Экономический анализ: теория и практика
40 (2015) 55–66
Economic Analysis: Theory and Practice

ISSN 2311-8725 (Online)
ISSN 2073-039X (Print)

Математические методы и модели

МНОГОПРОДУКТОВАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ С РАВНОЙ ПЕРИОДИЧНОСТЬЮ ПОСТАВОК

Артур Александрович МИЦЕЛЬ[a,*], Дана Асхатовна АЛИМХАНОВА[b]

[a] доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики и математической физики, Национальный исследовательский Томский политехнический университет; профессор кафедры АСУ, Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Российская Федерация
maa@asu.tusur.ru

[b] студентка физико-технического института, Национальный исследовательский Томский политехнический университет, Томск, Российская Федерация
dada93@mail.ru

[*] Ответственный автор

История статьи:
Принята 09.07.2015
Принята в доработанном виде 12.08.2015
Одобрена 28.09.2015

УДК 658.153
JEL: C61

Ключевые слова: оборотный капитал, управление запасами, многопродуктовая модель, оптимизация, минимизация

Аннотация

Тема. Управление запасами – это процесс прогнозирования, нормирования и планирования сроков и объемов выполнения заказов на восполнение нормы запасов в хозяйственной системе. Создание запасов, их хранение, распределение и пополнение характерны для всех видов хозяйственной деятельности. Регулирование объема товарных запасов на торговом предприятии позволяет сократить расходы, увеличить прибыль и высвободить оборотные средства. Несмотря на то, что эта тема в литературе достаточно разработана, вопрос о закупке ресурсов в условиях их дефицита остается актуальным. Авторское исследование посвящено разработке модели, позволяющей создавать запасы при значительно большей экономии средств, чем по модели Кулаковых.

Цели. Получение многопродуктовой модели управления запасами с произвольными поставками равной периодичности с минимальным оборотным капиталом, анализ и сравнение с моделью Кулаковых и моделирование на реальных данных.

Методология. Модель строится в предположении, что в начале цикла полностью закупается только первый ресурс, остальные ресурсы в начальный момент времени закупаются частично и затем докупаются внутри цикла. Объем поставок ресурсов произвольный, периодичность поставок всех ресурсов одинакова. Основой модели являются балансовые уравнения в начальный момент времени и в моменты докупок недостающих ресурсов.

Результаты. Построена многопродуктовая модель управления запасами с произвольным объемом поставок и равной периодичностью. Проведено сравнение с моделью Кулаковых и моделирование на реальных данных предприятия ТОО «СП ВГ-Пласт» (Семей, Республика Казахстан).

Выводы. Предложенная модель позволяет сэкономить до 30% оборотных средств по сравнению с моделью Кулаковых. Предельное значение нормировочного коэффициента по авторской модели составляет 0,368, а по модели Кулаковых 0,5. При обработке реальных данных предприятия ТОО «СП ВГ-Пласт» выявлено, что использование авторской модели докупки ресурсов в пределах цикла позволяет сэкономить до 50% оборотных средств.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2015

Введение

Управление запасами представляет большой интерес для различных сфер человеческой деятельности. За последние десятилетия достигнуты значительные успехи в создании различных математических моделей управления товарными и нетоварными запасами. Научные основы теории управления запасами предприятия были заложены в монографии Д. Букана и Э. Кенигсберга «Научное управление запасами» [1].

В работе [2] анализируется многолетний опыт построения математических моделей, приводятся различные подходы к классификации моделей и методов теории логистики. В частности, отмечается, что все модели разделены на три класса. Первый класс включает модели и методы, предназначенные для решения задач в условиях детерминированных параметров, без ограничений со стороны внешней среды. Второй класс включает модели и методы, предназначенные для решения задач в условиях риска и неопределенности, но без конкуренции.

Третий класс объединяет модели и методы решения задач в условиях конкуренции.

В работе [3] представлена методика оптимизации объема поставок и цены реализации различных категорий товаров. Вопросы оптимизации объема заказа и цены реализации товаров потребителям при случайном спросе рассмотрены в работах [4–6].

В статье [7] изложен алгоритм многокритериального распределения товаров в складской сети. В этой статье предложен подход к определению наилучшего решения многокритериальной задачи распределения товара в звеньях складской сети. В основе подхода – имитационное моделирование с привлечением методов линейного программирования, а также использование процессов аналитической иерархии для учета предпочтений лица, принимающего решения.

Учету неопределенности спроса при оптимизации системы управления запасами посвящена статья [8], в которой описана стохастическая модель управления запасами торговой компании, основанная на принципе сбалансированности издержек и позволяющая определить оптимальный момент назначения поставки, минимизирующий общие издержки.

Авторы работы [9] предложили многономенклатурную модель оптимального размера заказа EOQ с учетом оптовых и дифференциальных скидок. Вопросы, связанные с определением оптимальных значений показателей модели EOQ с учетом дефицита, рассматриваются в работе [10], в которой предложены три модели – с отложенным спросом, с дополнительными поставками и с потерей требований.

Для учета случайных факторов в ряде статей [4, 7, 11, 12] по управлению запасами используется имитационное моделирование. Например, в обзорной статье [11] проанализированы зарубежные публикации, посвященные специфике взаимодействия производства и поставщиков и анализу логистических сетей поставщиков автомобильной промышленности, представлен краткий обзор состояния отрасли в России. Проведен обзор материалов, в которых при оптимизации логистических сетей использовался метод имитационного моделирования.

Наряду с количественными методами при решении задач управления запасами широкое применение находят качественные методы [13–15]. Так, в работе [13] рассматриваются пути совершенствования традиционного метода экономических компромиссов, активно используемого для выработки рациональных решений в ситуациях конфликта между функциональными подразделениями организации – участниками внутренней цепи поставок. Предлагаемые изменения касаются оценки весов частных критериев оптимизации с использованием метода аналитической иерархии, а также расширения числа возможных альтернатив при помощи диаграммы разрешения конфликтов. В статье [14] рассматриваются аналитический и экспертный подходы, на основе которых проводится выбор поставщиков; проводится сравнительная оценка экспертных методов выбора: балльно-рейтинговая оценка, метод анализа иерархий и общий алгоритм выбора посредников. На основании выполненных расчетов были сделаны выводы о возможности применения каждого из методов. В работе [15] отмечается, что основной недостаток большинства рассмотренных в научных источниках модифицированных моделей расчета EOQ заключается в том, что они учитывают лишь один-два из множества признаков. Предложено применять морфологический метод исследования. Разработаны морфологические таблицы для формирования новых моделей EOQ, а также алгоритм для выбора наиболее адекватной бизнес-ситуации модифицированной модели EOQ.

