и реализует конкретный сценарий производственного процесса. Вдоль выбранной траектории SWOT-анализ проводится в те моменты времени, когда возникает потребность в оценке текущего состояния предприятия и корректировки управляющих параметров. Построен алгоритм проведения динамического SWOT-анализа на основе унифицированных таблиц и вычислительных формул.

Выводы. Приведенные формализованные построения имеют понятную и адекватную к предметной области содержательную интерпретацию. Предложенная методика расширяет область применения SWOT-анализа, включая динамические процессы. Доведенная до вычислительного алгоритма, она имеет очевидную практическую значимость.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2016

Перед тем как приступить к математическому моделированию, поясним краткое содержание основных формализуемых понятий.

Понятие «менеджмент» применяется в его основном смысле – как управление конкретной организацией (предприятием, производством, коммерцией) в рыночных условиях. Это совокупность действий по эффективному использованию человеческих, материальных и финансовых ресурсов для достижения высокого уровня прибыли.

Современный менеджмент относится к тем сложным экономическим объектам, исследование которых невозможно без привлечения математического аппарата. Говоря о применении математических методов в экономике и в других сферах человеческой деятельности, имеют в виду построение математических моделей практических задач и исследование их математическими методами. Математическое моделирование – это описание сути, то есть наиболее существенных черт и свойств изучаемого объекта на языке математических символов и соотношений.

Основная цель математического моделирования – это построение математического аналога нематематической задачи и, таким образом, получение возможности использовать строгие и точные математические методы для разрешения сложных практических проблем. Кроме того, наличие математической модели позволяет минимизировать расходы на дорогостоящие эксперименты «по живому», как правило, сопровождаемые многократными пробами и ошибками. Эксперимент можно проводить на модели, перекраивая ее без особых капиталовложений.

В научной литературе можно найти различные подходы и методы для исследования различных аспектов менеджмента с применением тех или иных классов моделей, как правило, экономических или математических. Среди экономических наиболее распространенной является модель SWOT-анализа¹ [1–4]. Это аббревиатура слов strengths (силы), weaknesses (слабости), opportunities (возможности), threats (угрозы). Внутреннее состояние предприятия оценивается уровнем факторов S и W, а внешнее – уровнем факторов O и T. Таким образом, SWOT-анализ является моделью формирования информационной базы и выработки на ее основе наиболее эффективного варианта управления предприятием.

Применяя терминологию математической теории оптимальных процессов² [4–7], можно сказать, что SWOT-анализ формирует позиционное управление предприятием на основе создавшейся ситуации {S, W, O, T}. Поскольку эти четыре составляющих характеризуют изменчивую ситуацию, то SWOT-анализ следует проводить каждый раз, когда требуется корректировка ранее принятого управленческого решения. Именно в таком контексте будет формализован динамический SWOT-анализ в данной статье. Это, по существу, мониторинг реализации предусмотренного планом сценария функционирования предприятия и проведение в случае необходимости корректировки управленческих решений.

При проведении SWOT-анализа большое значение имеют наличие и уровень информации о среде

¹ *Учитель Ю.Г., Учитель М.Ю.* SWOT-анализ и синтез – основа формирования стратегии организации. М.: Либроком, 2011. 328 с.

² *Глухов В.В.* Менеджмент. СПб.: Питер, 2010. 600 с.; *Глазов М.М.* Функциональная диагностика промышленного предприятия. СПб.: РГГМУ, 2003. 311 с.; *Кротов В.Ф.* Основы теории оптимального управления. М.: Высшая школа, 1990. 430 с.

протекания производственного процесса. Это относится прежде всего к внешней среде предприятия. Как известно, наиболее благоприятной для принятия адекватного управленческого решения является детерминированная среда, когда выбранному в любом конкретном состоянии предприятия конкретному управлению соответствует вполне определенный и единственный ожидаемый результат. При построении модели динамического SWOT-анализа будем рассматривать наименее благоприятную среду функционирования предприятия – неопределенность, конкретное проявление которой можно предсказать разве что на вероятностном уровне. Именно такая ситуация характерна для функционирования предприятий в условиях нестабильной экономики. Неопределенность при принятии решения может быть следствием неполноты и неточности знаний об экономической, политической и социальной обстановке, проявления событий, происходящих неодинаково при сходных условиях, наличия сил, преследующих противоположные цели и пр. Такого рода ситуации являются предметом изучения математической теории игр с природой³ [8].

Целями авторского исследования являются построение математической модели динамического SWOT-анализа как механизма формирования и регулирования управленческих решений и разработка на ее основе методики реализации оптимального сценария работы предприятия в условиях неопределенности.

Объектом рассмотрения является производственное предприятие, которое принимает план своей деятельности на некоторый период, например, на год. Состояние предприятия в начале планового периода – результат предыдущего периода работы. Основными плановыми параметрами являются цели предприятия, определяемые желаемыми уровнями производственных показателей, и управленческий потенциал предприятия как совокупность трудовых, материальных и финансовых ресурсов, а также нормативных, технологических, временных условий и ограничений.

Перечисленные параметры позволяют ответить на вопрос: из какого начального состояния, с помощью каких ресурсов, за какие сроки и каких результатов требуется добиться предприятию? Однако они не дают ответа на такой вопрос: как добиться намеченных результатов? Поэтому естественно предположить, что в плане будут

³ *Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А.* Теория игр. М.: Высшая школа, 1998. 304 с.; *Колемаев В.А.* Математические методы и модели исследования операций. М.: ЮНИТИ, 2008. 592 с.

