

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ ФИНАНСИРОВАНИЯ НЕСКОЛЬКИХ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ*

Татьяна Васильевна АЗАРНОВА^{a,*}, Ирина Наумовна ЩЕПИНА^b, Валерия Викторовна ВОЛГИНА^c

^a доктор технических наук, профессор кафедры математических методов исследования операций, Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация
ivdas92@mail.ru

^b доктор экономических наук, доцент кафедры информационных технологий и математических методов в экономике, Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация
shcherina@mail.ru

^c аспирантка кафедры математических методов исследования операций, Воронежский государственный университет, Воронеж, Российская Федерация
ivdas92@mail.ru

* Ответственный автор

История статьи:

Принята 18.05.2015

Одобрена 18.05.2015

УДК 336.581

Ключевые слова:

инвестиционный проект, критерий, эффективность, математическая модель, линейное программирование

Аннотация

Предмет и тема. Инвестиционные проекты являются эффективным инструментом современного бизнеса. Инвестиционная деятельность способствует технологической и социальной модернизации экономики, созданию новых и развитию существующих производственных структур. За счет инвестиционной деятельности появляются дополнительные рабочие места, создаются и выводятся на рынок новые продукты и услуги. Инвестиционная деятельность, особенно в рамках инновационных структур, как правило, предполагает одновременное ведение нескольких инвестиционных проектов (проекты могут начинаться с некоторым сдвигом во времени). Эффективность выполнения совокупности проектов во многом зависит от используемых технологий их финансирования, поэтому актуальными являются вопросы разработки инструментальных средств (в виде моделей, методов, алгоритмов и программного обеспечения), позволяющих строить формализованное представление множества допустимых (соответствующих требованиям финансового менеджмента инвестиционных проектов) альтернативных технологий финансирования совокупности проектов и осуществлять выбор оптимальной технологии.

Цели и задачи. Цель работы заключается в построении математической модели формирования оптимальной технологии финансирования совокупности инвестиционных проектов и в разработке на базе этой модели инструментальных алгоритмических и программных средств финансового менеджмента инвестиционных проектов.

Методология. Предложенная в рамках исследования оптимизационная математическая модель формализует процедуру формирования денежных потоков инвестиционных проектов, осуществляемых в рамках одной организационной структуры, и по типу оптимизационных моделей представляет собой модель линейного программирования.

Результат. Алгоритмическое и программное обеспечение, разработанное на базе модели, позволяет автоматизировать процесс оценки эффективности различных альтернативных технологий финансирования проектов и выбора оптимальной из данных технологий. Технологии финансирования на детальном уровне описывают: использование собственного капитала, привлечение заемных средств из различных источников финансирования и управление возвратом этих средств, движение генерируемых в рамках реализации проектов свободных денежных средств.

Выводы. Экспериментальные вычисления, проведенные на базе предложенной математической модели и соответствующего алгоритмического и программного обеспечения, показывают достаточно высокую эффективность использования формируемых по результатам расчетов технологий финансирования проектов в практике инвестиционного проектирования.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2015

* Авторы выражают глубокую признательность Любушину Николаю Петровичу за ценные советы и замечания в процессе подготовки рукописи.

Статья представлена Информационным центром Издательского дома «ФИНАНСЫ и КРЕДИТ» при Воронежском государственном университете.

Сложность инвестиционного проектирования заключается в необходимости детального учета достаточно большого количества временных, финансовых, ресурсных и вероятностных факторов реализации проектов, оказывающих непосредственное влияние на их эффективность [1–8]. Планирование современных инвестиционных проектов невозможно без специальных инструментов факторного анализа и имитационного моделирования. Одним из эффективных, хорошо апробированных инструментов оптимизации инвестиционных процессов является математическое моделирование. Применение математического моделирования позволяет определять структурные и финансовые параметры инвестиционных процессов, способствующие достижению оптимальных значений критериев эффективности, и учитывать элементы динамики, риска и нечеткости данных [9–16]. Вопросы применения математического моделирования для оптимизации процессов финансирования инвестиционных проектов рассматриваются в работах Г. Хакса, Х. Вейнгартнера, Дж. Дина, Д.А. Новикова, В.Н. Буркова, Е.М. Бронштейна, Т.Н. Олейник, В.Д. Богатырева, С.А. Морозова, В.А. Царькова, О.В. Павлова, М.Ю. Михалева и др. [10, 14, 16–22,]. В перечисленных работах анализируются различные аспекты финансирования проектов и вводятся различные критерии оптимальности. В качестве аппарата исследования применяются методы теории графов, линейной и нелинейной оптимизации. В работе [17] рассматривается задача формирования оптимальной технологии финансирования взаимосвязанных инвестиционных проектов с учетом инфляции. Вводятся ограничения на порядок, в котором осуществляется финансирование, и временной лаг между началами финансирования проектов. В качестве дополнительной возможности использования денежных средств предусмотрено вложение их в банк, однако прямое взаимное финансирование проектов не предусмотрено. Для сравнения проектов используются чистый дисконтированный доход, минимум средств, необходимых для финансирования, и модифицированный индекс рентабельности. При решении задачи применяются методы теории графов, позволяющие оптимизировать временные аспекты выполнения проектов. Работа [16] посвящена математическому моделированию процессов финансирования инвестиционных проектов в условиях дефицита бюджета, в рамках исследования используются алгоритмы теории графов и календарно-сетевого планирования. Рассматривается один проект, работы по которому могут осуществляться

как последовательно, так и параллельно. В условиях дефицита бюджета возможны нежелательные задержки выполнения отдельных работ и проекта в целом, в модели вводятся специальные штрафные санкции и минимизируется время задержки. Для оценки эффективности проекта используется чистый дисконтированный доход. В работе [20] моделируется процесс выбора оптимального (максимальный чистый дисконтированный доход) инвестиционного проекта из нескольких взаимоисключающих. Для решения задачи применяются методы оптимального управления дискретными процессами. Поиск оптимального управления осуществляется на момент начала инвестирования. При расчетах учитывается только налог на прибыль. Построению модели формирования оптимального портфеля инвестиционных проектов посвящена работа [18]. При отборе проектов для финансирования учитывается их разбиение на основные, средне- и краткосрочные, вспомогательные и инновационные. Подзадача отбора проектов формулируется отдельно для каждой из групп с учетом ее особенностей. В качестве частных критериев оптимальности используются чистый дисконтированный доход, индекс доходности и внутренняя ставка доходности. Возможность поэтапного финансирования проектов не рассматривается, в качестве критерия оптимальности используется величина единовременных затрат на инвестирование проектов.

В работе предложена оптимизационная математическая модель нахождения оптимальных параметров финансирования нескольких параллельных инвестиционных проектов, учитывающая специфику управления инвестиционными проектами в инновационных структурах. В качестве критериев эффективности [23] рассматриваются чистые дисконтированные доходы всей совокупности проектов и каждого проекта в отдельности.

Рассмотрим формализованную постановку задачи. Имеется N ($p = 1, \dots, N$) инвестиционных проектов, которые будут осуществляться за счет собственного и заемного капитала (несколько источников финансирования). Выполнение всех или подгрупп проектов может осуществляться параллельно, начало и окончание каждого проекта считается известным (B_p – период начала p -го проекта, End_p – период окончания p -го проекта). Необходимо подобрать оптимальную технологию финансирования этих проектов на интервале от начала первого проекта до окончания последнего (интервал разбит на шаги), которая обеспечивала бы максимальную

эффективность (чистый дисконтированный денежный доход – ЧДД) совокупного проекта.

