УДК 330.42

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЗМА МУЛЬТИПЛИКАТОРА ИНВЕСТИЦИЙ

Владимир Владимирович Еремин,
кандидат экономических наук,
доцент кафедры экономики и управления,
Ступинский филиал
Московского финансово-юридического университета,
Ступино, Российская Федерация
villy9@rambler.ru

Предмет/тема. *Исследованы этапы развития процесса взаимодействия мультипликатора и акселератора инвестиций. Мультипликативные эффекты могут оказать как позитивное, так и негативное влияние на процесс снижения зависимости российской экономики от экспорта углеводородов. Действие мультипликатора инвестиций не только вызывает экономический рост, но и приводит к возникновению инфляции, нехватке ресурсов.*

Цели/задачи. *Целью работы является построение математического модели, описывающей структуру процесса мультипликативного изменения объемов спроса и инвестиций в результате действия первоначального инвестиционного импульса.*

Методология. *Моделирование анализируемого процесса осуществляется на основании анализа рядов динамики. Процесс мультипликативного изменения объемов спроса и инвестиций рассматривается как рекурсивный, каждая часть которого повторяет в своем развитии развитие всей модели в целом.*

Результаты. *Автором сформирована математическая модель, описывающая динамику мультипликативного процесса через описание развития его отдельных этапов. Модель описывает не только каждый этап анализируемого процесса, но и отдельные составляющие каждого этапа. Выявлены критерии, при которых процесс взаимодействия мультипликатора и акселератора инвестиций будет монотонно возрастающим, взрывообразным, набором угасающих колебаний.*

Обсуждение/применение. *Результаты исследования будут полезны при решении задач государственного и регионального развития, а также при планировании крупных инвестиционных проектов. Полученная модель может применяться для прогнозирования величины мультипликативных эффектов, прогнозирования изменений объема основных макроэкономических показателей в результате действия мультипликатора инвестиций.*

Выводы/значимость. *Более полное понимание динамики развития мультипликативного процесса позволяет разрабатывать методики управления значением мультипликатора инвестиций, противодействовать мультипликативным процессам, оказывающим негативное влияние на траекторию развития отдельных отраслей экономики, инициировать и поддерживать аналогичные процессы, оказывающие позитивное влияние на траекторию экономического развития.*

Ключевые слова: *мультипликатор инвестиций, фракталы, акселератор инвестиций, реиндустриализация, математическая модель*

В настоящее время экономисты большое внимание уделяют вопросам развития импортозамещения в российской экономике, развития в России инновационного сектора, перевода российской экономики на несырьевой путь развития. Отдельные специалисты говорят о возрастающей роли государства в этом процессе, другие ратуют за его либерализацию. В любом случае траектория этого процесса может быть достаточно сильно искажена. Основные причины такого искажения – временные лаги между моментами возникновения проблемы, принятия регулирующих решений и воплощения их в жизнь, а также мультипликативные эффекты в современной экономике. Анализу последних посвящено авторское исследование. Ранее автор обращался к исследованию мультипликативных

эффектов в экономике, в частности, доказывал существование в механизме мультипликатора инвестиций встроенного стабилизатора, противодействующего эффекту вытеснения; анализировал влияние институциональной среды на мультипликативные эффекты в экономике; изучал вклад российских ученых в развитие теории матричного мультипликатора [2–5].

Исследованию мультипликативных эффектов в экономике посвящены работы многих авторов. От Ричарда Кана [18] и Джона Кейнса [7], фактически сформировавших определение мультипликатора, до Джона Ричарда Хикса [16, 17], Элвина Хансена [14], Роя Харрода [15], Евсея Домара [13], Пола Самуэльсона [20], рассматривавших условия возникновения и протекания мультипликативных эффектов, виды мультипликаторов в экономике, моделировавших процесс работы механизма мультипликатора инвестиций. Необходимо отметить Василия Леонтьева, Пола Кругмана [19], Барри Эйченгрина, Михаила Хазина [10] и многих других ученых, внесших и продолжающих вносить значительный вклад в развитие теории скалярных и матричных мультипликаторов.

Но фактически все исследования в данной сфере посвящены либо оценке величины мультипликатора инвестиций, либо оценке влияния мультипликативных эффектов на различные отрасли экономики.