В статье [16] рассматривается задача доставки однородного продукта различным клиентам во взаимосвязи с задачами управления запасами, транспортировкой и складированием. Приведены математическая модель и общая схема алгоритма решения поставленной задачи. Особое внимание уделено задаче управления запасами. При этом предложено объединить в единую подсистему различные модели этой задачи: детерминированные, вероятностные и имитационную. В работе [17] рассматривается задача расчета оптимального размера партии поставки с учетом ряда ограничений, а именно – по предложению поставщиков и спросу потребителей, по емкости склада, бюджетные и др. Для решения задачи выбора поставщиков и оптимизации размера партии поставки в условиях изменяющегося спроса авторы работы используют методы математического программирования.

В статье [18] рассматриваются вопросы повышения эффективности управления оборотными средствами торгового предприятия на основе автоматизированного планирования. При этом используется логистический подход

к формированию стратегии управления, обеспечивающий максимальный выигрыш при минимальных потерях. Для этого разработана функциональная модель процесса планирования поставок товара. Рассмотрен аналитический подход по вероятностному моделированию динамики движения оборотных средств на основе упрощенной структуры процессов взаимодействия экономических агентов предприятия.

Одно из направлений математического моделирования связано с ограничениями, накладываемыми размером капитала [1, с. 163]. Рассматривается задача хранения n видов товаров, когда размер капитала ограничен, т.е. когда общая стоимость запасов не должна превышать сумму Y_m. В связи с этим в работе [1] вводится нормировочный множитель K – показатель, определяемый как отношение максимума суммарной стоимости запасов товаров разных видов к сумме их максимальных стоимостей. Значение этого показателя может изменяться от нуля до единицы. Если запасы всех товаров пополняются одновременно, то $K = 1$, и объем оборотных средств (капитала) оказывается максимальным, равным сумме максимальных стоимостей. Если запасы разных товаров пополнять не одновременно, то $K < 1$, и объем необходимого капитала можно уменьшить. Рекомендуемое значение нормировочного множителя $K = 1/2$ [1].

Рассматривается также задача управления запасами предприятия с использованием многопродуктовой модели при ограничении на размер оборотного капитала[19]* (далее – модель Кулаковых). Рассмотрены следующие ситуации: равная периодичность и равная стоимость поставок n товаров; равная периодичность и произвольная стоимость поставок n товаров. Проведено исследование нормировочного множителя K.

Задачу управления запасами можно свести к транспортной задаче или в более общем случае – к задаче линейного программирования. Однако получим при этом не аналитическую, а алгоритмическую модель. С точки зрения численной реализации задача линейного программирования представляет собой достаточно трудоемкий процесс, особенно при большой размерности задачи. Достоинством модели Кулаковых является то, что она представлена в виде формулы, по которой по заданным исходным данным (количество товаров, объем партии, время цикла) можно однозначно получить ответ о доле закупки товаров в начале цикла и моментах времени их докупки.

Анализ модели Кулаковых показал, что недостающие запасы ресурсов пополняются в объеме большем, чем это необходимо. В результате требуется иметь в наличии больше оборотных средств. В свою очередь это приводит к тому, что к концу цикла часть этих ресурсов остается.

Авторами предлагается другая модель, в которой пополнение недостающих ресурсов производится в объеме, равном дефициту данного ресурса. Приводятся результаты сравнения авторской модели и модели Кулаковых, а также апробация модели на реальных данных.

Научная значимость предлагаемой авторами модели состоит в том, что она является аналитической, т.е. получено точное решение системы уравнений в виде формул для объема закупок товаров в начале цикла и моментов времени их докупки в течение цикла.

Практическая значимость модели заключается в возможности значительной экономии средств на создание запасов.

Описание модели

1. Двухпродуктовая модель Предприятие закупает два вида ресурсов. Объем первого ресурса составляет q_1 в натуральных единицах, стоимость единицы ресурса составляет d_1 денежных единиц; объем второго ресурса и цена составляют q_2 и d_2 соответственно. Периоды поставок каждого вида ресурса (цикл) примем одинаковыми и равными $T_1 = T_2 + T$. Объем средств на покупку ресурсов ограничен величиной $Y_m \le d_1 q_1 + d_2 q_2$. Будем для определенности полагать, что ресурс 1 закупается в начале периода полностью, а ресурс 2 – частично в объеме $k_2 q_2$, где $k_2 \le 1$ – доля второго ресурса. Тогда

$$d_1 q_1 + k_2 d_2 q_2 = Y_m.$$

Полагаем, что ресурсы расходуются с постоянной скоростью b_1 и b_2.

Введем следующие обозначения:

$$a_1 = d_1 q_1; \quad a_2 = q_2 \mu_2; \quad a = a_1 + a_2;$$
$$b_1 = a_1 / T; \quad b_2 = a_2 / T; \quad b = b_1 + b_2.$$

Пусть $a_1 \ge a_2$. Уравнения, определяющие минимальную величину ресурсов Y_m и момент докупки второго ресурса t_2, имеют следующий вид:

* *Кулаков А.Б., Кулакова Ю.Н.* Многопродуктовая модель управления запасами предприятия с поставками равной периодичности // Экономический анализ: теория и практика. 2013. № 29. С. 58–62.

$$Y_m^{(2)} - bt_2 + a_2(1-k_2) = Y_m^{(2)};$$
$$k_2 a_2 = b_2 t_2;$$
$$Y_m^{(2)} = a_1 + k_2 a_2, \quad (1)$$

где k_2 – доля второго ресурса в начале цикла.

Первое уравнение является балансовым для момента времени t_2, второе уравнение выражает бездефицитность второго ресурса в момент времени t_2, третье уравнение является балансовым для начального момента времени.

Решая систему (1), получим:

$$t_2 = \frac{a_2}{b+b_2};$$
$$k_2 = \frac{b_2}{a_2} t_2 = \frac{b_2}{b+b_2};$$
$$Y_m^{(2)} = a_1 + k_2 a_2.$$

Нормировочный коэффициент равен

$$K^{(2)} = \frac{Y_m^{(2)}}{Y_\Sigma^{(2)}} = \frac{1}{a}(a_1 + k_2 a_2).$$

Здесь $Y_\Sigma^{(2)} = a = a_1 + a_2$ – суммарный запас ресурсов.

2. Трехпродуктовая модель (n = 3). Имеем: $a = a_1 + a_2 + a_3$; $b = b_1 + b_2 + b_3$, где $b_3 = a_3 / T$.

Будем полагать, что в начале цикла первый ресурс закупается полностью, второй и третий ресурсы – частично, кроме того, считаем $a_1 \ge a_2 \ge a_3$. Ресурсы расходуются с постоянной скоростью b_1, b_2 и b_3.