заложены также оптимальные (в некотором вполне определенном смысле) сценарии деятельности предприятия. В экономических задачах управления применяются такие принципы оптимальности, как максимизация (например, прибыли), минимизация (например, риска), эффективности (например, в смысле Парето [10, 11]), равновесности (например, в смысле Вальраса⁴ [12]) и др. Таким образом, план и, в частности, оптимальный сценарий деятельности предприятия принимаются в начальном состоянии на весь плановый период.

При развертывании оптимального сценария в реальном времени неизбежны текущие корректировки значений управляющих параметров ввиду проявления новых, непредвиденных ситуаций, которые неизбежны по причине практической невозможности точного их учета в начале планового временного периода. Состояние предприятия в каждый момент времени будет представляться в модели в виде многомерного вектора, состоящего из текущих показателей производства, как компонент. Работа предприятия на временном интервале будет рассматриваться как процесс со многими параметрами управления. Поскольку коррекция управляющих параметров на практике проводится в отдельные (изолированные) моменты времени, то в математической модели будем рассматривать дискретное время. В общем случае эти моменты времени определяются по мере необходимости корректировки производственного процесса. Предполагается, что SWOT-анализ «включается» в каждый из этих моментов времени для оценки состояния предприятия и регулирования управляющих параметров. При этом под регулированием управляющих параметров (в случае отклонения производственного процесса от оптимального сценария) понимается коррекция значений управляющих параметров для восстановления оптимального сценария на оставшемся отрезке планового периода. Если вносимые текущие поправки управляющих воздействий приводят к запланированным значениям производственных показателей, то применяемые принципы оптимальности и запланированный сценарий являются состоятельными во времени.

Введем следующие обозначения:

- $[t_0, T]$ – плановый период времени, где t_0 – начальный, а T – конечный моменты периода;

- $x(t) = x_1(t), \dots, x_n(t)$ – состояние предприятия в момент $t \in [t_0, T]$;

- $u(t) = u_1(t), \dots, u_m(t)$ – управляющий параметр в момент $t \in [t_0, T]$.

Формально эти векторы являются точками n - и m -мерных пространств: $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$.

Коротко поясним их содержательный смысл.

Компоненты $x_i(t)$, $i = 1, \dots, n$ вектора $x(t)$ соответствуют численным значениям тех показателей, которые характеризуют состояние предприятия. Их можно классифицировать⁵ как финансовые (рентабельность или прибыльность, платежеспособность, финансовая устойчивость, кредитоспособность и др.) и нефинансовые (показатели по производству и потреблению, по использованию и обслуживанию материальных ресурсов и др.). Управление предприятием (менеджмент) – это усилия, направленные на организацию, координацию и регулирование процесса производства, эффективное использование рабочей силы и ограниченных ресурсов для достижения желаемого состояния предприятия. Поэтому компоненты $u_j(t)$, $j = 1, \dots, m$ вектора $u(t)$ обозначают как внутренние (распределение финансовых, материально-технических и иных ресурсов, расстановка кадрового состава, структуризация производственного потенциала и др.), так и внешние (продвижение продукции на рынке, реклама, диверсификация бизнеса, применение конкурентных мер, страховые меры против рисков и угроз и др.) рычаги управления предприятием.

При моделировании управляемых динамических процессов большое значение имеют принципы формирования управления. Для предприятия, действующего в условиях неопределенности, наиболее адекватным, на наш взгляд, является формирование управления, исходя из его текущего фазового состояния, а также из создавшейся ситуации экзогенного характера, которая и оценивается с помощью SWOT-анализа.

Введенные понятия «состояние предприятия» и «управление предприятием» являются определяющими факторами его функционирования (мы говорим о функционировании предприятия, а не о его развитии, имея в виду неизменность миссии

⁴ Данилов Н.Н. Курс математической экономики. М.: Высшая школа, 2006. 407 с.

⁵ Зайцев Н.Л. Экономика, организация и управление предприятием. М.: ИНФРА-М, 2008. 455 с.; Чалдаева Л.А. Экономика предприятия. М.: Юрайт, 2013. 410 с.

и конечных целей на заданном, не долгосрочном плановом периоде). С позиций менеджмента, функционирование предприятия – это изменение его состояния во времени под влиянием управляющих воздействий и применяемой технологии производства. Эту зависимость можно описать с помощью инструкций, графиков, алгоритмов или математических формул.

С помощью введенных обозначений работу предприятия можно формализовать следующим образом.

Плановый период $[t_0, T]$ разобьем на промежутки произвольной длины точками $t_0 < t_1 < \dots < t_r = T$. Пусть в начальном состоянии $x(t_0)$ применяется управление $u(t_1)$. Под действием этого управления предприятие переходит (в силу действующего производственного процесса) к моменту t_1 в новое состояние $x(t_1)$. В момент t_1 применяется новое управление $u(t_1)$, под воздействием которого предприятие к моменту t_2 переходит из состояния $x(t_1)$ в состояние $x(t_2)$. И так далее до момента $t_r = T$.

В результате под влиянием последовательности управляющих воздействий $u(\cdot) = \{u(t_k), k = 1, \dots, r\}$ сформируется последовательность состояний $x(\cdot) = \{x(t_k), k = 1, \dots, r\}$. Последовательность $u(\cdot)$ будем называть управлением на отрезке времени $[t_0, T]$, а $x(\cdot)$ – траекторией предприятия, соответствующей управлению $u(\cdot)$. Как было отмечено, управление $u(\cdot)$ выбирается в начальном состоянии $x(t_0)$ на весь отрезок времени $[t_0, T]$, а моменты времени $t_k, k = 1, \dots, r-1$ определяются при движении по траектории $x(\cdot)$ как моменты регулирования управления $u(\cdot)$.