Отличие данной работы от прочих состоит в том, что в ее рамках рассматривается процесс распространения мультипликативного импульса в экономике – связь динамики мультипликатора с его статическими значениями. Статья отвечает на вопросы: как зарождаются мультипликативные эффекты, через какие стадии развития проходят и что определяет траекторию их развития?

Научная новизна данной работы заключается в том, что в основу анализа структуры мультипликатора инвестиций положен подход к мультипликативному процессу как к рекурсивному, каждая часть которого повторяет в своем развитии развитие всей модели. Автора интересует не столько результат действия механизма мультипликатора, сколько структура этого механизма – его поведение на каждой стадии развития мультипликативного процесса.

Как либеральный, так и централизованно-плановый пути развития российской экономики сопряжены с дополнительными затратами, будь то затраты на развитие инновационного сектора или затраты на строительство импортозамещающего производства. В любом случае эти затраты вызывают в экономике мультипликативные эффекты, оказывающие позитивное и негативное влияние на анализируемые процессы.

С одной стороны, действие мультипликатора автономных расходов позволит повысить темпы экономического роста, так как рост в одной отрасли экономики является локомотивом, инициирующим рост в непосредственно и опосредованно связанных в ней отраслях. С другой стороны, рост спроса на ресурсы и готовую продукцию со стороны группы отраслей может привести к значительному росту цен, переводящему экономический рост в спад. При этом необходимо рассматривать не только инвестиционный спрос, но и потребительский, так как развитие отраслей может привести к росту числа занятых и, как следствие – к росту объемов потребительского спроса.

Также мультипликативный рост группы отраслей может привести к тому, что в результате роста спроса на ресурсы развивающиеся отрасли начнут «перехватывать» эти ресурсы у основной отрасли, вызвавшей их рост. В результате развитие основной отрасли, в которой заинтересовано государство (например, определенных инновационных производств), сменится ее упадком вследствие нехватки ресурсов.

Все это свидетельствует о необходимости пристального изучения сущности и структуры мультипликативных эффектов в современной экономике и включения прогноза их действия в общие планы экономического развития страны и развития отдельных отраслей (предприятий) для того, чтобы реальные результаты развития в большей мере соответствовали запланированным.

Во избежание чрезмерного усложнения модели предлагаемое исследование обладает рядом упрощений. Предполагается, что мультипликативный процесс зарождается в условиях экономики, находящейся в состоянии равновесия – объемы совокупного предложения и совокупного спроса равны. Предложение факторов производства является совершенно эластичным. Инфляционные процессы отсутствуют, роль финансового рынка в анализируемом процессе не рассматривается (цены в модели фиксированы). Производственные мощности экономики полностью загружены, но новые мощности могут быть созданы без задержки во времени. Рассматривается только одна отрасль

экономики, в которой μ – величина акселератора инвестиций (количество единиц инвестиций, необходимое для производства одной единицы продукции). Предельная склонность к сбережению неизменна во времени и равна $0 < \alpha < 1$.

Триггером мультипликативного процесса является $И_0$ – прирост инвестиций, который выводит анализируемую экономику из состояния равновесия. При этом анализируемый процесс включает в себя взаимодействие мультипликатора и акселератора инвестиций.

Первая стадия мультипликативного процесса, возникающая непосредственно после его зарождения, заключается в том, что прирост инвестиций $И_0$ инициирует мультипликативный прирост спроса C_1. Возникает первая волна мультипликатора инвестиций. Структура этого процесса может быть описана следующей формулой:

$$C_1 = И_0 + И_0(1-\alpha) + И_0(1-\alpha)^2 + \\ + И_0(1-\alpha)^3 + ... + И_0(1-\alpha)^n. \quad (1)$$

При определенных условиях (они будут рассмотрены далее) формула (1) может быть преобразована в следующую формулу:

$$C_1 = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n} И_0(1-\alpha)^i = \frac{И_0}{\alpha}, \quad (2)$$

где i – номер стадии процесса мультипликативного роста спроса.

Уже на этом этапе исследования становится очевидно, что процесс, описываемый формулой (1), является рекурсивным. Каждое последующее слагаемое отличается от предыдущего на величину $(1 - \alpha)$.

Коэффициент $\frac{1}{\alpha}$ в формуле (2) – описанная еще в работе Кейнса формула мультипликатора инвестиций. В данной работе этот коэффициент называется мультипликатором инвестиций первого уровня.