В процессе построения модели вводится ряд предположений:

1. При проведении расчетов рассматриваются финансовые притоки и оттоки от операционной, инвестиционной и финансовой деятельности. Притоки учитываются со знаком «+», оттоки – со знаком «-». Все потоки рассматриваются на конец каждого шага, точкой приведения является конец нулевого шага. Расчеты проводятся без учета инфляции в текущих ценах.
2. В расчетах учитываются:
 - налог на добавленную стоимость (НДС);
 - налог на имущество;
 - налог на прибыль;
 - льготы по налогу на прибыль;
 - нормы амортизации $n_am_p, p = 1, \dots, N$ (проблемы полной амортизации активов и выработки технического ресурса не рассматриваются).

Учетименноэтихналоговнеявляетсяпринципиальным для моделирования, модель может быть настроена и на другую совокупность налогов.

3. Для каждого проекта заданы:
 - величина выручки без НДС;
 - балансовая стоимость основных производственных фондов;
 - продолжительность проектов (L_p шагов для p -го проекта);
 - производственные затраты;
 - притоки от инвестиционной деятельности;
 - капиталовложения;
 - величина собственного капитала для каждого шага проекта.

4. В качестве показателя эффективности совокупного проекта и каждого отдельного проекта рассматривается ЧДД:

$$ЧДД = \sum_{i=0}^M \varphi_i \alpha_i^{t_0}(E),$$

где φ_i – суммарное сальдо потоков проекта на i -м шаге;

$\alpha_i^{t_0} = \frac{1}{(1+E)^{t_i-t_0}}$ – коэффициент дисконтирования на i -м шаге [24–26];

t_i – конец i -го шага;

E – норма дисконта.

5. В процессе реализации проектов возможно использование собственного и заемного капитала из H источников финансирования (кредиты берутся под проект, величина кредитов по каждому источнику финансирования ограничена). Проценты по кредитам начисляются на каждом шаге, но до начала производственного цикла проекта проценты могут не выплачиваться (капитализоваться, добавляться к величине долга). Считается, что займы берутся в начале расчетного шага, а возврат долга и выплата процентов – в конце.
6. Средства чистой прибыли на некоторых шагах реализации проектов (резервы) могут помещаться в общий дополнительный фонд (депозит в банке под определенный процент). В дальнейшем (на следующих шагах реализации проектов) средства из дополнительных фондов могут использоваться для погашения отрицательного сальдо проектов, проекты могут финансировать друг друга.

Перейдем непосредственно к описанию предложенной в рамках исследования модели. Основные обозначения модели приведены в табл. 1.

После введения основных обозначений можно выписать целевую функцию и ограничения разработанной в рамках исследования математической оптимизационной модели.

Целевой функцией модели является сумма чистых дисконтированных доходов всех проектов. Чистый дисконтированный доход p -го проекта определяется

$$\text{как } ЧДД_p = \sum_{i=B_p}^{End_p} dp_{pi}.$$

Рассмотрим ограничения модели.

1. Суммарное сальдо $ss3_{pi}$ в каждый период времени должно быть неотрицательно, поэтому

$$\left(\sum_{j=1}^H \Delta_{pji} (1-np) + [1+d(1-np)] \right) df_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji}) \geq -(vb_nds_{pi} (1-np) + pz_{pi} (1-np) + nal_im_{pi} (1-np) + pr_{pi} + kvl_{pi} + np \cdot amort_{pi} + sob_kap_{pi}).$$

2. Сумма долга на конец каждого проекта должна быть равна нулю по всем источникам финансирования, т.е.

Таблица 1

Обозначения модели

Тип	Обозначение	Описание
Задаваемая величина	N	Количество инвестиционных проектов
Задаваемые величины	B_i, End_i	Периоды начала и окончания i -го проекта
Задаваемая величина	H	Количество источников финансирования $j = 1, \dots, H$
Задаваемые величины	st_j, OF_j	Процентная ставка, под которую выдается кредит j -м источником финансирования (в долях от единицы), и максимальная сумма кредита из j -го источника финансирования
Задаваемая величина	E	Норма дисконта
Задаваемая величина	d	Депозитный процент
Задаваемая величина	n_{am_p}	Норма амортизации в p -м проекте
Задаваемые величины	nds, ni, np	Налог на добавленную стоимость, налог на имущество, налог на прибыль
Задаваемая величина	$vb_{nds_{pi}}$	Выручка без НДС для p -го проекта в i -й период
Задаваемая величина	pz_{pi}	Производственные затраты для p -го проекта в i -й период
Задаваемая величина	bs_{pi}	Балансовая стоимость фондов для p -го проекта в i -й период
Задаваемая величина	pr_{pi}	Притоки от инвестиционной деятельности для p -го проекта в i -й период
Задаваемая величина	kvl_{pi}	Капиталовложения для p -го проекта в i -й период
Задаваемая величина	$sob_{kap_{pi}}$	Собственный капитал для p -го проекта в i -й период
Переменная модели	x_{pji}	Величина займа для p -го проекта у j -го источника финансирования в i -й период
Переменная модели	δ_{pji}	Величина возврата долга для p -го проекта j -му источнику финансирования в i -й период
Переменная модели	Δ_{pji}	Величина выплаченных процентов для p -го проекта j -му источнику финансирования в i -й период
Переменная модели	y_{pi}	Величина денежных средств, направляемых в дополнительный фонд, для p -го проекта в i -й период
Переменная модели	df_{pi}	Величина притока из дополнительного фонда для p -го проекта в i -й период
Вычисляемая величина	$vs_{nds_{pi}}$	Выручка с НДС: $vs_{nds_{pi}} = vb_{nds_{pi}} \cdot nds$
Вычисляемая величина	$vr_{d_{pi}}$	Внереализационные доходы: $vr_{d_{pi}} = df_{pi} \cdot d$
Вычисляемая величина	$v_{v_{pi}}$	Всего выручка: $v_{v_{pi}} = vb_{nds_{pi}} + vr_{d_{pi}}$
Вычисляемая величина	$amort_{pi}$	Амортизация: $amort_{pi} = bs_{pi} \cdot n_{am_p}$
Вычисляемые величины	$os_{ng_{pi}}$ $os_{kg_{pi}}$	Остаточная стоимость на конец года: $os_{kg_{pi}} = os_{ng_{pi}} - amort_{pi}$, $os_{ng_{p0}} = bs_{p0}$. Остаточная стоимость на начало года $os_{ng_{p1}} = bs_{p1} - amort_{p0}$, $os_{ng_{pi}} = os_{ng_{p(i-1)}} - amort_{pi}$
Вычисляемая величина	$nal_{im_{pi}}$	Налог на имущество: $nal_{im_{pi}} = -(os_{ng_{pi}} - os_{kg_{pi}})ni$
Вычисляемые величины	$val_{pr_{pi}}$ $n_{ia}_{pr_{pi}}$ $nn_{pr_{pi}}$ $ch_{pr_{pi}}$	Валовая прибыль: $val_{pr_{pi}} = v_{v_{pi}} + df_{pi} \cdot d + pz_{pi} + \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} - amort_{pi}$. Налогооблагаемая прибыль: $n_{ia}_{pr_{pi}} = val_{pr_{pi}} + nal_{im_{pi}} + nal_{df_{pi}}$. Налог на прибыль: $nn_{pr_{pi}} = (vb_{nds_{pi}} + df_{pi} \cdot d + pz_{pi} + \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} - amort_{pi} + nal_{im_{pi}} + nal_{df_{pi}})(-np)$. Чистая прибыль: $ch_{pr_{pi}} = (1 - np)(vb_{nds_{pi}} + df_{pi} \cdot d + pz_{pi} + \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} - amort_{pi} + nal_{im_{pi}} + nal_{df_{pi}})$