Математическую модель функционирования предприятия на временном интервале $[t_0, T]$ будем представлять в форме следующей многокритериальной задачи оптимального управления с дискретным временем:

$$x(t_{k+1}) = f(x(t_k), u(t_k)), \quad (1)$$

$$k = 0, 1, \dots, r-1 (t_r = T);$$

$$x(t_0) = x^0; \quad (2)$$

$$u(t_k) \in U^k, k = 0, 1, \dots, r-1; \quad (3)$$

$$x(T) = x^*; \quad (4)$$

$$F_l(x^0, u(\cdot)) = \sum_{k=0}^{r-1} f_l(x(t_k), u(t_k)), \quad (5)$$

$$l = 1, \dots, q.$$

В модели (1)–(5) $x(t) \in R^n$ – вектор фазового состояния предприятия в момент $t \in [t_0, T]$ ($x^0 = (x_1^0, \dots, x_n^0)$ – известное начальное состояние, $x^* = (x_1^*, \dots, x_n^*)$ – планируемое конечное состояние); f – вектор-функция, характеризующая динамику производственного процесса, $f: R^n \cdot R^m \rightarrow R^n$; $u(t) \in R^m$ – управляющий вектор в момент $t \in [t_0, T]$; $U^k \subset R^m$ – конечное множество значений допустимых управлений в момент $t \in [t_0, T]$; f_l функции, оценивающие деятельность предприятия на текущих промежутках времени, $f_l: R^n \cdot R^m \rightarrow R^1$. Среди показателей (5) имеются как позитивные (подлежащие максимизации), так и негативные (подлежащие минимизации).

В многокритериальных задачах управления, каковой является модель (1)–(5), невозможно одновременно оптимизировать (максимизировать или минимизировать) все показатели. Поэтому в модели (1)–(5) требуется использовать более сложные принципы оптимальности (такие как оптимальность по Парето, максимизация свертки критериев, лексикографическое предпочтение и др.).

В общих построениях будем обозначать принцип оптимальности символом W , который подлежит уточнению в каждой конкретной практической задаче.

На модели (1)–(5) можно сформулировать две задачи предприятия – простую задачу управления и оптимизационную задачу управления.

Простая задача управления формулируется следующим образом: найти такое допустимое управление $u(\cdot)$, которое порождает в силу системы (1) траекторию $x(\cdot)$, переводящую предприятие из состояния x^0 в состояние x^* за время $T - t_0$.

Простая задача управления, как правило, имеет не единственное решение, то есть существуют разные траектории, переводящие предприятие из состояния x^0 в состояние x^* . Поэтому ставится более качественная, но и более сложная задача.

Оптимизационная задача управления формулируется следующим образом: среди всех допустимых управлений, переводящих предприятие из состояния x^0 в состояние x^* за время $T - t_0$, найти то управление, которое порождает траекторию, доставляющую показателям (5) оптимальное (в смысле выбранного принципа оптимальности W)

значение. Такие управление и траектория называются оптимальными.

Содержательно оптимальная траектория соответствует наилучшему сценарию работы предприятия. В дальнейшем будем рассматривать только оптимизационную задачу управления. Предположим, что в модели (1)–(5) выбран конкретный принцип оптимальности W и что оптимальное (в смысле W) управление и траектория существуют. Обозначим их

$$\bar{u}(\cdot) = \{\bar{u}(t_0), \bar{u}(t_1), \dots, \bar{u}(t_{r-1})\};$$

$$\bar{x}(\cdot) = \{x^0, \bar{x}(t_1), \dots, \bar{x}(t_r)\}.$$

Изображение траектории $\bar{x}(\cdot)$ представлено на рис. 1.

Сформулируем два условия, касающихся оптимального процесса $(\bar{u}(\cdot), \bar{x}(\cdot))$.

Условие A (стабильности). Все изменения эндогенных и экзогенных условий экономического, социального, политического, экологического характера на интервале времени $[t_0, T]$ не влияют на стабильную работу предприятия.

Условие B (состоятельности во времени). Выбранный в начальном состоянии x^0 оптимальный производственный процесс $(\bar{u}(\cdot), \bar{x}(\cdot))$ остается оптимальным в первоначальном смысле в любом текущем состоянии $\bar{x}(t)$ на весь оставшийся период времени $[t, T]$, $t \in [t_0, T]$.

Будем предполагать, что при выполнении условия A выполняется и условие B , то есть запланированный оптимальный сценарий функционирования предприятия является состоятельным во времени. В этом случае коррекция управления $\bar{u}(\cdot)$ не потребуется, ибо проведение SWOT-анализа в любом состоянии $\bar{x}(t)$, $t \in [t_0, T]$ подтвердит его оптимальность.

Пусть условие A не выполняется. Рассмотрим функционирование предприятия согласно оптимальному сценарию, то есть по траектории $\bar{x}(\cdot)$ в реальном времени и смоделируем процедуру регулирования параметров управления $\bar{u}(\cdot)$ с помощью SWOT-анализа. Покажем эту процедуру только для одного момента, так как во всех моментах регулирования выполняются аналогичные действия.