На следующем, втором этапе развития мультипликативного процесса запускается действие механизма акселератора инвестиций. Каждая составляющая прироста спроса C_1 требует создания дополнительных производственных мощностей для удовлетворения этого спроса. Возникает первая волна акселератора инвестиций. Составляющие этой волны представлены в следующей формуле:

$$И_1 = И_0(1-\alpha)\mu + И_0(1-\alpha)^2\mu + \\ + И_0(1-\alpha)^3\mu + ... + И_0(1-\alpha)^n\mu. \quad (3)$$

Для того, чтобы получить формулу (3), необходимо каждое слагаемое формулы (1), за исключением первого – $И_0$, умножить на величину акселератора инвестиций μ.

Формула (3), как и формула (1), описывает самоподобный фрактальный процесс. При определенных условиях, которые будут рассмотрены далее, формула (3) может быть преобразована в следующую формулу:

$$И_1 = \left((\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n} И_0\mu(1-\alpha)^i \right) - И_0\mu = И_0\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}. \quad (4)$$

Коэффициент $\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}$ предлагается назвать акселератором первого уровня. Необходимо интерпретировать его значение. Пусть $C_д$ – объем дополнительного спроса:

$$C_д = C_1 - И_0 = \frac{И_0(1-\alpha)}{\alpha}.$$

Следовательно, выражение $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ – мультипликатор инвестиций, не учитывающий объем первоначальных инвестиций $И_0$. То есть это мультипликатор дополнительного спроса, при условии, что инвестиционные расходы $И_0$ порождают первоначальный спрос – спрос первоначальных инвесторов на ресурсы и дополнительные товары.

Если умножить $\frac{1-\alpha}{\alpha}$ на величину акселератора инвестиций μ, будет получен коэффициент акселератора инвестиций для удовлетворения дополнительного спроса. То есть, чтобы удовлетворить дополнительный спрос, необходимы инвестиции в объеме $И_0\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}$. Следовательно, коэффициент $\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}$ является акселератором дополнительного спроса.

Формулы (1) и (3), как указано ранее, позволяют сделать вывод, что рассматриваемый процесс является рекурсивным, фрактальным, что значительно упрощает исследование дальнейших стадий этого процесса. Так, на третьей стадии каждая из указанных в формуле (3) составляющих дополнительных инвестиций $И_1$ инициирует собственную волну мультипликативного роста спроса. Вместе эти группы образуют вторую группу волн мультипликатора инвестиций C_2. Первая группа волн состояла из одной волны (см. формулы (1) и (2)).

Для описания второй группы волн каждую составляющую формулы (3) необходимо умножить на коэффициент мультипликатора инвестиций пер-

вого уровня $\frac{1}{\alpha}$. В результате вторая группа волн мультипликатора инвестиций может быть описана следующей формулой:

$$C_2 = \frac{И_0(1-\alpha)\mu}{\alpha} + \frac{И_0(1-\alpha)^2\mu}{\alpha} + \frac{И_0(1-\alpha)^3\mu}{\alpha} + \ldots + \frac{И_0(1-\alpha)^n\mu}{\alpha}. \quad (5)$$

В свою очередь формула (5) может быть преобразована в следующую формулу:

$$C_2 = \left[\left((\lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n} И_0\mu(1-\alpha)^i\right) - И_0\mu\right]\frac{1}{\alpha} = И_0\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha^2}. \quad (6)$$

По аналогии с предыдущим анализом коэффициент $\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha^2}$ может быть определен как мультипликатор второго уровня. От мультипликатора первого уровня он отличается на величину акселератора дополнительного спроса $\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}$.

Следующая стадия развития процесса заключается в том, что каждая волна из второй группы волн мультипликатора инвестиций инициирует собственную волну акселератора инвестиций, так как для каждой волны дополнительного спроса необходим прирост производственных мощностей для их удовлетворения. То есть необходим прирост инвестиций, составляющий вторую группу волн акселератора инвестиций $И_2$. Так как процесс носит рекурсивный характер, вторую группу волн акселератора инвестиций можно описать следующей формулой:

$$И_2 = И_0\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^2. \quad (7)$$

Это произведение формулы (4) на величину акселератора дополнительного спроса $\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}$.