Окончание табл. 1

Тип	Обозначение	Описание
Вычисляемые величины	$saldol_{pi}$ $saldol2_{pi}$ $ss2_{pi}$ $saldol3_{pi}$ $ss3_{pi}$ ns_{pi}	<p>Сальдо от операционной деятельности: $saldol_{pi} = (vb_nds_{pi} + df_{pi} \cdot d + pz_{pi} + df_{pi} + nal_im_{pi} +$ $+nal_df_{pi}) + (-np)(vb_nds_{pi} + df_{pi} \cdot d + pz_{pi} + \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} -$ $-amort_{pi} + nal_im_{pi} + nal_df_{pi}).$</p> <p>Сальдо от инвестиционной деятельности $saldol2_{pi} = pr_{pi} + kvl_{pi} + y_{pi},$</p> <p>Суммарное сальдо двух потоков: $ss2_{pi} = saldol_{pi} + saldol2_{pi}.$</p> <p>Сальдо от финансовой деятельности: $saldol3_{pi} = \sum_{j=1}^H (\Delta_{pji} + \delta_{pji} + x_{pji}) + sob_kap_{pi}.$</p> <p>Суммарное сальдо трех потоков: $ss3_{pi} = (1 - np)(vb_nds_{pi} + pz_{pi}) +$ $+ [1 + d(1 - np)]df_{pi} + (1 - np) \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} + np \cdot amort_{pi} +$ $+ (1 - np)(nal_im_{pi} + nal_df_{pi}) +$ $+ pz_{pi} + kvl_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji}) + sob_kap_{pi}.$</p> <p>Накопленное сальдо трех потоков: $ns_{pi} = ns_{p(i-1)} + ss3_{pi}$</p>
Вычисляемые величины	kap_{pji} $nach_{pji}$	<p>Проценты капитализированные, проценты начисленные: $\Delta_{pji} = -(nach_{pji} - kap_{pji}),$ $nach_{pji} = (x_{pji} + vd_nsh_{pj(i-1)} + kap_{pj(i-1)} + \delta_{pj(i-1)})st_j,$ $kap_{pji} = \Delta_{pji} + (x_{pji} + vd_nsh_{pj(i-1)} + kap_{pj(i-1)} + \delta_{pj(i-1)})st_j,$ $vd_nsh_{pji} = vd_nsh_{pj(i-1)} + kap_{pj(i-1)} + \delta_{pj(i-1)} + x_{pji}$ $kap_{pj0} = \Delta_{pj0} + x_{pj0}st_j,$ $kap_{pji} = \Delta_{pji} + \left(\sum_{l=0}^i x_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjl} \right) st_j,$ $nach_{pj0} = x_{pj0}st_j,$ $nach_{pji} = \left(\sum_{l=0}^i x_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjl} \right) st_j$</p>
Вычисляемые величины	vd_nsh_{pji} vd_ksh_{pji}	<p>Величина долга на начало шага: $vd_nsh_{pj0} = x_{pj0}, vd_nsh_{pji} = x_{pji} + vd_ksh_{pj(i-1)}.$</p> <p>Величина долга на конец шага: $vd_ksh_{pji} = vd_ksh_{pji} + kap_{pji} + \delta_{pji}$</p>
Вычисляемая величина	$poep_{pi}$	<p>Поток для оценки эффективности участия в проекте: $poep_{pi} = ss3_{pi} - sob_kap_{pi}$</p>
Вычисляемая величина	dp_{pi}	<p>Дисконтированный поток: $dp_{pi} = poep_{pi} \alpha_i^{t_0}$</p>

$$vd_ksh_{pjEnd_p} = 0,$$

$$vd_ksh_{pjEnd_p} = vd_ksh_{pj(End_p-1)} + x_{pjEnd_p} + kap_{pjEnd_p} + \delta_{pjEnd_p}.$$

3. Величина капитализированных процентов в каждый период неотрицательна:

$$\Delta_{pji} + \left[\left(\sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjl} + \sum_{l=0}^i x_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjl} \right) st_j \right] \geq 0.$$

4. Займы и денежные потоки из дополнительных фондов должны быть положительными величинами, а возврат долга, выплаченные проценты, отток в резервные фонды – отрицательными:

$$x_{pji} \geq 0,$$

$$\delta_{pji} \leq 0, \Delta_{pji} \leq 0,$$

$$d_{pi} \geq 0, y_{pi} \leq 0.$$

5. Займы в каждый период не должны превышать максимального размера кредита по каждому источнику финансирования: $x_{pji} \leq OF_j$.

6. Возврат долга в каждый период не должен быть больше суммы займов в предыдущих периодах по каждому источнику финансирования:

$$\sum_{l=0}^i x_{pjl} + \delta_{pjl} \geq 0.$$

7. Займы и вложение собственного и привлеченного капитала на каждом шаге не должны превышать требуемых капиталовложений:

$$\sum_{j=1}^H x_{pji} \leq -kvl_{pi} - sob_kap_{pi}.$$

8. Величина денежных средств, поступающих из дополнительных фондов, не должна превышать отчислений в дополнительные фонды на предыдущих шагах, при этом должно осуществляться взаимное финансирование проектов:

$$\sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^l y_{li} \leq 0, l=1, \dots, (B_2 - 1),$$

$$\sum_{i=B_1}^l df_{li} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} \leq 0, l = B_2, \dots, (B_3 - 1),$$

$$\sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} +$$

$$+ \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, l = B_N, \dots, End_1,$$

$$\sum_{i=B_1}^{End_1} df_{li} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{li} + \sum_{i=B_2}^{End_2} df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{End_2} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} +$$

$$+ \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, l = End_{N-1}, \dots, End_N.$$

Для дополнительных фондов суммарные поступления денежных средств за весь период планирования должны быть равны суммарным отчислениям

$$\sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} (df_{pi} + y_{pi}) = 0.$$

9. Величина оттоков в дополнительные фонды на каждом шаге не превосходит чистой прибыли:

$$-y_{pi} \leq (1 - np)(vb_nds_{pi} + df_{pi}d + pz_{pi} +$$

$$+ \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} - amort_{pi} + nal_im_{pi}).$$