Уравнения, определяющие минимальную величину ресурсов Y_m и моменты докупки второго и третьего ресурсов, имеют следующий вид:

$$Y_m^{(3)} - bt_3 + a_3(1-k_3) = Y_m^{(3)};$$
$$Y_m^{(3)} - bt_2 + a_3(1-k_3) + a_2(1-k_2) = Y_m^{(3)};$$
$$k_3 a_3 = b_3 t_3;$$
$$k_2 a_2 = b_2 t_2;$$
$$Y_m^{(3)} = a_1 + k_2 a_2 + k_3 a_3. \quad (2)$$

Здесь первые два уравнения являются балансовыми для моментов времени t_2 и t_3 соответственно, третье и четвертое уравнения определяют бездефицитность второго ресурса в момент времени t_2 и третьего ресурса в момент времени t_3; k_2, k_3 – доли второго и третьего ресурсов в начале цикла.

Из первого и третьего уравнений находим

$$t_3 = \frac{a_3}{b+b_3}; \; k_3 = \frac{b_3}{a_3} t_3 = \frac{b_3}{b+b_3},$$

а из второго и четвертого следует, что

$$t_2 = \frac{1}{b+b_2}(a_2 + a_3(1-k_3));$$
$$k_2 = \frac{b_2}{a_2} t_2 = \frac{b_2}{a_2(b+b_2)}(a_2 + a_3(1-k_3)).$$

Таким образом, решение системы (2) имеет следующий вид:

$$t_3 = \frac{a_3}{b+b_3};$$
$$k_3 = \frac{b_3}{a_3} t_3 = \frac{b_3}{b+b_3};$$
$$t_2 = \frac{1}{b+b_2}(a_2 + a_3(1-k_3));$$
$$k_2 = \frac{b_2}{a_2} t_2 = \frac{b_2}{a_2(b+b_2)}(a_2 + a_3(1-k_3));$$
$$Y_m^{(3)} = a_1 + k_2 a_2 + k_3 a_3.$$

Нормировочный коэффициент $K^{(3)}$ равен

$$K^{(3)} = \frac{Y_m^{(3)}}{Y_\Sigma^{(3)}} = \frac{1}{a}(a_1 + k_2 a_2 + k_3 a_3).$$

3. n-продуктовая модель. Продолжая аналогичные рассуждения, получим:

$$t_n = \frac{a_n}{b+b_n}, \; k_n = \frac{b_n}{a_n} t_n;$$
$$t_j = \frac{1}{b+b_j}\left(a_j + \sum_{r=j+1}^{n} a_r(1-k_r)\right),$$
$$j = n-1, \; n-2, ..., 2;$$
$$k_j = \frac{b_j}{a_j} t_j = \frac{b_j}{a_j}\left(\frac{1}{b+b_j}\right)\left(a_j + \sum_{r=j+1}^{n} a_r(1-k_r)\right),$$
$$j = n-1, n-2, ..., 2;$$
$$Y_m^{(n)} = \sum_{j=1}^{n} k_j a_j, \; k_1 = 1, \; n \ge 2. \quad (3)$$

Нормировочный коэффициент для n-продуктовой модели равен

$$K^{(n)} = \frac{Y_m^{(n)}}{Y_\Sigma^{(n)}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} k_j a_j}{\sum_{j=1}^{n} a_j}, \; k_1 = 1, \; n \ge 2. \quad (4)$$

Численное моделирование

Приведем результаты моделирования и сравнение с моделью Кулаковых.

Модель Кулаковых дает следующее решение:

$$t_j = \frac{a_j}{\sum_{r=1}^{n} a_r} T, \ j = 2,...,n;$$

$$k_j = \frac{\sum_{r=j}^{n} a_r}{\sum_{r=1}^{n} a_r}, \ j = 2,...,n;$$

$$Y_m^{(n)} = \sum_{j=1}^{n} k_j a_j, \ k_1 = 1, \ n \geq 2. \quad (5)$$

Нормировочный коэффициент равен

$$K^{(n)} = \frac{Y_m^{(n)}}{Y_\Sigma^{(n)}} = \frac{\sum_{j=1}^{n} k_j a_j}{\sum_{j=1}^{n} a_j}, \ k_1 = 1, \ n \geq 2. \quad (6)$$

Рассмотрим случай равной стоимости поставок $a_1 = a_2 = ... = a_n$.

Из формул (3), (4) следует:

$$t_n = \frac{T}{n+1}, \ k_n = \frac{1}{n+1};$$

$$t_j = \frac{T}{n+1}\left(1 + \sum_{r=j+1}^{n} (1 - k_r)\right), \ j = n-1, n-2,...,2;$$

$$k_j = \frac{b_j}{a_j} t_j = \frac{1}{n+1}\left(1 + \sum_{r=j+1}^{n} (1 - k_r)\right),$$

$$j = n-1, n-2,...,2;$$

$$Y_m^{(n)} = \sum_{j=1}^{n} k_j a_j, \ k_1 = 1, \ n \geq 2.$$

Нормировочный коэффициент равен

$$K^{(n)} = \frac{Y_m^{(n)}}{Y_\Sigma^{(n)}} = \frac{1 + \sum_{j=2}^{n} k_j}{n}, \ n \geq 2. \quad (7)$$

Для модели Кулаковых из формул (5), (6) получим

$$t_j = \frac{T}{n}, \ k_j = \frac{j-1}{n}, \ j = 2,...,n;$$

$$Y_m^{(n)} = a_1\left(1 + \sum_{j=2}^{n} \frac{j-1}{n}\right), \ n \geq 2.$$

Нормировочный коэффициент равен

$$K^{(n)} = \frac{Y_m^{(n)}}{Y_\Sigma^{(n)}} = \frac{1}{n}\left(1 + \sum_{j=2}^{n} \frac{j-1}{n}\right), \ n \geq 2. \quad (8)$$

Нормировочные коэффициенты авторской модели *KM*(*n*) и модели Кулаковых *KK*(*n*), вычисленные по формулам (7) и (8) соответственно, представлены на рис. 1. Можно наблюдать, что *KK* больше, чем *KM*. Расчеты показывают, что при $n = 100$ значения *KM* и *KK* составляют 0,373 и 0,505 соответственно. При $n = 1\,000$ значение *KM* составляет 0,368, в то время как *KK* = 0,5.

Функции $YM(n) = a_1 + \sum_{j=2}^{n} a_r k_r$ и $YK(n) = a_1 + \sum_{j=2}^{n} a_r k_r$ определяют необходимое количество оборотных средств $Y_m^{(n)}$ для закупки ресурсов при равной их стоимости $a_j = 1$ ден. ед. соответственно для авторской модели и модели Кулаковых (рис. 2). Авторская модель дает меньшие значения.