В таком случае $\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^2$ – акселератор второго уровня.

Аналогично вторая группа волн акселератора приведет к возникновению третьей группы волн мультипликатора C_3, описываемых следующей формулой:

$$C_3 = И_0\frac{(\mu(1-\alpha))^2}{\alpha^3}, \quad (8)$$

где $\frac{(\mu(1-\alpha))^2}{\alpha^3}$ – мультипликатор третьего уровня, отличающийся от мультипликатора второго уровня на величину акселератора дополнительного спроса.

Все последующие стадии анализируемого процесса взаимодействия мультипликатора – акселератора инвестиций рассчитываются аналогично.

Фрактальный характер процесса позволит свести рассматриваемые процессы мультипликатора и акселератора инвестиций к двум формулам.

Общий прирост инвестиций $И_{общ}$, инициированный первоначальным инвестиционным импульсом, включая значение этого импульса, можно описать следующей формулой:

$$И_{общ} = И_0 + И_0\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha} + И_0\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^2 + \ldots + И_0\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^n. \quad (9)$$

Это сумма первоначального инвестиционного импульса, формул (4), (7) и аналогичных им формул, описывающих дальнейшие стадии развития процесса прироста инвестиций под действием механизма акселератора.

Формула (9) может быть преобразована в следующую формулу:

$$И_{общ} = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n} И_0\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^i = \frac{И_0}{1-\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}} = \frac{\alpha И_0}{\alpha-\mu(1-\alpha)}, \quad (10)$$

где $\frac{\alpha}{\alpha-\mu(1-\alpha)} = \frac{1}{1-\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}}$ – полный коэффициент акселератора инвестиций, т.е. величина акселератора, определяющего объем полного прироста инвестиций в анализируемом процессе.

Общий прирост спроса под влиянием эффекта мультипликатора $C_{общ}$ описывается следующей формулой:

$$C_{общ} = \frac{И_0}{\alpha} + \frac{И_0}{\alpha}\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha} + \frac{И_0}{\alpha}\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^2 + \ldots + \frac{И_0}{\alpha}\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^n. \quad (11)$$

Это сумма формул (2), (6), (8) и аналогичных им формул, описывающих дальнейшие стадии

развития процесса прироста спроса под действием механизма акселератора.

Формула (11) может быть преобразована в следующую формулу:

$$C_{\text{общ}} = \lim_{n\to\infty}\sum_{i=0}^{n}\frac{И_0}{\alpha}\left(\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)^i = \\ = \frac{И_0}{\alpha\left(1-\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)} = \frac{И_0}{\alpha-\mu(1-\alpha)}, \qquad (12)$$

где $\frac{1}{\alpha\left(1-\frac{\mu(1-\alpha)}{\alpha}\right)}$ – величина полного (с учетом влияния акселератора) мультипликатора инвестиций. Она определяет общую величину прироста спроса в анализируемом процессе.

Очевидно, что основой процесса в формулах (9)–(12) является формула акселератора дополнительного спроса. Следовательно, именно от величины акселератора дополнительного спроса зависят объем и направление действия мультипликативных эффектов в экономике.

Выявленная фрактальная природа рассматриваемого процесса свидетельствует о том, что подход к моделированию взаимодействия мультипликатора – акселератора инвестиций может и должен основываться на методах, применяемых для исследования рекурсивных моделей, каждая часть которых повторяет в своем развитии развитие всей модели в целом и воспроизводится в различных масштабах без видимых изменений [1].

Изучение процессов экономического развития как фрактальных позволит решить вопросы гармоничного развития как отраслей, так и отдельных предприятий. Эти вопросы являются достаточно насущными.

За последние два десятилетия в условиях динамичности и необходимости экономических трансформаций на первый план выходят не инструменты, а концепции. Ведущей из них названо устойчивое развитие, в глобальном масштабе предполагающее гармоничное сочетание потребностей и возможностей и результатов деятельности в трех важнейших аспектах – экономическом (цивилизация), социальном (общество) и экологическом (природа) [11]. Именно анализ экономических процессов как фрактальных может стать основой для разработки таких концепций.

Ранее было отмечено, что составляющие формул (9) и (11), впрочем, как и формулы (10) и (12), могут быть получены только при определенных условиях, так как анализируемый процесс будет сходящимся (может быть описан одной формулой) только при этих определенных условиях. Необходимо провести анализ этих условий.