Таким образом, полученная в работе оптимизационная модель имеет вид:

$$\sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} \left(\left(\sum_{j=1}^H (1 - np)\Delta_{pji} + (1 + d(1 - np)) \right) df_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji})\alpha_i \right) \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^H (1 - np)\Delta_{pji} + (1 + d(1 - np))df_{pi} + y_{pi} + \sum_{j=1}^H (x_{pji} + \delta_{pji}) \geq \\ - (vb_nds_{pi}(1 - np) + pz_{pi}(1 - np) + nal_im_{pi}(1 - np) + \\ + pr_{pi} + kvl_{pi} + np \cdot amort_{pi} + sob_kap_{pi}), \quad i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ vd_ksh_{pj(End_p-1)} + x_{pjEnd_p} + kap_{pjEnd_p} + \delta_{pjEnd_p} = 0, \quad j = 1 \dots H; p = 1 \dots N; \\ \Delta_{pji} + \left(\left(\sum_{l=0}^i x_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} kap_{pjl} + \sum_{l=0}^{i-1} \delta_{pjl} \right) st_j \right) \geq 0, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \sum_{l=0}^i (x_{pjl}) + \delta_{pjl} \geq 0, \quad j = 1 \dots H, \quad i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \\ \sum_{j=1}^H (x_{pji}) \leq -kvl_{pi} - sob_kap_{pi}, \quad j = 1 \dots H, i = B_p \dots End_p; p = 1 \dots N; \end{array} \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & \sum_{i=B_1}^l df_{1i} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{1i} \leq 0, \quad l=1...(B_2-1); \\ & \sum_{i=B_1}^l df_{1i} + \sum_{i=B_1}^{l-1} y_{1i} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} \leq 0, \quad l=B_2...(B_3-1); \\ & \dots \\ & \sum_{i=B_1}^{End_1} df_{1i} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{1i} + \sum_{i=B_2}^l df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{l-1} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_N}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, \quad l=B_N...End_1; \\ & \dots \\ & \sum_{i=B_1}^{End_1} df_{1i} + \sum_{i=B_1}^{End_1} y_{1i} + \sum_{i=B_2}^{End_2} df_{2i} + \sum_{i=B_2}^{End_2} y_{2i} + \dots + \sum_{i=B_N}^l df_{Ni} + \sum_{i=B_N}^{l-1} y_{Ni} \leq 0, \quad l=(End_{N-1}+1)...End_N; \\ & \sum_{p=1}^N \sum_{i=B_p}^{End_p} (df_{pi} + y_{pi}) = 0; \\ & -y_{pi} - (1-np)ddf_{pi} - (1-np) \sum_{j=1}^H \Delta_{pji} \leq (1-np)(vb_nds_{pi} + pz_{pi} - amort_{pi} + nal_im_{pi}), \\ & \quad i = B_p...End_p; p = 1...N; \\ & 0 \leq x_{pji} \leq OF_j, \quad j = 1...H, i = B_p...End_p; p = 1...N; \\ & \delta_{pji} \leq 0, \quad j = 1...H, i = B_p...End_p; p = 1...N; \\ & \Delta_{pji} \leq 0, \quad j = 1...H, i = B_p...End_p; p = 1...N; \\ & df_{pi} \geq 0, \quad j = 1...H, i = B_p...End_p; p = 1...N; \\ & y_{pi} \leq 0, \quad j = 1...H, i = B_p...End_p; p = 1...N. \end{aligned} \right\}$$

Модель имеет вид задачи линейного программирования, для решения которой можно использовать стандартный симплексный метод. В рамках исследования было разработано необходимое

алгоритмическое и программное обеспечение для расчетов по модели. Для демонстрации работы алгоритма рассмотрим пример выполнения группы из четырех проектов. Данные по проектам приведены в табл. 2.

Таблица 2

Данные по проектам, уд.е.

Показатель	Проект	Период проектирования												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Выручка без НДС	1	0	75	125	125	150	175	150	0	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	0	85	105	125	150	165	160	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	0	85	145	155	165	160	0	-
	4	-	-	-	-	-	-	0	85	105	125	135	120	0
Производственные расходы	1	0	-45	-55	-55	-60	-60	-60	0	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	0	-35	-55	-55	-60	-60	-60	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	0	-45	-55	-55	-60	-60	0	-
	4	-	-	-	-	-	-	0	-25	-40	-40	-50	-45	0
Балансовая стоимость	1	0	100	170	170	230	230	230	0	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	0	120	140	150	200	200	0	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	0	120	140	180	200	200	0	-
	4	-	-	-	-	-	-	0	120	140	180	200	200	0
Притоки	1	0	0	0	0	0	0	0	10	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	0	0	0	0	0	10	-	-	-	-
	3	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	0	10	-
	4	-	-	-	-	-	-	0	0	0	0	0	0	10

Окончание табл. 2

Показатель	Проект	Период проектирования												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Капиталовложения	1	-100	-70	0	0	-60	0	0	-90	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	-90	0	0	-60	0	0	-60	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	-50	0	0	-40	0	0	-60	-
	4	-	-	-	-	-	-	-50	0	0	-40	0	0	-20
Собственный капитал	1	10	0	0	0	0	0	0	0	-	-	-	-	-
	2	-	-	-	10	0	0	0	0	0	0	-	-	-
	3	-	-	-	-	-	10	0	0	0	0	0	0	-
	4	-	-	-	-	-	-	10	0	0	0	0	0	0

Примечание: у.д.е. – условная денежная единица.

При проведении расчетов использовались следующие данные по источнику финансирования и по налогам:

- источник финансирования – один (с процентной ставкой 0,1 и максимальной суммой 120 у.д.е.);
- норма дисконта – 0,1;
- величина депозитного процента – 0,05;
- НДС – 0,18;
- налог на прибыль – 0,2;
- налог на имущество – 0,022.

В результате работы алгоритма получены следующие результаты: чистый дисконтированный доход первого проекта $ЧДД_1 = 62,29$; $ЧДД_2 = 56,19$; $ЧДД_3 = 95,44$; $ЧДД_4 = 83,06$; $СЧДД = 296,97$. Получена эффективная схема взаимодействия проектов, каждый по отдельности проект эффективен. В качестве примера данные расчетов по проекту 2 приведены в табл. 3.

Результаты расчетов по всем проектам проиллюстрированы графически на рис. 1–3, на которых отражены основные аспекты финансирования проектов.

Таблица 3

Результаты расчетов по проекту 2, у.д.е

Показатель	Период проектирования						
	3	4	5	6	7	8	9
Операционная деятельность							
Выручка с НДС	0,00	100,30	123,90	147,50	177,00	194,70	188,80
Выручка без НДС	0,00	85,00	105,00	125,00	150,00	165,00	160,00
Внереализационные доходы	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Доходы, всего	0,00	85,00	105,00	125,00	150,00	165,00	160,00
Производственные затраты	0,00	-35,00	-55,00	-55,00	-60,00	-60,00	-60,00
Проценты в составе себестоимости	0,00	-8,80	-8,80	-12,81	-12,81	-10,61	-2,73
Приток из дополнительных фондов	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Балансовая стоимость фондов	0,00	120,00	140,00	150,00	200,00	200,00	0,00
Остаточная стоимость на начало года	0,00	120,00	122,00	111,00	138,50	108,50	0,00
Остаточная стоимость на конец года	0,00	102,00	101,00	88,50	108,50	78,50	0,00
Амортизация	0,00	18,00	21,00	22,50	30,00	30,00	0,00
Валовая прибыль	0,00	23,20	20,20	34,69	47,19	64,39	97,27
Налог на имущество	0,00	-0,40	-0,46	-0,49	-0,66	-0,66	0,00
Налог в дорожный фонд	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Налогооблагаемая прибыль	0,00	22,80	19,74	34,20	46,53	63,73	97,27
Налог на прибыль	0,00	-4,56	-3,95	-6,84	-9,31	-12,75	-19,45
Чистая прибыль	0,00	18,24	15,79	27,36	37,23	50,98	77,82
Сальдо первого потока	0,00	45,04	45,59	62,67	80,03	91,59	80,55
Инвестиционная деятельность							
Притоки	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	10,00
Капиталовложения	-90,00	0,00	0,00	-60,00	0,00	0,00	-60,00
Отток на депозит	0,00	0,00	-15,79	-27,36	0,00	0,00	0,00
Сальдо второго потока	-90,00	0,00	-17,79	-87,36	0,00	0,00	-50,00
Сальдо двух потоков	-50,00	52,16	56,71	33,80	67,75	56,66	0,00