Пусть в момент t_k произошло отклонение от запланированного состояния $\bar{x}(t_k)$ к другому

состоянию $\tilde{x}(t_k)$. Тогда у предприятия возникает задача восстановления оптимального режима работы за возможно короткое время. Эту задачу регулирования можно формализовать в виде следующей модели оптимального (на быстродействие) управления:

$$x(t + \tau) = f(x(t), u(t)), \quad t = t_k, \tau;$$

$$x(t_k) = \tilde{x}(t_k);$$

$$u(t) \in U^{t_k};$$

$$x(\tau) = \bar{x}(\tau);$$

$$h(\tilde{x}(t_k), u(t)) = \tau - t_k \rightarrow \min,$$
(6)

где $\tau - t_k$ – время перехода из состояния $\tilde{x}(t_k)$ в точку $\bar{x}(\tau)$ оптимальной траектории $\bar{x}(\cdot)$.

Быстрейшее восстановление оптимального режима работы предприятия должно сочетаться с принятием мер по выявлению и исключению причин отклонения, по оценке внутренних факторов и внешней среды и пр. Ввиду этого обстоятельства регулирование управления $\bar{u}(\cdot)$ в момент t_k будем представлять в виде пары

$$\tilde{u}(\tilde{x}(t_k)), SWOT(\tilde{x}(t_k)).$$
(7)

В представленной паре (7) левая часть – оптимальное (по быстродействию) управление в задаче (6), а правая – символическое обозначение результата SWOT-анализа, проводимого в состоянии $\tilde{x}(t_k)$. Для построения модели и проведения такого SWOT-анализа используем схему динамических (многошаговых) матричных игр [13–17], когда в каждой точке допустимой траектории задается текущая (статическая) матричная игра. Поставим в соответствие состоянию $\tilde{x}(t_k)$ таблицу (рис. 2), строки которой представляют допустимые варианты

$$u^d(\tilde{x}(t_k)) = (u_1^d(\tilde{x}(t_k)), \dots, u_m^d(\tilde{x}(t_k))) \in U^{t_k}, \quad d = 1, \dots, \bar{d}$$

корректировки управляющего вектора

$$\bar{u}(t_k) = \bar{u}_1(t_k), \dots, \bar{u}_m(t_k),$$

$$\text{где } \bar{u}_j(t_k) = \bar{u}_j(\bar{x}(t_k)), \quad j = 1, \dots, m.$$

Столбцы представляют возможные варианты

$$\eta^s(\tilde{x}(t_k)) = (\eta_1^s(\tilde{x}(t_k)), \dots, \eta_q^s(\tilde{x}(t_k))),$$

$$s = 1, \dots, \bar{s}$$

проявления конкретного состояния неопределенности. Элементами таблицы являются соответствующие ситуациям u^d , η^s модели $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ -анализа.

Эту таблицу будем называть обобщенной матрицей текущего в состоянии $\tilde{x}(t_k)$ SWOT-анализа и обозначим как

$$SWOT(\tilde{x}(t_k)) = \left\| SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k)) \right\|_{d=1, \dots, \bar{d}}^{s=1, \dots, \bar{s}} = \begin{pmatrix} SWOT_{11}(\tilde{x}(t_k)) \dots SWOT_{1\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \\ SWOT_{21}(\tilde{x}(t_k)) \dots SWOT_{2\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \\ \dots \\ SWOT_{\bar{d}1}(\tilde{x}(t_k)) \dots SWOT_{\bar{d}\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \end{pmatrix} \quad (8)$$

Содержание $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ -анализа, соответствующего пересечению строки d и столбца s обобщенной матрицы (8), то есть ситуации (u^d, η^s), представлено на рис. 3.

В левой части приведены предварительные (экспертные) количественные результаты анализа создавшейся в состоянии $\tilde{x}(t_k)$ ситуации и влияния внутренних факторов (сильных и слабых сторон предприятия) на внешние (благоприятные и неблагоприятные возможности):

- ν – учитываемое количество сильных сторон предприятия;
- ω – учитываемое количество слабых сторон предприятия;
- γ – учитываемое количество благоприятных возможностей для предприятия;
- δ – учитываемое количество внешних угроз для предприятия;
- S_1, \dots, S_ν – обозначения сильных сторон;
- $W_{\nu+1}, \dots, W_{\nu+\omega}$ – обозначения слабых сторон;
- O_1, \dots, O_γ – обозначения благоприятных возможностей для предприятия;
- $T_{\gamma+1}, \dots, T_{\gamma+\delta}$ – обозначения внешних угроз;
- P_β – вероятности проявления внешней среды, $\beta = 1, \dots, \gamma + \delta$;
- K_β – количественные оценки степени влияния возможностей и угроз, $\beta = 1, \dots, \gamma + \delta$;

- A_α – количественные оценки сильных и слабых сторон, $\alpha = 1, \dots, \nu + \omega$;
- $a_{\alpha\beta}$, $\alpha = 1, \dots, \nu$; $\beta = 1, \dots, \gamma$ – количественная оценка воздействия сильного фактора S_α на поддержание благоприятной возможности O_β ;
- $a_{\alpha\beta}$, $\alpha = \nu + 1, \dots, \nu + \omega$; $\beta = 1, \dots, \gamma$ – количественная оценка воздействия слабого фактора W_α на поддержание благоприятного фактора O_β ;
- $a_{\alpha\beta}$, $\alpha = 1, \dots, \nu$; $\beta = \gamma + 1, \dots, \gamma + \delta$ – количественная оценка воздействия сильного фактора S_α на исключение угрозы T_β ;
- $a_{\alpha\beta}$, $\alpha = \nu + 1, \dots, \nu + \omega$; $\beta = \gamma + 1, \dots, \gamma + \delta$ – количественная оценка влияния слабого фактора W_α на угрозу T_β .