Рисунок 1

Нормировочные коэффициенты *KM*(*n*) и *KK*(*n*) при равной стоимости товаров

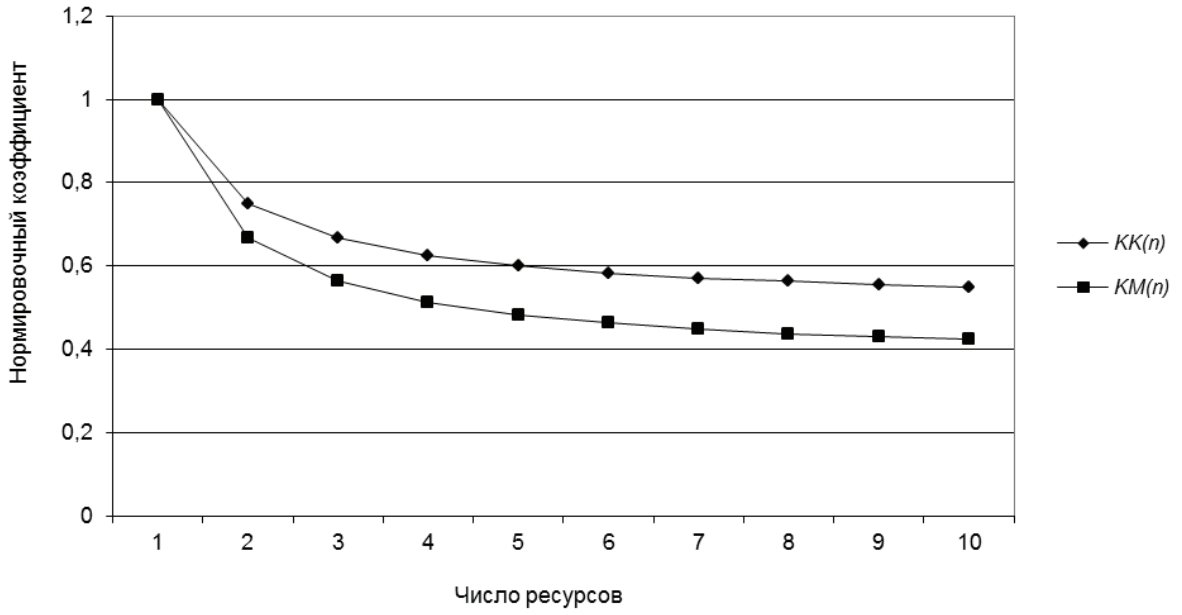
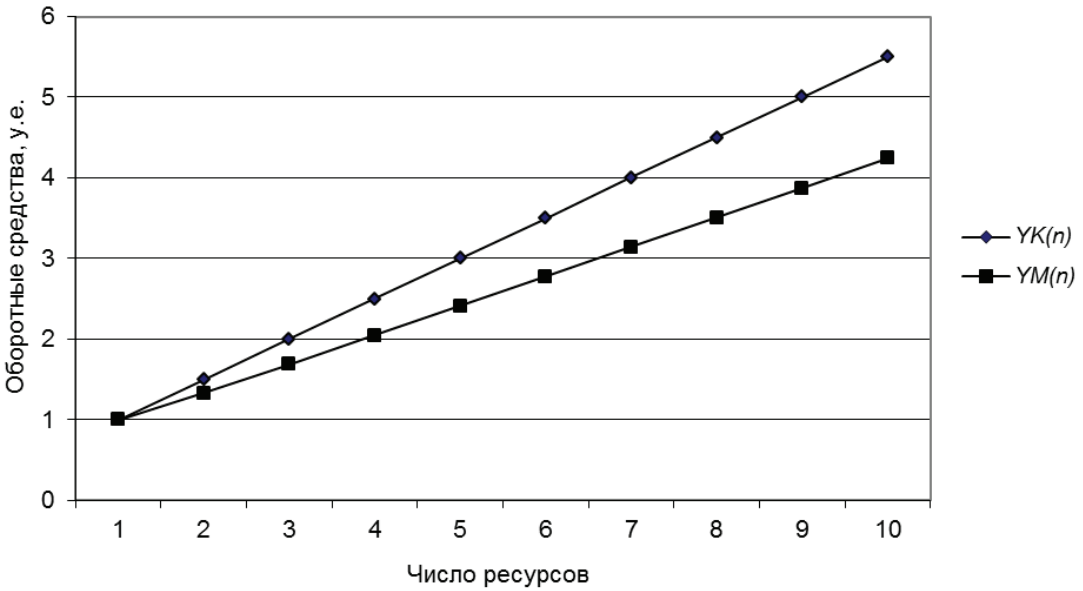


Рисунок 2

Количество необходимых оборотных средств при единичной стоимости ресурсов



Зависимость величины $\Delta(n) = \dfrac{YK(n) - YM(n)}{YM(n)}$ от количества товаров n представлена на рис. 3. Здесь показано, на сколько процентов больше требуется оборотных средств по модели Кулаковых по сравнению с авторской моделью при равной стоимости ресурсов. Так, при n = 10 погрешность составляет 30%, а при n = 100 погрешность достигает 35%. Это обусловлено тем, что в модели Кулаковых докупка товаров производится в объемах, равных максимальному количеству, а в авторской модели – в минимально необходимых, т.е. докупка только недостающего количества товаров.

Вычислим величину неиспользованных ресурсов к концу цикла при равной стоимости товаров. Следует заметить, что первый ресурс используется всегда полностью в обеих моделях.

По авторской модели имеем следующие результаты:

1) при n = 2:

$$t_2 = \frac{1}{3}T,\ k_2 = \frac{1}{3},\ b_2 = a_2 / T;$$

$$a_2(1-k_2) - b_2(T-t_2) = a_2\left(1 - k_2 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{3}\right)\right) = 0,$$

т.е. второй ресурс используется полностью;

2) при n = 3:

$$t_3 = \frac{T}{4},\ k_3 = \frac{1}{4},\ t_2 = \frac{7}{16}T,\ k_2 = \frac{7}{16};\ b_i = \frac{a_i}{T} = \text{const};$$

$$a_3(1-k_3) - b_3(T-t_3) = a_3(1-k_3) - \frac{a_3}{T}(T-t_3) =$$

$$= a_3\frac{3}{4} - \frac{a_3}{T}\left(T - \frac{T}{4}\right) = 0;$$

$$a_2(1-k_2) - b_2(T-t_2) = a_2(1-k_2) - \frac{a_2}{T}(T-t_2) =$$

$$= a_2\frac{9}{16} - a_2\left(T - \frac{7}{16}T\right) = 0.$$

Здесь также оба ресурса (второй и третий) используются полностью;