Так, при $\mu \geq \frac{\alpha}{1-\alpha}$ уравнение (10) не имеет смысла – процесс акселератора не будет сходящимся. Для уравнения (12) существует аналогичное ограничение.

Смысл этого ограничения в следующем:

– если количество необходимых на каждой следующей стадии процесса дополнительных инвестиций будет больше, чем на предыдущей $\left(\mu\frac{1-\alpha}{\alpha} > 1\right)$, оно будет генерировать возрастающие объемы дополнительного спроса – процесс взаимодействия мультипликатора – акселератора инвестиций будет разрастаться и примет взрывообразный характер;
– если количество дополнительных инвестиций на каждом этапе будет постоянным $\left(\mu\frac{1-\alpha}{\alpha} = 1\right)$, анализируемый процесс будет монотонно возрастающим;
– если количество инвестиций для удовлетворения дополнительного спроса на каждом этапе будет уменьшаться по сравнению с предыдущим $\left(\mu\frac{1-\alpha}{\alpha} < 1\right)$, то анализируемый процесс будет набором угасающих колебаний.

Проведенные исследования показывают, что основной составляющей мультипликативного действия изменения объема инвестиций на объемы национального продукта и дохода является величина акселератора дополнительного спроса. Именно она служит тем «кирпичиком», из которых строится мультипликативный процесс. Следовательно, управление значением мультипликатора инвестиций и самим протеканием мультипликативного процесса во многом основано на управлении величиной акселератора дополнительного спроса в отечественной экономике.

Анализируемая модель может быть усложнена, для чего в нее могут быть добавлены временные лаги, институциональная составляющая, степень загрузки производственных мощностей. Проведенный анализ структуры процесса взаимодействия мультипликатора – акселератора инвестиций позволит точнее моделировать данный процесс, что в свою

очередь повысит точность планирования результатов многих экономических процессов, включая процесс перехода экономики на несырьевой путь развития, формирование и дальнейшее развитие инновационного сектора. Решение данных вопросов невозможно без вложения значительных средств в развитие отечественной науки и станкостроения. Проблемы, связанные с развитием станкостроения, подробнее рассмотрены в работе [6]. При этом мультипликативный эффект может быть усилен созданием кластеров промышленных предприятий. Что приведет к возникновению синергетического эффекта, который усилит действие положительных мультипликативных эффектов в экономике. Однако необходимо отметить, что в результате подобной интеграции могут возникнуть не только положительные, но и отрицательные эффекты [12]. Синергетический эффект в качестве одного из параметров также может быть введен в рассматриваемую модель.

Применение рассматриваемой модели на практике, построение на ее основе более сложных моделей позволят точнее прогнозировать результат, снизить уровень риска при управлении как отдельными фирмами, так и отраслями экономики [8], уточнить действующие методы расчета ВВП [9]. Также, по мнению автора, применение моделей, учитывающих мультипликативные эффекты как рекурсивные процессы, позволит более эффективно разрабатывать модели формирования и последующего развития высокоэффективных организаций [2], основывающих свою деятельность на развитии и внедрении в производственный процесс инновационных технологий. Все эти вопросы являются особенно актуальными в сложных условиях современной кризисной экономики, отягченных международными санкциями.

Список литературы

1. *Алмазов А.А.* Фрактальная теория рынка Forex. СПб: Admiral Markets, 2009. 296 с.

2. *Гридчина А.В., Добрышина Л.Н., Кузьмина Т.И.* Методология экономической науки и концептуальные вопросы формирования высокоэффективных организаций. Тверь: Тверской государственный университет, 2014. 284 с.

3. *Еремин В.В.* Вклад российских ученых в развитие теории матричного мультипликатора // Экономика. Предпринимательство. Окружающая среда. 2013. № 4. С. 14–19.

4. *Еремин В.В.* Влияние изменения склонности к предпочтению ликвидности на мультипликативные эффекты в статичной модели Хикса – Хансена // Экономика. Предпринимательство. Окружающая среда. 2014. № 2. С. 19–22.

5. *Еремин В.В.* Институциональные изменения как механизм управления значением мультипликатора инвестиций в процессе построения несырьевой экономики. URL: http://naukovedenie.ru/PDF/26EVN414.pdf.