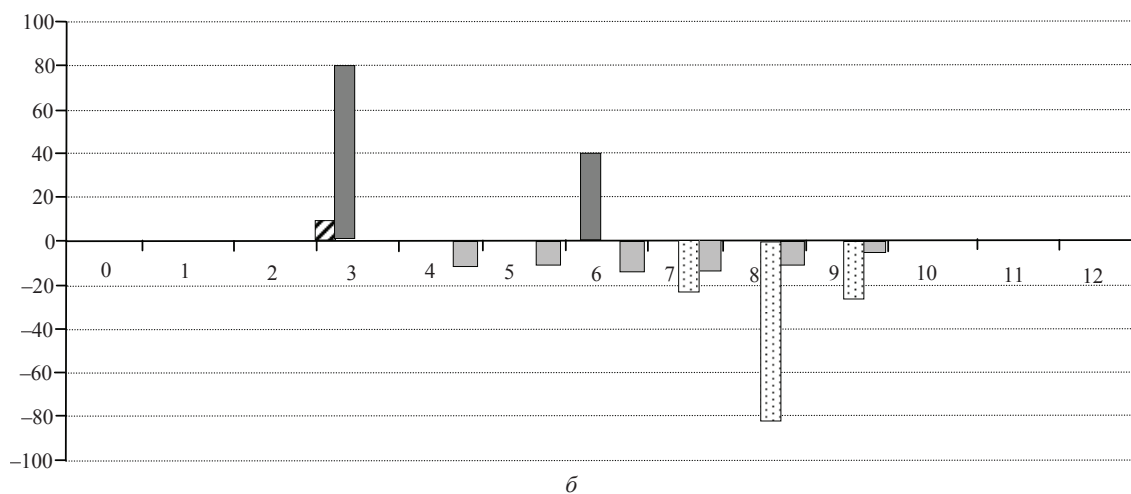
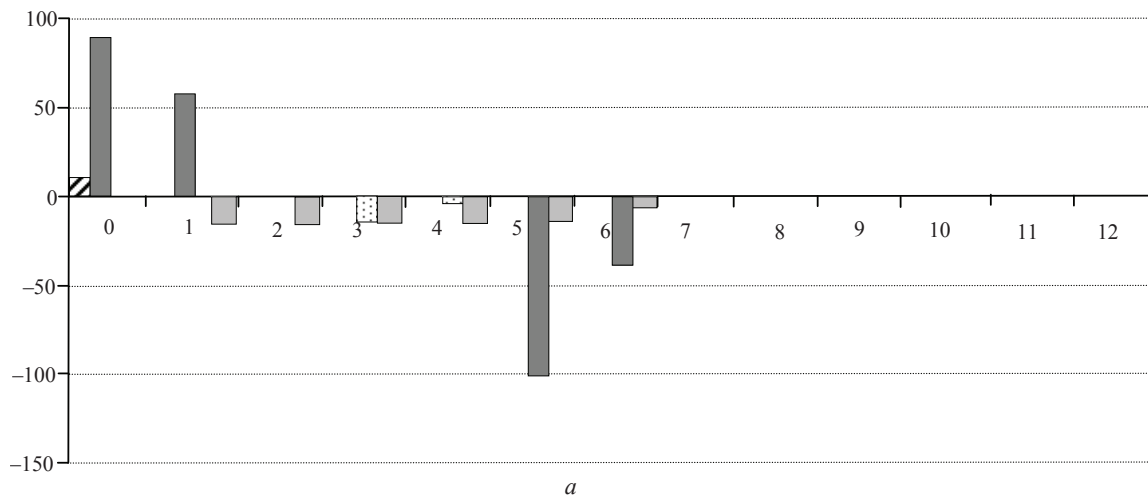
Окончание табл. 3

Показатель	Период проектирования						
	3	4	5	6	7	8	9
Финансовая деятельность							
Собственный капитал	10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Взятие займа 1-го ИФ	80,00	0,00	0,00	40,06	0,00	0,00	0,00
Возврат долга 1-го ИФ	0,00	0,00	0,00	0,00	-21,93	-78,86	-27,27
Величина долга на начало шага	80,00	88,00	88,00	128,06	128,06	106,13	27,27
Величина долга на конец шага	88,00	88,00	88,00	128,06	106,13	27,27	0,00
Проценты 1-го ИФ начисленные	8,00	8,80	8,80	12,81	12,81	10,61	2,73
Проценты 1-го ИФ капитализированные	8,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Проценты 1-го ИФ выплаченные	0,00	-8,80	-8,80	-12,81	-12,81	-10,61	-2,73
Сальдо третьего потока	90,00	-8,80	-8,80	27,26	-34,73	-89,47	-30,00
Итоговые результаты							
Сальдо трех потоков	0,00	36,24	21,00	2,56	45,30	2,12	0,55
Накопленное сальдо трех потоков	0,00	36,24	57,24	59,80	105,10	107,23	107,77
Поток для оценки эффективности участников	-10,00	36,24	21,00	2,56	45,30	2,12	0,55
Дисконтированный поток	-7,51	24,75	13,04	1,45	23,25	0,99	0,23
Чистый дисконтированный доход	56,19	-	-	-	-	-	-

Рисунок 1

Финансирование проектов по периодам проектирования, уд.е.:

a – проект 1; *b* – проект 2; *в* – проект 3; *г* – проект 4



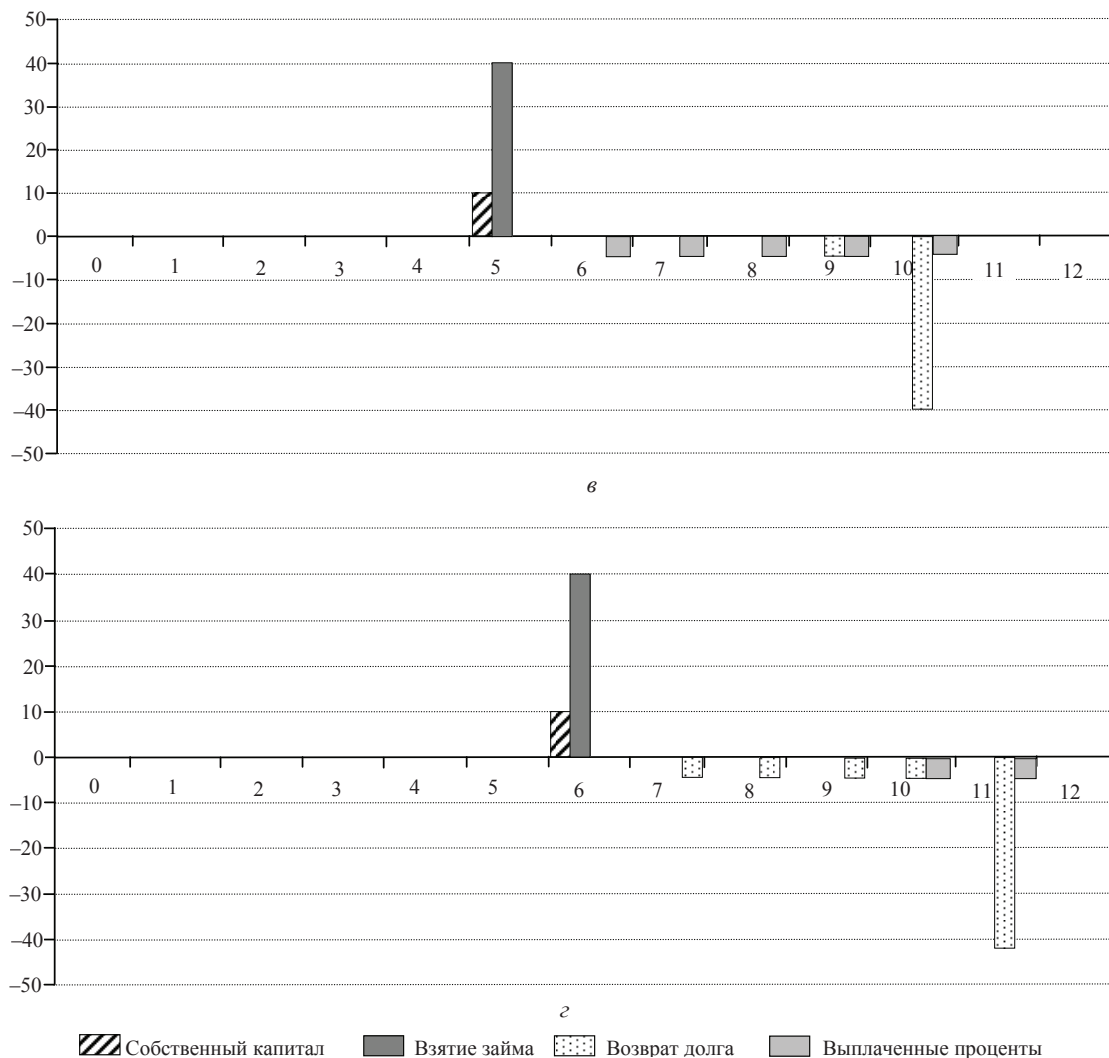


Рисунок 2

Использование дополнительного фонда для финансирования проектов (перечисление и поступление средств), уд.е.

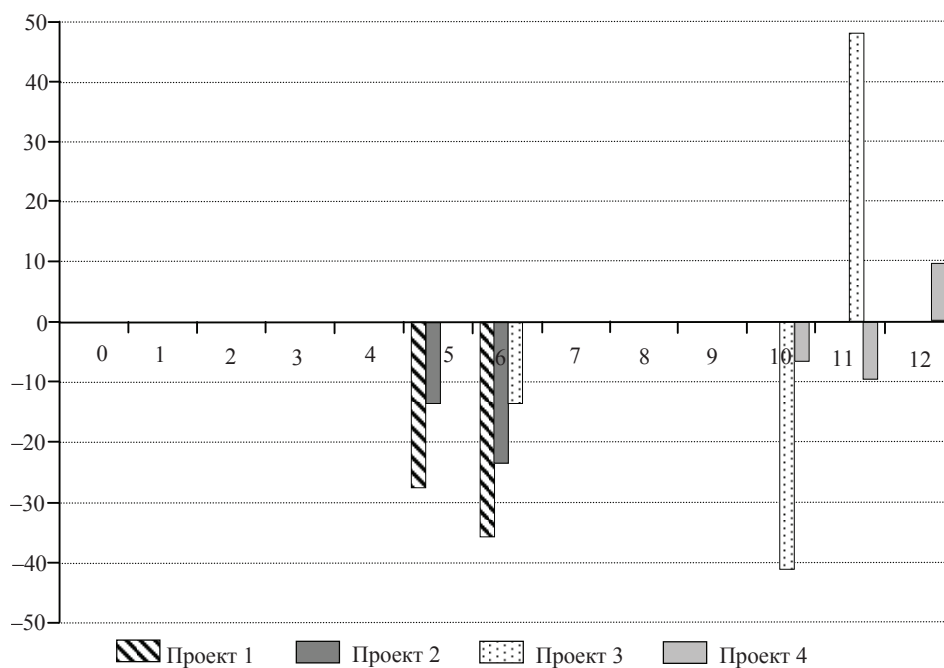
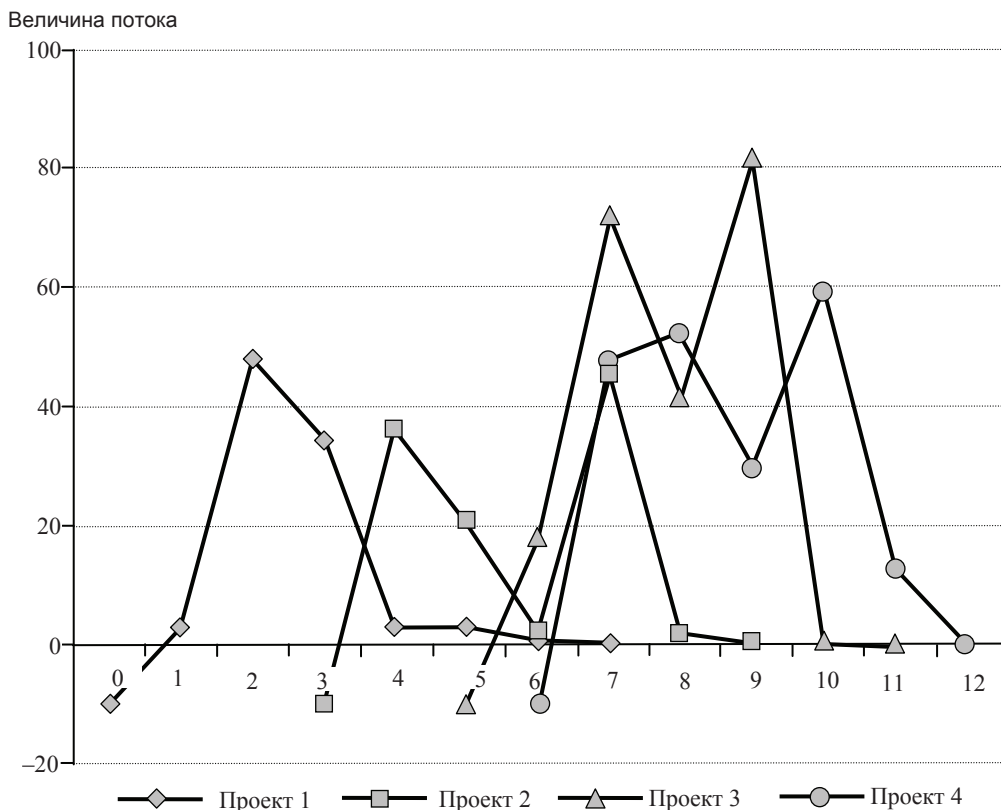