3) при n = 4:

$$t_4 = \frac{T}{5},\ k_4 = \frac{1}{5},\ t_3 = \frac{9}{25}T,\ k_3 = \frac{9}{25};\ t_2 = \frac{61}{125}T,$$

$$k_4 = \frac{61}{125},\ b_i = \frac{a_i}{T} = \text{const};$$

$$a_4(1-k_4) - \frac{a_4}{T}(T-t_4) = a_4\frac{4}{5} - a_4\left(T - \frac{1}{5}T\right) = 0;$$

$$a_3(1-k_3) - \frac{a_3}{T}(T-t_3) = a_3\frac{16}{25} - a_3\left(T - \frac{9}{25}T\right) = 0;$$

$$a_2(1-k_2) - \frac{a_2}{T}(T-t_2) = a_2\frac{64}{125} - a_2\left(T - \frac{61}{125}T\right) = 0,$$

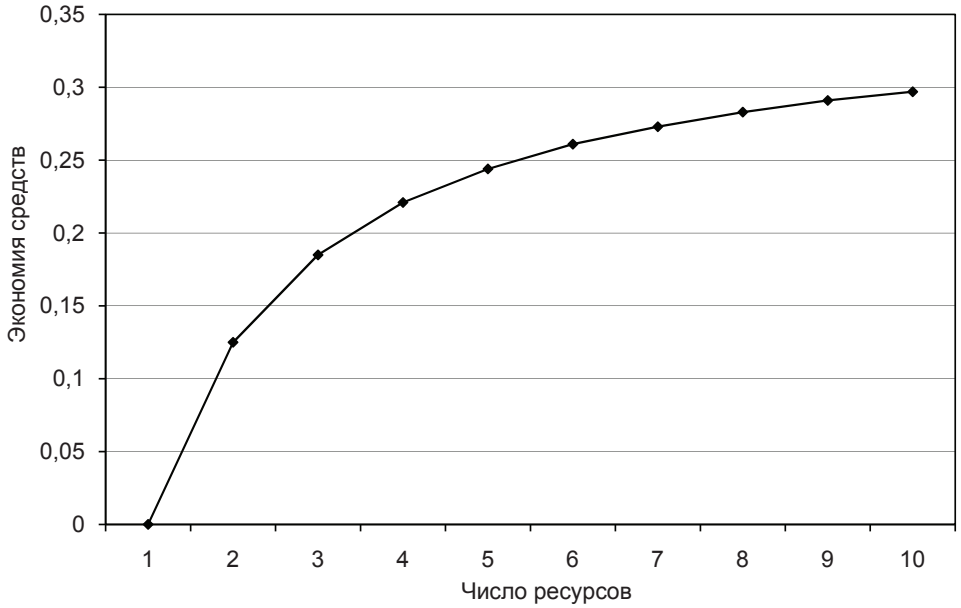
т.е. используются все ресурсы полностью.

По модели Кулаковых имеем следующие результаты:

1) при n = 2:

Рисунок 3

Экономия оборотных средств, обусловленная докупкой товаров только в минимально необходимом количестве, Δ*n*



$$t_2 = \frac{1}{2}T,\ k_2 = \frac{1}{2},\ b_2 = a_2 / T;$$

$$a_2 - b_2(T - t_2) = a_2\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{2}\right)\right) = \frac{a_2}{2}.$$

Таким образом, к концу цикла остался наполовину недоиспользованный второй ресурс;

2) при $n = 3$:

$$t_i = \frac{T}{3} = \text{const},\ k_2 = \frac{2}{3},\ k_3 = \frac{1}{3};\ b_i = \frac{a_i}{T} = \text{const};$$

$$a_3 - \frac{a_3}{T}(T - t_3) = a_3\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{3}\right)\right) = \frac{1}{3}a_3;$$

$$a_2 - \frac{a_2}{T}(T - t_2) = a_2\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{3}\right)\right) = \frac{1}{3}a_2,$$

т.е. к концу цикла недоиспользованы по 1/3 второго и третьего ресурсов;

3) при $n = 4$:

$$t_i = \frac{T}{4} = \text{const},\ k_2 = \frac{3}{4},\ k_3 = \frac{2}{4};\ k_4 = \frac{1}{4},\ b_i = \frac{a_i}{T} = \text{const};$$

$$a_4 - \frac{a_4}{T}(T - t_4) = a_4\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{4}\right)\right) = \frac{1}{4}a_4;$$

$$a_3 - \frac{a_3}{T}(T - t_3) = a_3\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{4}\right)\right) = \frac{1}{4}a_3;$$

$$a_2 - \frac{a_2}{T}(T - t_2) = a_2\left(1 - \frac{1}{T}\left(T - \frac{T}{4}\right)\right) = \frac{1}{4}a_2.$$

К концу цикла остались по 1/4 всех ресурсов (кроме первого).

Моделирование на реальных данных

В качестве исходных использованы данные по приходу сырья и материалов на предприятии ТОО «СП ВГ-Пласт» (Семей, Республика Казахстан) за период с июня по декабрь 2014 г. Выпускаемая предприятием продукция – это подоконная доска, стеновые панели из ПВХ и пр.

Данные по запасам сырья и материалов в июне 2014 г. представлены в табл. 1. Предприятие в июне закупило восемь видов ресурсов.

Для применения моделей данные были предварительно отсортированы в порядке убывания их стоимости.

Таблица 1

Данные по приходу сырья и материалов на предприятии ТОО «СП ВГ-Пласт» в июне 2014 г.

№ п/п	Сырье и материалы	Количество	Сумма, тенге
1	Аддетивы, кг	17 900	11 827 160
2	ПВХ микросуспензионный, кг	58 000	10 234 204
3	Мел гидрофобный, кг	201 915	7 505 878
4	Клей, кг	2 812	4 858 675
5	Пленка для подоконной доски, м^2	7 847,6	2 265 592
6	Пленка упаковочная, кг	3 262,65	1 151 965
7	Праймер, кг	300	284 849
8	Очиститель, кг	120	169 174

Рассчитаем затрачиваемые оборотные средства по авторской модели и модели Кулаковых. Будем полагать, что в начале цикла первый ресурс закупается полностью, а остальные ресурсы – частично, кроме того, будем считать, что $a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_8$. Ресурсы расходуются с постоянной скоростью $b_1,\ldots,b_8$.

Реальные оборотные средства на создание запасов и минимально необходимые средства, рассчитанные по авторской модели и модели Кулаковых, представлены в табл. 2. Здесь же приведена выгода на создание запаса оборотных средств при использовании модели Кулаковых и авторской модели. Видно, что авторская модель дает большую экономию средств.