6. *Зайцевский В.А., Гридчина А.В.* Развитие предприятий отечественного станкостроения // Вестник ГУУ. 2013. № 2. С. 45–52.

7. *Кейнс Дж. М.* Общая теория занятости, процента и денег. М.: Гелиос АРВ, 1999. 352 с.

8. *Королев Д.А., Бирюков В.А.* Управление производственной программой полиграфической организации в условиях рыночной неопределенности // Проблемы полиграфии и издательского дела. 2014. № 6. С. 116–122.

9. *Крайнев З.И., Степнова О.В.* Методы расчета ВВП. URL: http://aeterna-ufa.ru/sbornik/NK55-2.pdf.

10. *Хазин М.* Конец сказки о новой экономике. URL: http://www.ruspred.ru/arh/05/16rr.html.

11. *Шенягин В.П.* Гармонизация организационно-экономического потенциала промышленного предприятия // Экономика. Предпринимательство. Окружающая среда. 2014. № 4. С. 50–64.

12. *Эрнст О.А.* Стратегические выгоды интеграции промышленных предприятий на основе кластерного подхода // Экономика. Предпринимательство. Окружающая среда. 2013. № 4. С. 19–22.

13. *Domar E.* Expansion and Employment // American Economic Review. 1947. № 37. P. 34–55.

14. *Hansen A.H.* Monetary theory and fiscal policy. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949. 252 p.

15. *Harrod R.* An essay in dynamic theory // Economics Journal. 1939. Vol. 49. № 193. P. 14–33.

16. *Hicks J.R.* A Contribution to the Theory of the Trade Cycle. Oxford, 1950. 252 p.

17. *Hicks J.R.* Mr. Keynes and the “Classics” // Econometrica. 1937. Vol. 5. № 2. P. 147–159.

18. *Kahn R.F.* The Relation of Home Investment to Unemployment // Economic Journal. 1931. Vol. 41. P. 173–198.

19. *Krugman P.R.*, Wells R. Economics. Worth Publishers, 2012. 1157 p.

20. *Samuelson P.* Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration // *Review of Economic Statistics*. 1939. Vol. 21. P. 75–78.

Economic Analysis: Theory and Practice
ISSN 2311-8725 (Online)
ISSN 2073-039X (Print)

Mathematical Methods and Models

MATHEMATICAL MODELING OF THE INVESTMENT MULTIPLIER MECHANISM

Vladimir V. EREMIN

Abstract

Subject The subject of the study is to explore the stages of interaction development between the investment multiplier and accelerator. Multiplier effects may have both positive and negative impact on the process of reducing the dependence of the Russian economy on the export of hydrocarbons. The investment multiplier effect not only triggers the economic growth, but also leads to inflation and resource scarcity.

Objectives The study aims at building a mathematical model, which describes the structure of the process of multiplicative changes in the volume of demand and investments as a result of the initial investment impulse.

Methods The simulation of the analyzed process is based on the time series analysis. Multiplicative process of changes in the volume of demand and investment is viewed as a recursive process, each stage of which repeats the development of the model as a whole.

Results I have developed a mathematical model describing the dynamics of a multiplicative process through the description of its separate stages. The model describes not only each step of the analyzed process, but also the individual components of each stage. The article defines the criteria under which the analyzed process will be monotonically increasing, burst-promoting, fading.

Conclusions and Relevance The findings may be useful in solving the problems of national and regional development, and in major investment project planning. The obtained model may help predict the magnitude of multiplier effects and changes in the volume of major macroeconomic indicators.

Keywords: investment multiplier, fractals, investment accelerator, reindustrialization, mathematic model

References

1. Almazov A.A. *Fraktal'naya teoriya rynka Forex* [The fractal theory of the Forex market]. St. Petersburg, Admiral Markets Publ., 2009, 296 p.

2. Gridchina A.V., Dobryshina L.N., Kuz'mina T.I. *Metodologiya ekonomicheskoi nauki i kontseptual'nye voprosy formirovaniya vysokoeffektivnykh organizatsii* [Methodology of economic science and conceptual issues of formation of high-performance organizations]. Tver, Tver State University Publ., 2014, 284 p.