Подчеркнем, что все перечисленные параметры определены в состоянии $\tilde{x}(t_k)$, то есть зависят от $\tilde{x}(t_k)$.

В правой части (рис. 3) приведены вычисленные с помощью элементов левой части итоги взвешенной оценки воздействия внутренних сил предприятия на внешние факторы:

$$b_{ab} = p_b A_a K_b a_{ab}, \quad (9)$$

$a = 1, \dots, \nu + \omega$; $b = 1, \dots, \gamma + \delta$.

Здесь же приведены и количественные оценки степени значимости для формируемого управленческого решения каждого фактора из четверки S, W, O, T:

- совокупность оценок уровня благоприятных возможностей:

$$V_\beta = \sum_{\alpha=1}^{\nu} b_{\alpha\beta}; \beta = 1, \dots, \gamma + \delta; \quad (10)$$

- совокупность оценок каждой из внешних угроз:

$$R_\beta = \sum_{\alpha=\nu+1}^{\nu+\omega} b_{\alpha\beta}; \beta = 1, \dots, \gamma + \delta; \quad (11)$$

- совокупность оценок каждой из сильных сторон:

$$M_\alpha = \sum_{\beta=1}^{\gamma} b_{\alpha\beta}; \alpha = 1, \dots, \nu + \omega; \quad (12)$$

- совокупность оценок каждой из слабых сторон:

$$N_\alpha = \sum_{\beta=1}^{\gamma+\delta} b_{\alpha\beta}; \alpha = 1, \dots, \nu + \omega. \quad (13)$$

Приведенные оценки являются результатом SWOT-анализа и могут быть как положительными, так и отрицательными. Максимальные по модулю их значения обозначим так:

$$\begin{aligned} V_{\bar{\beta}} &= \max_{\beta} |V_{\beta}|, R_{\bar{\beta}} = \max_{\beta} |R_{\beta}|; \\ M_{\bar{\alpha}} &= \max_{\alpha} |M_{\alpha}|, N_{\bar{\alpha}} = \max_{\alpha} |N_{\alpha}|. \end{aligned} \quad (14)$$

Эти числа оценивают количественно ситуацию (d, s) , как если бы неопределенность проявилась своим конкретным вариантом s , а предприятие реагировало бы стратегией d (см. матрицу (8)). Так, $V_{\bar{\beta}}$ указывает на использование фактора $S_{\bar{\beta}}$ для получения максимальной пользы от появившихся в состоянии $\tilde{x}(t_k)$ благоприятных возможностей. Для упрощения записей обозначим эти четыре числа следующим образом:

$$\begin{aligned} c_{ds}(\tilde{x}(t_k)) &= \{V_{\bar{\beta}}, R_{\bar{\beta}}, M_{\bar{\alpha}}, N_{\bar{\alpha}}\}, \\ d &= 1, \dots, \bar{d}; s = 1, \dots, \bar{s}. \end{aligned} \quad (15)$$

Формально $SWOT_{ds}$ можно представить как отображение

$$\tilde{x}(t_k) \rightarrow c_{ds}(\tilde{x}(t_k)), \quad (16)$$

и тогда вместо символической матрицы (8) можно рассматривать числовую матрицу с векторными элементами:

$$C(\tilde{x}(t_k)) = \begin{pmatrix} c_{11}(\tilde{x}(t_k)) & c_{12}(\tilde{x}(t_k)) & \dots & c_{1\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \\ c_{21}(\tilde{x}(t_k)) & c_{22}(\tilde{x}(t_k)) & \dots & c_{2\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{\bar{d}1}(\tilde{x}(t_k)) & c_{\bar{d}2}(\tilde{x}(t_k)) & \dots & c_{\bar{d}\bar{s}}(\tilde{x}(t_k)) \end{pmatrix}. \quad (17)$$

По существу матрица (17) – это математическая модель игры с природой (математическая модель принятия решения в условиях неопределенности), в которой функцию лица, принимающего решение, выполняет предприятие.

По построению обобщенной матрицы (17) одна из ее строк соответствует оптимальному по

быстродействию управлению задачи (6). Пусть это строка с номером \tilde{d} . Тогда регулирующее воздействие, восстанавливающее оптимальный режим работы предприятия за кратчайшее время и адекватно реагирующее на создавшуюся ситуацию, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}(\tilde{x}(t_k)) &= (\tilde{u}(t_k), c_{\tilde{d}\tilde{s}}(\tilde{x}(t_k))) = \\ &= (u^{\tilde{d}}(t_k), \{\tilde{V}_{\bar{\beta}}, \tilde{R}_{\bar{\beta}}, \tilde{M}_{\bar{\alpha}}, \tilde{N}_{\bar{\alpha}}\}), \end{aligned} \quad (18)$$

где \tilde{s} номер реализовавшегося в состоянии $\tilde{x}(t_k)$ варианта $\eta^{\tilde{s}}$ неопределенности.