Таблица 2

Оборотные средства на создание запасов по авторской модели и модели Кулаковых

Показатель	Значение
Реально затраченные средства, тенге	38 297 500
По модели Кулаковых	
Сумма, тенге	23 471 947
Выгода, %	39
По авторской модели	
Сумма, тенге	20 311 963
Выгода, %	47

Сравнение объема закупок ресурсов в начальный момент времени по обеим моделям представлено на рис. 4, а на рис. 5 показаны моменты времени

Рисунок 4

Объемы закупок товаров в начале цикла

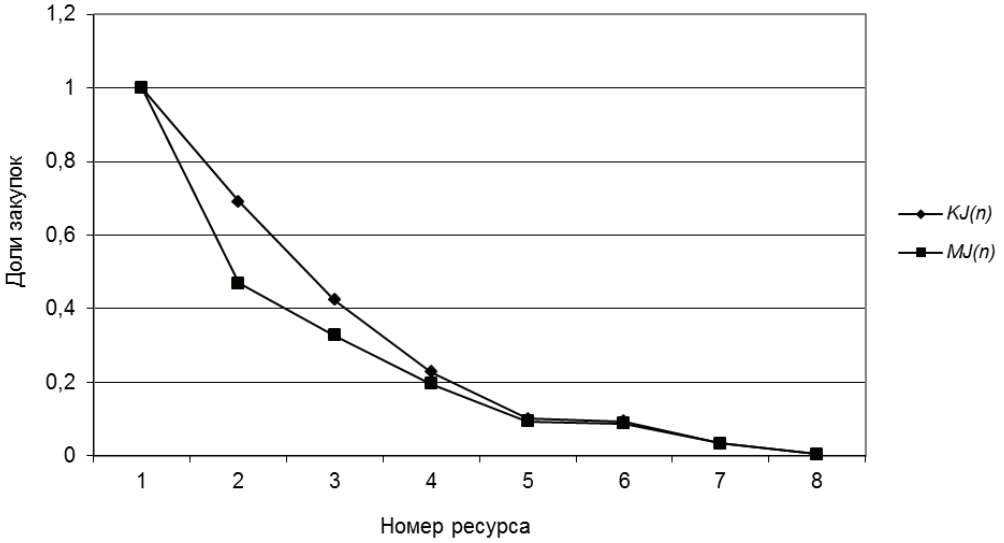


Рисунок 5

Моменты времени докупки товаров

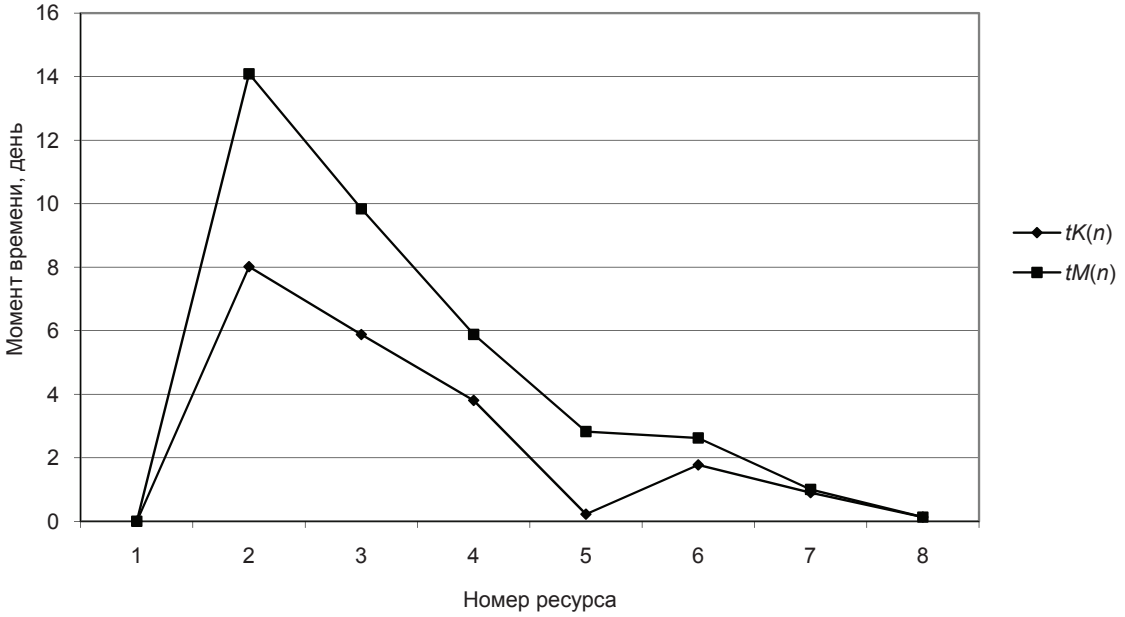


Рисунок 6

Оборотные средства на создание запасов на предприятии ТОО «СП ВГ-ПЛАСТ», тенге

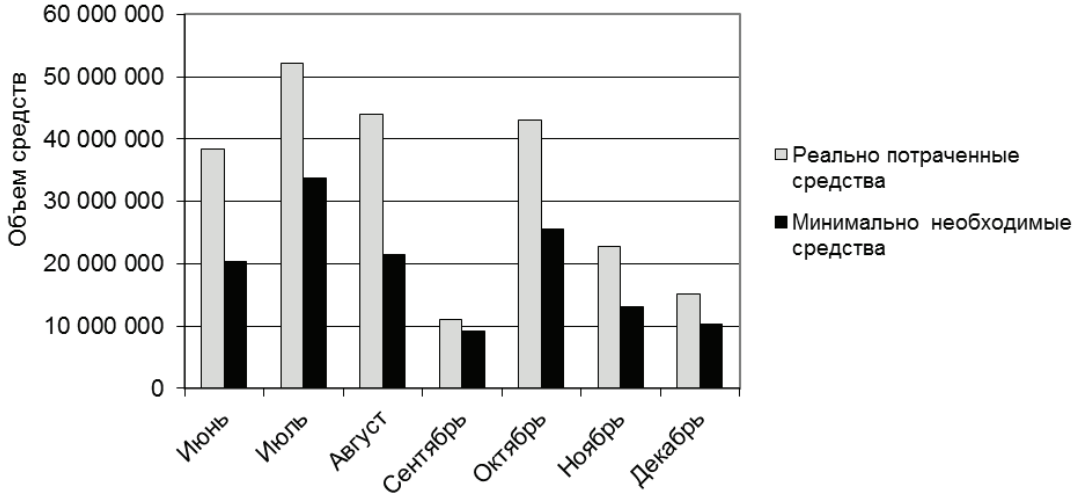


Таблица 3

Возможная экономия оборотных средств по авторской модели

Месяц	Количество ресурсов, ед.	Экономия, %
Июнь	8	47
Июль	8	35
Август	9	51
Сентябрь	4	18
Октябрь	8	40
Ноябрь	8	43
Декабрь	6	31

докупки товаров при условии дефицита оборотных средств в начале цикла.