Рисунок 3

Потоки для оценки эффективности участия в проектах



При реализации всех проектов используются собственные и заемные денежные средства. Собственные средства вкладываются в проекты на начальном этапе их реализации, объем собственных средств является одинаковым для всех проектов (10 у.д.е.). Заемные средства привлекаются в проекты по мере необходимости, проценты по кредитам выплачиваются регулярно, а возврат основного долга осуществляется на последних этапах реализации проектов. Для финансирования проектов используется также дополнительный

фонд. Первые два проекта не финансируются за счет средств дополнительного фонда (см. рис. 2), они отчисляют средства в дополнительный фонд, которые в дальнейшем идут на финансирование третьего и четвертого проектов. При реализации третьего и четвертого проектов наблюдаются как потоки денежных средств в дополнительный фонд, так и из дополнительного фонда. Анализ рис. 3 свидетельствует об эффективности участия в реализуемых проектах.

Список литературы

1. Агеев А.А. Обоснование и выбор ставки дисконтирования при определении экономической эффективности инвестиционного проекта // Финансы и кредит. 2011. № 20. С. 40–48.
2. Акинфиев В.К., Мамиконов А.Г., Соловьев М.М., Цвиркун А.Д. Постановка и решение задач планирования инвестиционных программ // Автоматика и телемеханика. 1976. № 1. С. 127–135.
3. Балдин К.В., Рукосуев А.В., Передерлев И.И., Голов Р.С. Инвестиционное проектирование. М.: Дашков и К, 2010. 366 с.
4. Брейли Р., Майерс С. Принципы корпоративных финансов: пер. с англ. М.: Олимп-Бизнес, 1997. 608 с.
5. Карибский А.В., Шишорин Ю.Р., Юрченко С.С. Финансово-экономический анализ и оценка эффективности инвестиционных проектов и программ // Автоматика и телемеханика. 2003. № 6. С. 40–59.

6. *Лазарев А.А.* Некоторые проблемы составления и оценки инвестиционного проекта в России // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2012. № 32. С. 34–40.
7. *Николаева И.П.* Инвестиции. М.: Дашков и К, 2013. 254 с.
8. *Сироткин С.А., Кельчевская Н.Р.* Экономическая оценка инвестиционных проектов. М.: Юнити-Дана, 2011. 312 с.
9. *Азарнова Т.В.* Механизмы аналитического планирования развития региональной экономической системы // Системы управления и информационные технологии. 2008. № 3. С. 316–319.
10. *Борлакова А.К.* Методология эколого-экономической оценки инвестиционного проекта с использованием элементов теории нечетких множеств // Экономические науки. 2014. № 113. С. 121–129.
11. *Вайсблат Б.И., Шилова Е.Н.* Модели прогнозирования показателей эффективности и показателей риска инвестиционного проекта на основе теории сложных систем // Экономический анализ: теория и практика. 2009. № 2. С. 13–17.
12. *Ивашкина О.О., Карибский А.В., Шишиорин Ю.Р.* Анализ эффективности инвестиционных проектов: информационная технология и средства автоматизации // Автоматика и телемеханика. 2000. № 9. С. 156–168.
13. *Покровский А.М.* Многомерный подход к анализу чувствительности оценок рисков инновационных проектов // Эффективное антикризисное управление. 2011. № 4. С. 68–71.
14. *Чекменев Д.И., Засканов В.Г.* Математическая формализация задач управления рисками в деятельности инвестиционных компаний // Экономические науки. 2011. № 10. С. 226–232.
15. *Шелобаев С.И.* Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе. М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. 368 с.
16. *Богатырев В.Д., Морозова С.А.* Модель и методика решения задачи оптимизации графика финансирования инвестиционного проекта на графах работ // Управление большими системами. 2011. № 34. С. 130–145.
17. *Бронштейн Е.М., Олейник Т.Н.* Задача календарного планирования портфеля инвестиционных проектов // Информационные технологии. 2007. № 3. С. 70–73.
18. *Михалева М. Ю.* Многокритериальная модель формирования оптимального портфеля инвестиционных проектов // Экономические науки. 2008. № 3. С. 378–384.
19. *Мошкова Т.А.* Динамические модели оптимального отбора инвестиционных проектов // Экономические науки. 2011. № 77. С. 280–283.
20. *Павлов О.В.* Выбор инвестиционного проекта из нескольких взаимоисключающих альтернатив // Экономические науки. 2009. № 9. С. 345–350.
21. *Царьков В.А.* Математическая модель инвестиционного проекта с заемным капиталом // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2014. № 32. С. 39–45.
22. *Царьков В.А.* Новые методы и модели анализа инвестиционных проектов // Финансовая аналитика: проблемы и решения. 2013. № 47. С. 33–43.
23. *Ковалев В.В.* Методы оценки инвестиционных проектов. М.: Финансы и статистика, 2000. 144 с.
24. *Липсиц И.В., Косов В.В.* Инвестиционный проект: методы подготовки и анализа. М.: БЕК, 1999. 304 с.
25. *Фадеева Е.А.* Анализ экономической эффективности инвестиционного проекта предприятия // Молодой ученый. 2014. № 20. С. 422–426.
26. *Печатнова А.П.* Методы оценки инвестиционных проектов // Молодой ученый. 2014. № 17. С. 316–318.

MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMIZATION OF FINANCING SEVERAL INVESTMENT PROJECTS

Tat'yana V. AZARNOVA^{a,*}, Irina N. SHCHEPINA^b, Valeriya V. VOLGINA^c

^a Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
ivdas92@mail.ru

^b Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
shchepina@mail.ru

^c Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation
ivdas92@mail.ru

* Corresponding author

Article history:

Received 18 May 2015

Accepted 18 May 2015

Keywords: investment project, criterion, efficiency, mathematical model, linear programming

Abstract

Subject Investment projects are an effective tool of modern business. Investment activity contributes to technological and social modernization of the economy, creation of new production structures and development of existing ones. Owing to investment activity, new jobs, products and services appear in the market. Investment activity usually implies simultaneous implementation of several investment projects, which may start with some shift in time. Effective implementation depends on the funding technology, therefore, it is important to develop tools in the form of models, methods, algorithms and software, enabling to provide a formal representation of the set of alternative technologies to finance a number of projects and to choose an optimal technology.

Objectives The purpose of the work is to create a mathematical model of the optimal technology formation to finance a set of investment projects and to develop algorithmic tools and software for financial management of investment projects.

Methods The offered optimizing mathematical model formalizes the procedure for generation of cash flows from investment projects that are realized within one organizational structure. The type of this model is the model of linear programming.

Results The algorithmic tools and the software developed on the basis of the model enables to automate the process of assessing efficiency of various alternative technologies of financing the projects and choosing the best of these technologies.

Conclusions The experimental calculations made on the basis of the offered mathematical model and corresponding algorithm and software show rather high efficiency of use of technologies for financing the projects in the practice of investment project development.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2015

Acknowledgments

We express our deep gratitude to Nikolai P. LYUBUSHIN for valuable advice and comments.