Минимальное время перехода (решение задачи (6)), соответствующее регулируемому воздействию (18), обозначим $\tilde{\tau}$. Тогда восстановленный оптимальный режим функционирования предприятия можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{x}(\cdot) &= (x^0, \bar{x}(t_1), \dots, \bar{x}(t_{k-1}), \tilde{x}(t_k), \\ &\tilde{x}(t_k + \tilde{\tau}), \bar{x}(t_{k+1}), \dots, \bar{x}(T)). \end{aligned}$$

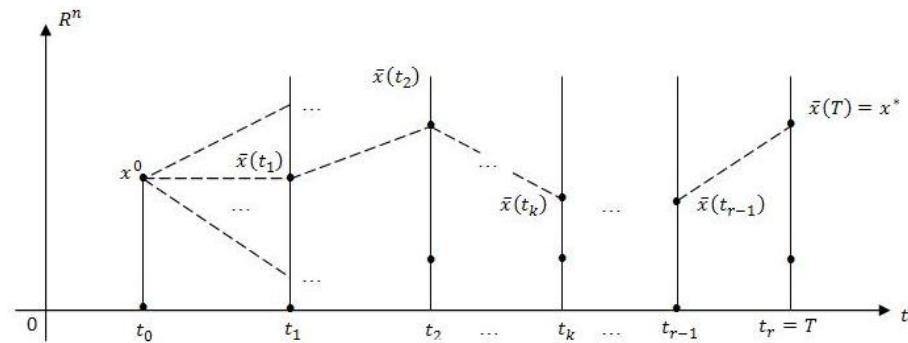
На основе построенных математических моделей можно предложить методику применения динамического SWOT-анализа, представленную схемой (рис. 4).

Блок 1 – это доматематический этап и выполняется с использованием обычного SWOT-анализа в состоянии x^0 на весь плановый период $[t_0, T]$. Для решения задач блоков 2, 6–8 требуется ввести в компьютер модели этих задач и программировать методы их решения (динамическое программирование описано в работах [18, 19], формулы (9)–(18)) или применить существующие пакеты прикладных программ.

Таким образом, в реальном времени функционирования предприятия, восстановление оптимального хода производственного процесса (в случае нарушения) проводится автоматизированно, требуется лишь введение для построенных моделей соответствующих входных данных.

Рисунок 1
Изображение траектории $\bar{x}(\cdot)$

Figure 1
The $\bar{x}(\cdot)$ trajectory view



Источник: составлено авторами

Source: Authoring

Рисунок 2
SWOT-анализ в состоянии $\tilde{x}(t_k)$

Figure 2
SWOT-analysis in $\tilde{x}(t_k)$ condition

	$\downarrow \eta^1$...	$\downarrow \eta^{\bar{s}}$
$u^1 \rightarrow$	$SWOT_{11}(\tilde{x}(t_k))$...	$SWOT_{1\bar{s}}(\tilde{x}(t_k))$
$u^2 \rightarrow$	$SWOT_{21}(\tilde{x}(t_k))$...	$SWOT_{2\bar{s}}(\tilde{x}(t_k))$
...
$u^d \rightarrow$	$SWOT_{d1}(\tilde{x}(t_k))$...	$SWOT_{d\bar{s}}(\tilde{x}(t_k))$

Источник: составлено авторами

Source: Authoring

Рисунок 3
Унифицированный $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ -анализ

Figure 3
Unified $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ -analysis

Исходный $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ - анализ								Итоговый $SWOT_{ds}(\tilde{x}(t_k))$ - анализ							
	A_α	O_1	...	O_γ	$T_{\gamma+1}$...	$T_{\gamma+\delta}$	O_1	...	O_γ	V_α	$T_{\gamma+1}$...	$T_{\gamma+\delta}$	R_α
P_β		P_1	...	P_γ	$P_{\gamma+1}$...	$P_{\gamma+\delta}$	P_1	...	P_γ		$P_{\gamma+1}$...	$P_{\gamma+\delta}$	
K_β		K_1	...	K_γ	$K_{\gamma+1}$...	$K_{\gamma+\delta}$	K_1	...	K_γ		$K_{\gamma+1}$...	$K_{\gamma+\delta}$	
S_1	A_1	a_{11}	...	$a_{1\gamma}$	$a_{1\gamma+1}$...	$a_{1\gamma+\delta}$	b_{11}	...	$b_{1\gamma}$	V_1	$b_{1\gamma+1}$...	$b_{1\gamma+\delta}$	R_1
...
S_v	A_v	a_{v1}	...	$a_{v\gamma}$	$a_{v\gamma+1}$...	$a_{v\gamma+\delta}$	b_{v1}	...	$b_{v\gamma}$	V_v	$b_{v\gamma+1}$...	$b_{v\gamma+\delta}$	R_v
								M_1	...	M_γ		$M_{\gamma+1}$...	$M_{\gamma+\delta}$	
W_{v+1}	A_{v+1}	a_{v+11}	...	$a_{v+1\gamma}$	$a_{v+1\gamma+1}$...	$a_{v+1\gamma+\delta}$	b_{v+11}	...	$b_{v+1\gamma}$	V_{v+1}	$b_{v+1\gamma+1}$...	$b_{v+1\gamma+\delta}$	R_{v+1}
...
$W_{v+\omega}$	$A_{v+\omega}$	$a_{v+\omega 1}$...	$a_{v+\omega \gamma}$	$a_{v+\omega \gamma+1}$...	$a_{v+\omega \gamma+\delta}$	$b_{v+\omega 1}$...	$b_{v+\omega \gamma}$	$V_{v+\omega}$	$b_{v+\omega \gamma+1}$...	$b_{v+\omega \gamma+\delta}$	$R_{v+\omega}$
								N_1	...	N_γ		$N_{\gamma+1}$...	$N_{\gamma+\delta}$	