На рис. 4 и 5 показано, в какой пропорции следует закупать ресурсы в начале цикла и в какие моменты времени их докупать в течение цикла при условии, что в начале цикла не хватает средств на закупку всех ресурсов одновременно в полном объеме.

Аналогичные расчеты были проведены для остальных месяцев. Сравнение оборотных средств для периода с июня по декабрь 2014 г. представлено на рис. 6.

Очевидно, что реально потраченных средств по сравнению с минимально необходимыми средствами значительно больше. Выгода для этого же периода представлена в табл. 3.

Заключение

Предложенная модель управления запасами с ограничением средств на создание запасов позволяет уменьшить нормировочный множитель до 0,37 (при неограниченно большом количестве запасаемых ресурсов), в то время как по модели Кулаковых – до 0,5. Это значит, что минимально необходимый объем средств на создание запасов составляет 37 и 50% от максимального соответственно по авторской модели и модели Кулаковых. Максимальный выигрыш может достигать 63 и 50% соответственно.

При 10 видах ресурсов авторская модель управления запасами дает выигрыш до 30% по сравнению с моделью Кулаковых. Этот выигрыш достигается за счет того, что докупка ресурсов производится в объеме дефицита каждого вида ресурса, а в модели Кулаковых докупка производится в максимальном количестве, т.е. большем, чем это необходимо. Как следствие, в конце цикла по модели Кулаковых часть ресурсов остается недоиспользованной, а по авторской модели все ресурсы используются полностью.

Анализ данных по приходу сырья и материалов на предприятии ТОО «СП ВГ-Пласт» за период с июня по декабрь 2014 г. показал, что использование авторской модели управления запасами позволило бы сократить необходимый объем оборотных средств от 18 до 51%. Наибольший выигрыш достигается при большем количестве ресурсов. Если сравнить данные, представленные в табл. 3, при одинаковом количестве ресурсов, равном 8, выигрыш колеблется от 35 до 47%.

Важным следствием применения модели управления запасами с ограниченным объемом средств является неукоснительное выдерживание графика поставок предприятиями-поставщиками.

Список литературы

1. *Букан Дж., Кенигсберг Э.* Научное управление запасами. М.: Наука, 1967. 423 с.
2. *Свиридова О.А.* Математические модели и методы теории управления запасами. Виды и классификации // Логистика. 2010. № 4. С. 21–22.
3. *Волобуева Е.Ю.* Возможности оптимизации объема заказа и цены реализации товара в цепи поставок // Логистика. 2010. № 3. С. 36–37.
4. *Соколов Г.А., Волобуева Е.Ю.* Марковская модель оптимизации процесса поставки товаров с одношаговой потребительской ценностью // Логистика. 2012. № 11. С. 46–48.
5. *Волобуева Е.Ю.* Стохастическая модель оптимизации объема заказа и цены его реализации в цепи поставок по критерию рентабельности // Логистика и управление цепями поставок. 2012. № 2. С. 81–87.
6. *Бродецкий Г.Л., Волобуева Е.Ю.* Управление цепями поставок при многих критериях в условиях случайного спроса // Логистика. 2012. № 3. С. 32–35.
7. *Бродецкий Г.Л., Гусев Д.А., Кулешова Е.С.* Алгоритм многокритериального распределения товаров в складской сети // Логистика. 2014. № 8. С. 24–28.
8. *Косоруков О.А., Свиридова О.А.* Учет неопределенности спроса при оптимизации системы управления запасами // Логистика. 2012. № 6. С. 12–13.
9. *Лукинский В.С., Воробьёва Н.И.* Многономенклатурная модель оптимального размера заказа со скидками // Логистика. 2015. № 4. С. 54–59.
10. *Лукинский В.С., Лукинский В.В., Маевский А.Г.* Формирование модели расчета оптимальной партии заказа с учетом дефицита // Логистика и управление цепями поставок. 2014. № 1. С. 43–54.
11. *Рожков М.И.* Имитационное моделирование логистических сетей поставщиков в автомобильной промышленности // Логистика и управление цепями поставок. 2012. № 2. С. 40–49.
12. *Пилипчук С.Ф., Радаев А.Е.* Формирование оптимальной системы поставки грузов с использованием средств имитационного моделирования // Логистика и управление цепями поставок. 2013. № 6. С. 43–52.
13. *Виноградов А.Б.* Использование модифицированного метода экономических компромиссов при разрешении конфликтов во внутренней цепи поставок // Логистика и управление цепями поставок. 2009. № 4. С. 33–44.
14. *Лукинский В.В., Каткова Е.В.* Анализ методов выбора логистических посредников // Логистика и управление цепями поставок. 2014. № 2. С. 49–56.
15. *Воробьева Н.И., Лукинский В.С., Лукинский В.В.* Модель оптимального размера заказа: анализ и пути дальнейшего развития // Логистика и управление цепями поставок. 2014. № 3. С. 42–53.
16. *Валеева А.Ф., Валеев Р.С., Тарасова Т.Д., Газизова Э.И.* О задаче доставки однородного продукта различным клиентам с учетом решения задач управления запасами, маршрутизации и складирования // Логистика и управление цепями поставок. 2015. № 2. С. 53–58.
17. *Бочкарев А.А., Бочкарев П.А.* Проблема выбора поставщиков и оптимизации размера партии поставки в условиях изменяющегося спроса // Логистика и управление цепями поставок. 2014. № 1. С. 37–42.
18. *Ямпольский С.М., Шаламова А.С.* Логистический подход к автоматизации управления оборотными средствами торгового предприятия // Логистика и управление цепями поставок. 2013. № 4. С. 65–70.
19. *Кулакова Ю.Н.* Оценка нормировочного множителя в многопродуктовой модели управления запасами предприятия при условии равной периодичности и одинаковой стоимости поставок // Логистика и управление цепями поставок. 2012. № 3. С. 76–83

ISSN 2311-8725 (Online)
ISSN 2073-039X (Print)

Mathematical Methods and Models

A MULTI-PRODUCT MODEL TO MANAGE INVENTORY WITH EVEN FREQUENCY OF DELIVERY

Artur A. MITSEL'[a,*], Dana A. ALIMKHANOVA[b]

[a] National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russian Federation
maa@asu.tusur.ru

[b] National Research Tomsk Polytechnic University, Tomsk, Russian Federation
dada93@mail.ru

[*] Corresponding author

Article history:
Received 9 July 2015
Received in revised form
12 August 2015
Accepted 28 September 2015

JEL classification: C61

Keywords: working capital, inventory management, multi-product model, optimization, minimization

Abstract

Subject Inventory management in retail business enables to curb expenditure, increase profits and release the working capital. Material procurement under conditions of tight resources continues to be significant, despite abundant literature on the subject. The study focuses on the developing a model enabling to build up inventories and provide more cost savings as compared to the model by the Kulakovs.