The article is supported by the Publishing house FINANCE and CREDIT's Information center at the Voronezh State University.

References

1. Ageev A.A. Obosnovanie i vybor stavki diskontirovaniya pri opredelenii ekonomicheskoi effektivnosti investitsionnogo proekta [Grounding and choosing a discount rate in estimating the economic efficiency of investment project]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2011, no. 20, pp. 40–48.
2. Akinfiev V.K., Mamikonov A.G., Solov'ev M.M., Tsvirkun A.D. Postanovka i reshenie zadach planirovaniya investitsionnykh programm [Task setting and problem solving in planning investment programs]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Telemechanics*, 1976, no. 1, pp. 127–135.
3. Baldin K.V., Rukosuev A.V., Perederlev I.I., Golov R.S. *Investitsionnoe proektirovanie* [Investment project development]. Moscow, Dashkov i K Publ., 2010, 366 p.

4. Brealey R., Myers S. *Printsiipy korporativnykh finansov* [Principles of Corporate Finance]. Moscow, Olimp-Biznes Publ., 1997, 608 p.
5. Karibskii A.V., Shishorin Yu.R., Yurchenko S.S. Finansovo-ekonomicheskii analiz i otsenka effektivnosti investitsionnykh proektov i programm [Financial-and-economic analysis and evaluation of efficiency of investment projects and programs]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Telemechanics*, 2003, no. 6, pp. 40–59.
6. Lazarev A.A. Nekotorye problemy sostavleniya i otsenki investitsionnogo proekta v Rossii [Some problems of preparation and evaluation of investment project in Russia]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2012, no. 32, pp. 34–40.
7. Nikolaeva I.P. *Investitsii* [Investment]. Moscow, Dashkov i K Publ., 2013, 254 p.
8. Sirotkin S.A., Kel'chevskaya N.R. *Ekonomicheskaya otsenka investitsionnykh proektov* [Economic evaluation of investment projects]. Moscow, YUNITI-DANA Publ., 2011, 312 p.
9. Azarnova T.V. Mekhanizmy analiticheskogo planirovaniya razvitiya regional'noi ekonomicheskoi sistemy [Mechanisms of analytical planning of regional economic system development]. *Sistemy upravleniya i informatsionnye tekhnologii = Management Systems and Information Technologies*, 2008, no. 3, pp. 316–319.
10. Borlakova A.K. Metodologiya ekologo-ekonomicheskoi otsenki investitsionnogo proekta s ispol'zovaniem elementov teorii nechetkikh mnozhestv [A methodology of ecological and economic evaluation of the investment project with the elements of the fuzzy sets theory]. *Ekonomicheskie nauki = Economic Sciences*, 2014, no. 113, pp. 121–129.
11. Vaisblat B.I., Shilova E.N. Modeli prognozirovaniya pokazatelei effektivnosti i pokazatelei riska investitsionnogo proekta na osnove teorii slozhnykh sistem [Models to forecast the performance and risk of the investment project on the basis of the complex systems theory]. *Ekonomicheskii analiz: teoriya i praktika = Economic Analysis: Theory and Practice*, 2009, no. 2, pp. 13–17.
12. Ivashkina O.O., Karibskii A.V., Shishorin Yu.R. Analiz effektivnosti investitsionnykh proektov: informatsionnaya tekhnologiya i sredstva avtomatizatsii [Analysis of the efficiency of investment projects: information technology and automation]. *Avtomatika i telemekhanika = Automation and Telemechanics*, 2000, no. 9, pp. 156–168.
13. Pokrovskii A.M. Mnogomernyi podkhod k analizu chuvstvitel'nosti otsenok riskov innovatsionnykh proektov [A multidimensional approach to the analysis of sensitivity of risk assessment of innovative projects]. *Effektivnoe antikrizisnoe upravlenie = Effective Crisis Management*, 2011, no. 4, pp. 68–71.
14. Chekmenev D.I., Zaskanov V.G. Matematicheskaya formalizatsiya zadach upravleniya riskami v deyatel'nosti investitsionnykh kompanii [Mathematical formalization of risk management tasks in the activities of investment companies]. *Ekonomicheskie nauki = Economic Sciences*, 2011, no. 10, pp. 226–232.
15. Shelobaev S.I. *Matematicheskie metody i modeli v ekonomike, finansakh, biznese* [Mathematical methods and models in economics, finance, business]. Moscow, YUNITI-DANA Publ., 2001, 368 p.
16. Bogatyrev V.D., Morozova S.A. Model' i metodika resheniya zadachi optimizatsii grafika finansirovaniya investitsionnogo proekta na grafakh rabot [A model and methods to solve the problem of optimizing the schedule of investment project financing on graphs of works]. *Upravlenie bol'shimi sistemami = Large-Scale Systems Control*, 2011, no. 34, pp. 130–145.
17. Bronshtein E.M., Oleinik T.N. Zadacha kalendarnogo planirovaniya portfelya investitsionnykh proektov [Scheduling the portfolio of investment projects]. *Informatsionnye tekhnologii = Information Technologies*, 2007, no. 3, pp. 70–73.
18. Mikhaleva M.Yu. Mnogokriterial'naya model' formirovaniya optimal'nogo portfelya investitsionnykh proektov [A multi-criteria model of optimal portfolio of investment projects]. *Ekonomicheskie nauki = Economic Sciences*, 2008, no. 3, pp. 378–384.
19. Moshkova T.A. Dinamicheskie modeli optimal'nogo otbora investitsionnykh proektov [Dynamic models

- of optimal selection of investment projects]. *Ekonomicheskie nauki = Economic Sciences*, 2011, no. 77, pp. 280–283.
20. Pavlov O.V. Vybor investitsionnogo proekta iz neskol'kikh vzaimoisklyuchayushchikh al'ternativ [Choosing the investment project of several mutually exclusive alternatives]. *Ekonomicheskie nauki = Economic Sciences*, 2009, no. 9, pp. 345–350.
21. Tsar'kov V.A. Matematicheskaya model' investitsionnogo proekta s zaemnym kapitalom [A mathematical model of investment project with borrowed capital]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2014, no. 32, pp. 39–45.
22. Tsar'kov V.A. Novye metody i modeli analiza investitsionnykh proektov [New methods and models of analysis of investment projects]. *Finansovaya analitika: problemy i resheniya = Financial Analytics: Science and Experience*, 2013, no. 47, pp. 33–43.
23. Kovalev V.V. *Metody otsenki investitsionnykh proektov* [Methods for evaluation of investment projects]. Moscow, Finansy i statistika Publ., 2000, 144 p.
24. Lipsits I.V., Kosov V.V. *Investitsionnyi proekt: metody podgotovki i analiza* [Investment project: methods of preparation and analysis]. Moscow, BEK Publ., 1999, 304 p.
25. Fadeeva E.A. Analiz ekonomicheskoi effektivnosti investitsionnogo proekta predpriyatiya [Analysis of the economic efficiency of investment projects]. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*, 2014, no. 20, pp. 422–426.
26. Pechatnova A.P. Metody otsenki investitsionnykh proektov [Methods of investment project evaluation]. *Molodoi uchenyi = Young Scientist*, 2014, no. 17, pp. 316–318.