3. Eremin V.V. Vklad rossiiskikh uchenykh v razvitie teorii matrichnogo mul'tiplikatora [A contribution of Russian scientists to the development of the matrix multiplier theory]. *Ekonomika. Predprinimatel'stvo. Okruzhayushchaya sreda = Economics. Entrepreneurship. Environment*, 2013, no. 4, pp. 14–19.

4. Eremin V.V. Vliyanie izmeneniya sklonnosti k predpochteniyu likvidnosti na mul'tiplikativnye effekty v statichnoi modeli Khiksa – Khansena [The impact of changing the inclination to liquidity preference on the multiplicative effects in Hicks–Hansen static models]. *Ekonomika. Predprinimatel'stvo. Okruzhayushchaya sreda = Economics. Entrepreneurship. Environment*, 2014, no. 2, pp. 19–22.

5. Eremin V.V. *Institutsional'nye izmeneniya kak mekhanizm upravleniya znacheniem mul'tiplikatora investitsii v protsesse postroeniya nesyr'evoi ekonomiki* [Institutional changes as a mechanism for managing the investment multiplier value in the process of building the non-resource economy]. Available at: http://naukovedenie.ru/PDF/26EVN414.pdf. (In Russ.)

6. Zaitsevskii V.A. Gridchina A.V. Razvitie predpriyatii otechestvennogo stankostroeniya [Developing the enterprises of domestic machine tool industry]. *Vestnik GUU = Bulletin of State University of Management*, 2013, no. 2, pp. 45–52.

7. Keynes J.M. *Obshchaya teoriya zanyatosti, protsenta i deneg* [The General Theory of Employment, Interest and Money]. Moscow, Gelios ARV Publ., 1999, 352 p.

8. Korolev D.A., Biryukov V.A. Upravlenie proizvodstvennoi programmoi poligraficheskoi organizatsii v usloviyakh rynochnoi neopredelennosti [The management of the printing production program under market uncertainty]. *Problemy poligrafii i izdatel'skogo dela =*

Problems of Printing and Publishing Business, 2014, no. 6, pp. 116–122.

9. Krainev Z.I., Stepnova O.V. *Metody rascheta VVP* [Methods of calculating GDP]. Available at: http://aeterna-ufa.ru/sbornik/NK55-2.pdf. (In Russ.)

10. Khazin M. *Konets skazki o novoi ekonomike* [The end of the story of the new economy]. Available at: http://www.ruspred.ru/arh/05/16rr.html. (In Russ.)

11. Shenyagin V.P. Garmonizatsiya organizatsionno-ekonomicheskogo potentsiala promyshlennogo predpriyatiya [Harmonization of institutional and economic capacity of an industrial plant]. *Ekonomika. Predprinimatel'stvo. Okruzhayushchaya sreda = Economics. Entrepreneurship. Environment*, 2014, no. 4, pp. 50–64.

12. Ernst O.A. Strategicheskie vygody integratsii promyshlennykh predpriyatii na osnove klasternogo podkhoda [Strategic benefits of the integration of industrial enterprises based on a cluster approach]. *Ekonomika. Predprinimatel'stvo. Okruzhayushchaya sreda = Economics. Entrepreneurship. Environment*, 2013, no. 4, pp. 19–22.

13. Domar E. Expansion and Employment. *American Economic Review*, 1947, no. 37, pp. 34–55.

14. Hansen A.H. Monetary Theory and Fiscal Policy. New York, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1949, 252 p.

15. Harrod R. An essay in dynamic theory. *Economic Journal*, 1939, vol. 49, no. 193, pp. 14–33.

16. Hicks J.R. A Contribution to the Theory of the Trade Cycle. Oxford, 1950, 252 p.

17. Hicks J.R. Mr. Keynes and the 'Classics'. *Econometrica*, 1937, vol. 5, no. 2, pp. 147–159.

18. Kahn R.F. The Relation of Home Investment to Unemployment. *Economic Journal*, 1931, vol. 41, pp. 173–198.

19. Krugman P.R., Wells R. Economics. Worth Publishers, 2012, 1157 p.

20. Samuelson P. Interactions between the multiplier analysis and the principle of acceleration. *Review of Economic Statistics*, 1939, vol. 21, pp. 75–78.

Vladimir V. EREMIN
Moscow Finance and Law Academy, Stupino Branch, Stupino, Moscow Region, Russian Federation
villy9@rambler.ru