Источник: составлено авторами

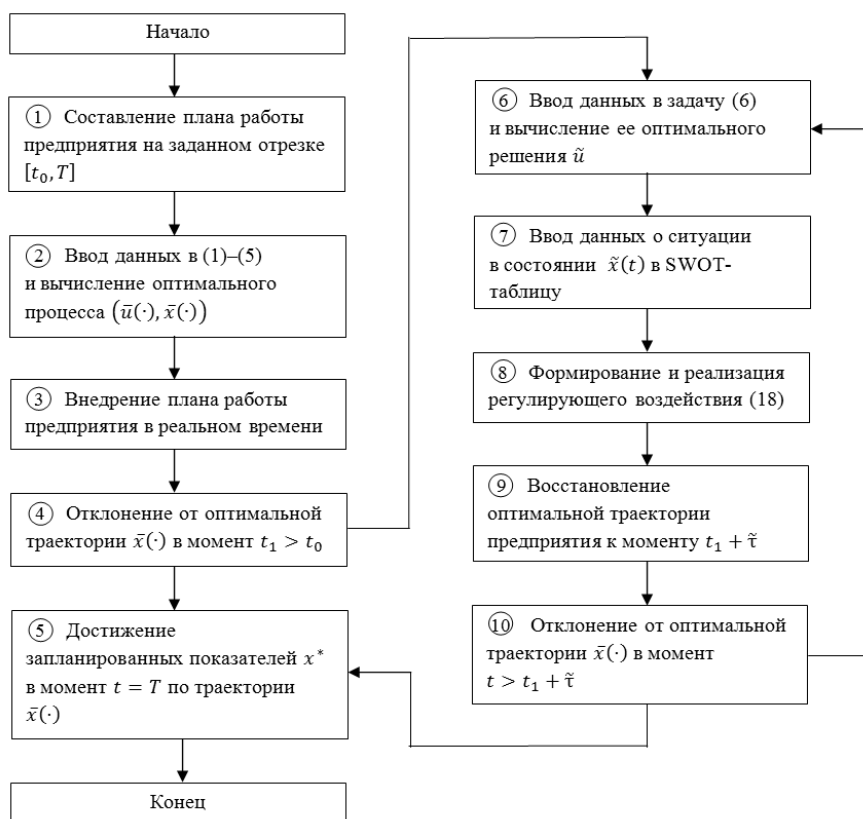
Source: Authoring

Рисунок 4

Алгоритм методики

Figure 4

The technique algorithm



Источник: составлено авторами

Source: Authoring

Список литературы

1. Грант Р. Современный стратегический анализ. СПб.: Питер, 2008. 560 с.
2. Муравьев А.И. Общая теория инновационных технологий. СПб.: ИВЭСЭП, Знание, 2002. 84 с.
3. Булатова Р.М., Тугуз Ю.Р., Филин Н.Н. Многоуровневый динамический SWOT-анализ как инструмент формирования адаптивной стратегии вуза // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 6. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=10906>.
4. Barichello L.B., Garcia D.M., Siewert C.E., Westbrook R. SWOT Analysis: It's Time for a Product Recall. *Long Range Planning*, 1997, vol. 30, iss. 1, pp. 46–52. doi: 10.1016/S0024-6301(96)00095-7
5. Котлер Ф. Маркетинг менеджмент. СПб.: ПитерКом, 1998. 896 с.
6. Котлер Ф., Роланд Б., Бикхофф Н. Стратегический менеджмент по Котлеру. Лучшие приемы и методы. М.: Альпина Паблицер, 2012. 143 с.
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1961. 391 с.
8. Нейман Дж. фон, Моргенштерн О. Теория игр и экономическое поведение. М.: Наука, 1970. 707 с.
9. Оуэн Г. Теория игр. М.: Мир, 1971. 230 с.

10. Кини Р.Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях предпочтения и замещения. М.: Радио и связь, 1981. 560 с.
11. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. М.: Дрофа, 2006. 175 с.
12. Интрилигатор М. Математические методы оптимизации и экономическая теория. М.: Прогресс, 1975. 606 с.
13. Данилов Н.Н. Динамические матричные игры. Обоснование применения принципа минимакса в классе чистых комбинированных стратегий // Вестник Кемеровского государственного университета. 2012. № 2. С. 42–49.
14. Данилов Н.Н. Представление динамической матричной игры в форме задачи конфликтного управления // Вестник Кемеровского государственного университета. 2009. № 2. С. 39–42.
15. Петросян Л.А. Устойчивость решений в дифференциальных играх со многими участниками // Вестник Ленинградского университета. Сер. 1. 1977. № 19. С. 46–52.
16. Петросян Л.А., Данилов Н.Н. Кооперативные дифференциальные игры и их приложения. Томск: ТГУ, 1985. 276 с.
17. Данилов Н.Н. Кооперативное поведение в динамических системах со многими управлениями. Томск: ТГПУ, 2008. 232 с.
18. Беллман Р., Дрейфус С. Прикладные задачи динамического программирования. М.: Наука, 1965. 460 с.
19. Пропой А.И. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М.: Наука, 1973. 256 с.

**A MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC SWOT-ANALYSIS
AND ITS APPLICATION METHODOLOGY IN ECONOMICS**

Nikolai N. DANILOV^{a,*}, Liliya P. INOZEMTSEVA^b

^a Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation
danilovnn@mail.ru

^b Kemerovo State University, Kemerovo, Russian Federation
lipetin@yandex.ru

* Corresponding author

Article history:

Received 16 March 2016
Received in revised form
6 April 2016
Accepted 14 June 2016

JEL classification: C51, C61

Keywords: planning period,
motion equation, information,
SWOT-analysis

Abstract

Subject The article considers the generalization of SWOT-analysis, taking into account the time factor, which leads to improving its scope of application, increasing its adequacy and quality of results.