Objectives The objectives are to build a multi-product model to manage inventory with even and discretionary frequency of delivery and minimum working capital, to analyze and compare it with the Kulakovs' model, and to perform the model testing based on real data.

Methods We assume that at the beginning of the cycle, only the first resource is purchased in full, others only partially, with subsequent additional purchasing during the cycle. The model's basis is accounting equations at the initial point and at additional purchases of required resources.

Results We have built a multi-product model of inventory management with even and discretionary frequency of delivery. We compare it with the Kulakovs' model and test on real data of TOO SP VG-Plast Company (Semei, Republic of Kazakhstan).

Conclusions The offered model allows saving up to 30% of working capital versus the Kulakovs' model. The normalizing coefficient's limit value under our model is 0.368, whereas under the Kulakovs' model, it is 0.5. The test shows that using our model to buy additional resources within the cycle results in up to 50% of saved current assets.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2015

References

1. Buchan J., Koenigsberg E. *Nauchnoe upravlenie zapasami* [Scientific Inventory Management]. Moscow, Nauka Publ., 1967, 423 p.
2. Sviridova O.A. Matematicheskie modeli i metody teorii upravleniya zapasami. Vidy i klassifikatsii [Mathematical models and methods of the inventory management theory. Types and classifications]. *Logistika = Logistics*, 2010, no. 4, pp. 21–22.
3. Volobueva E.Yu. Vozmozhnosti optimizatsii ob"ema zakaza i tseny realizatsii tovara v tsepi postavok [Possibilities of optimizing the order volume and product sale price in the supply chain]. *Logistika = Logistics*, 2010, no. 3, pp. 36–37.
4. Sokolov G.A., Volobueva E.Yu. Markovskaya model' optimizatsii protsessa postavki tovarov s odnoshagovoi potrebitel'skoi tsennost'yu [The Markov model of optimizing the product delivery process with a single-step consumer value]. *Logistika = Logistics*, 2012, no. 11, pp. 46–48.
5. Volobueva E.Yu. Stokhasticheskaya model' optimizatsii ob"ema zakaza i tseny ego realizatsii v tsepi postavok po kriteriyu rentabel'nosti [The stochastic model of optimizing the order volume and sale price in the supply chain by the profitability criterion]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2012, no. 2, pp. 81–87.
6. Brodetskii G.L., Volobueva E.Yu. Upravlenie tsepyami postavok pri mnogikh kriteriyakh v usloviyakh sluchainogo sprosa [Management of multi-criteria supply chains under random demand]. *Logistika = Logistics*, 2012, no. 3, pp. 32–35.

7. Brodetskii G.L., Gusev D.A., Kuleshova E.S. Algoritm mnogokriterial'nogo raspredeleniya tovarov v skladskoi seti [The algorithm of multi-criteria distribution of goods in the warehouse network]. *Logistika = Logistics*, 2014, no. 8, pp. 24–28.

8. Kosorukov O.A., Sviridova O.A. Uchet neopredelennosti sprosa pri optimizatsii sistemy upravleniya zapasami [Considering the uncertainty of demand when optimizing the inventory management system]. *Logistika = Logistics*, 2012, no. 6, pp. 12–13.

9. Lukinskii V.S., Vorob'eva N.I. Mnogonomenklaturnaya model' optimal'nogo razmera zakaza so skidkami [A multi-product model of optimum order size with discounts]. *Logistika = Logistics*, 2015, no. 4, pp. 54–59.

10. Lukinskii V.S., Lukinskii V.V., Maevskii A.G. Formirovanie modeli rascheta optimal'noi partii zakaza s uchetom defitsita [Building a model to calculate the economical batch ordering, taking into account the deficit]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2014, no. 1, pp. 43–54.

11. Rozhkov M.I. Imitatsionnoe modelirovanie logisticheskikh setei postavshchikov v avtomobil'noi promyshlennosti [Simulation modeling of logistic networks of suppliers in the motor industry]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2012, no. 2, pp. 40–49.

12. Pilipchuk S.F., Radaev A.E. Formirovanie optimal'noi sistemy postavki gruzov s ispol'zovaniem sredstv imitatsionnogo modelirovaniya [Formation of the optimal system of freight delivery using the simulation tools]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2013, no. 6, pp. 43–52.

13. Vinogradov A.B. Ispol'zovanie modifitsirovannogo metoda ekonomicheskikh kompromissov pri razreshenii konfliktov vo vnutrennei tsepi postavok [Using the modified method of economic trade-offs for conflict resolution in the internal supply chain]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2009, no. 4, pp. 33–44.

14. Lukinskii V.V., Katkova E.V. Analiz metodov vybora logisticheskikh posrednikov [Analyzing the methods of selecting logistic intermediaries]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2014, no. 2, pp. 49–56.

15. Vorob'eva N.I., Lukinskii V.S., Lukinskii V.V. Model' optimal'nogo razmera zakaza: analiz i puti dal'neishego razvitiya [A model of the optimal order size: an analysis and further development]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2014, no. 3, pp. 42–53.

16. Valeeva A.F., Valeev R.S., Tarasova T.D., Gazizova E.I. O zadache dostavki odnorodnogo produkta razlichnym klientam s uchetom resheniya zadach upravleniya zapasami, marshrutizatsii i skladirovaniya [On uniform product delivery to various clients taking into account the solution of problems related to inventory management, routing and warehousing]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2015, no. 2, pp. 53–58.

17. Bochkarev A.A., Bochkarev P.A. Problema vybora postavshchikov i optimizatsii razmera partii postavki v usloviyakh izmenyayushchegosya sprosa [Selecting suppliers and optimizing the size of delivery lot under changing demand]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2014, no. 1, pp. 37–42.

18. Yampol'skii S.M., Shalamova A.S. Logisticheskii podkhod k avtomatizatsii upravleniya oborotnymi sredstvami torgovogo predpriyatiya [A logistic approach to current assets management automation of a trade enterprise]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2013, no. 4, pp. 65–70.

19. Kulakova Yu.N. Otsenka normirovochnogo mnozhitelya v mnogoproduktovoi modeli upravleniya zapasami predpriyatiya pri uslovii ravnoi periodichnosti i odinakovoi stoimosti postavok [Evaluation of the normalization factor in the multi-product model of enterprise inventory management model in case of equal frequency and equal cost of delivery]. *Logistika i upravlenie tsepyami postavok = Logistics and Supply Chain Management*, 2012, no. 3, pp. 76–83.