Objectives The purpose of the study is to build a mathematical model of dynamic SWOT-analysis as a mechanism of formation and regulation of management decisions, and to develop on its basis a methodology for implementing the best scenario of enterprise functioning under uncertainty.

Methods The employed methodology rests on mathematical modeling as a unique method of scientific knowledge, as well as on approaches and methods of mathematical theory of optimal processes and the game theory having the nature of the science dealing with decision making under uncertainty.

Results The paper provides a mathematical model of SWOT-analysis for dynamic systems and a methodology for its implementations at the enterprise (although the area of its application goes beyond the economic sphere). We underpin the construction of the mathematical model of SWOT-analysis in the form of multi-criterial problem of optimal management. Owing to this approach, the SWOT-analysis turns into a rigorous mathematical problem, which allows using the methods of formal analysis. Each trajectory of the resulting system corresponds to a specific management decision and implements a specific scenario of the business process. We built an algorithm of the dynamic SWOT-analysis based on standardized tables and calculation formulae.

Conclusions The suggested methodology improves the scope of SWOT-analysis application, including the dynamic processes. Brought up to the computational algorithm, it has apparent practical significance.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2016

References

1. Grant R. *Sovremenniy strategicheskii analiz* [Contemporary Strategy Analysis]. St. Petersburg, Piter Publ., 2008, 560 p.
2. Murav'ev A.I. *Obshchaya teoriya innovatsionnykh tekhnologii* [The general theory of innovation technologies]. St. Petersburg, Saint-Petersburg Institute of Foreign Economic Relations, Economics and Law, Znanie Publ., 2002, 84 p.
3. Bulatova R.M., Tuguz Yu.R., Filin N.N. [A multilevel dynamic SWOT-analysis as a tool for shaping the adaptive strategy of a higher school]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya*, 2013, no. 6. (In Russ.) Available at: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=10906>.
4. Barichello L.B., Garcia D.M., Siewert C.E., Westbrook R. SWOT Analysis: It's Time for a Product Recall. *Long Range Planning*, 1997, vol. 30, iss. 1, pp. 46–52. doi: 10.1016/S0024-6301(96)00095-7
5. Kotler Ph., Keller K.L. et al. *Marketing menedzhment* [Marketing Management]. St. Petersburg, PiterKom Publ., 1998, 896 p.
6. Kotler Ph., Berger R., Bickhoff N. *Strategicheskii menedzhment po Kotleru. Luchshie priemy i metody* [The Quintessence of Strategic Management]. Moscow, Al'pina Publisher Publ., 2012, 143 p.

7. Pontryagin L.S., Boltyanskii V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [The mathematical theory of optimal processes]. Moscow, Nauka Publ., 1961, 391 p.
8. Neumann J. von, Morgenshtern O. *Teoriya igr i ekonomicheskoe povedenie* [Theory of Games and Economic Behavior]. Moscow, Nauka Publ., 1970, 707 p.
9. Owen G. *Teoriya igr* [Game Theory]. Moscow, Mir Publ., 1971, 230 p.
10. Keeney R.L., Raiffa H. *Prinyatie reshenii pri mnogikh kriteriyakh: predpochteniya i zameshcheniya* [Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Trade-Offs]. Moscow, Radio i svyaz' Publ., 1981, 560 p.
11. Sobol' I.M., Statnikov R.B. *Vybor optimal'nykh parametrov v zadachakh so mnogimi kriteriyami* [The choice of optimal parameters in problems with many criteria]. Moscow, Drofa Publ., 2006, 175 p.
12. Intriligator M. *Matematicheskie metody optimizatsii i ekonomicheskaya teoriya* [Mathematical Optimization and the Economic Theory]. Moscow, Progress Publ., 1975, 606 p.
13. Danilov N.N. [Dynamic matrix games. Substantiating the application of the minimax principle in the class of pure combined strategies]. *Vestnik Kemerovskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Kemerovo State University*, 2012, no. 2, pp. 42–49. (In Russ.)
14. Danilov N.N. [Representation of a dynamic matrix game in the form of a conflict management problem]. *Vestnik Kemerovskogo gosudarstvennogo universiteta = Bulletin of Kemerovo State University*, 2009, no. 2, pp. 39–42. (In Russ.)
15. Petrosyan L.A. [Stability of solutions in differential games with many participants]. *Vestnik Leningradskogo universiteta. Ser. 1 = Bulletin of Leningrad University. Series 1*, 1977, no. 19, pp. 46–52. (In Russ.)
16. Petrosyan L.A., Danilov N.N. *Kooperativnye differentsial'nye igry i ikh prilozheniya* [Cooperative differential games and their applications]. Tomsk, TSU Publ., 1985, 276 p.
17. Danilov N.N. *Kooperativnoe povedenie v dinamicheskikh sistemakh so mnogimi upravleniyami* [Cooperative behavior in dynamical systems with various controls]. Tomsk, TSPU Publ., 2008, 232 p.
18. Bellman R., Dreyfus S. *Prikladnye zadachi dinamicheskogo programmirovaniya* [Applied Dynamic Programming]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 460 p.
19. Propoi A.I. *Elementy teorii optimal'nykh diskretnykh protsessov* [Elements of the theory of optimal discrete processes]. Moscow, Nauka Publ., 1973, 256 p.