

ОЦЕНКА КРЕДИТНЫХ РИСКОВ С ПОМОЩЬЮ СКОРИНГОВОЙ МОДЕЛИ С ИЗМЕНЯЮЩИМИСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПАРАМЕТРАМИ

Александр Сергеевич СОРОКИН

кандидат экономических наук, доцент,
доцент кафедры математических методов в экономике,
Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова (РЭУ им. Г.В. Плеханова),
Москва, Российская Федерация
alsorokin@statmethods.ru
<https://orcid.org/0000-0002-9328-7017>
SPIN-код: 4444-1425

История статьи:

Reg. № 703/2024
Получена 07.11.2024
Получена в
доработанном виде
11.11.2024
Одобрена 17.11.2024
Доступна онлайн
26.12.2024

Специальность: 5.2.2

УДК 336

JEL: G21, G32

Ключевые слова:

кредитный риск,
МФО, управление
кредитным риском,
скоринговая модель,
изменяющиеся во
времени параметры,
прогнозирование
временных рядов

Аннотация

Предмет. Одним из наиболее важных этапов управления кредитными рисками как в банковских кредитных учреждениях, так и в микрофинансовых организациях выступает их оценка, которая базируется на различных скоринговых моделях, позволяющих провести анализ вероятности дефолта заемщика. В статье рассматривается предложенный автором метод динамического моделирования – построение скоринговой модели с изменяющимися во времени параметрами.

Цели. Разработка скоринговой модели с изменяющимися во времени параметрами для оценки кредитных рисков на примере данных микрофинансовой организации.

Методология. В процессе исследования применялся метод критического обзора литературы по вопросам использования динамического моделирования в системе оценки кредитных рисков. Разработка скоринговой модели с изменяющимися во времени параметрами для оценки кредитных рисков базируется на комбинации классической логистической регрессии и моделей временных рядов.

Результаты. Применяемая в статье экономико-математическая модель оценки дефолта заемщика с изменяющимися во времени параметрами базируется на методах, включающих корректировку полученных коэффициентов посредством фильтра Калмана в целях получения независимых оценок. На основе данных микрофинансовой организации подтверждено, что изменение независимых переменных может содержать тренд. Полученное подтверждение выступает доказательством временной зависимости истинных параметров при использовании разработанной модели, что свидетельствует о высокой эффективности скоринговой модели в рамках оценки кредитных рисков микрофинансовой организации.

Область применения. Скоринговая модель с изменяющимися во времени параметрами может быть использована в системе риск-менеджмента любых финансовых организаций.

Выводы. Эмпирическим путем доказано цикличное изменение тестируемых целевой и независимых переменных, что позволяет сделать вывод о временной зависимости истинных параметров в рамках применяемой модели. Проведенный эмпирический эксперимент показывает, что разработанный метод может существенно повысить эффективность скоринговых моделей при внедрении системы анализа кредитных рисков в финансовых организациях.

© Издательский дом ФИНАНСЫ и КРЕДИТ, 2024

Для цитирования: Сорокин А.С. Оценка кредитных рисков с помощью скоринговой модели с изменяющимися во времени параметрами // Дайджест-Финансы. – 2024. – Т. 29, № 4. – С. 396 – 420.

<https://doi.org/10.24891/df.29.4.396>

Управление кредитными рисками в рамках принятия решения о выдаче кредита как в банковских кредитных учреждениях, так и в микрофинансовых организациях (МФО) предполагает качественную классификацию заемщиков по риску возникновения дефолта, которая позволяет снизить существенные потери от операций по кредитованию.

На протяжении последних тридцати лет исследователи для прогнозирования вероятности дефолта заемщиков как в банковских кредитных учреждениях, так и в МФО разработали и протестировали существенное число методов. Как показано в одном из исследований, в основном методы оценки кредитных рисков базируются на классическом статистическом моделировании – логистической регрессии (Logistic Regression) и линейном дискриминантном анализе (Linear Discriminant Analysis), а также на методах и алгоритмах машинного обучения – методе опорных векторов (Support Vector Machine), нейронных сетях (Neural Networks), наивном байесовском классификаторе (Naïve Bayes Classifier), случайном лесе (Random Forest), градиентном бустинге (Gradient Boosting), ансамблевых моделях (Ensembles) и других [1].

Полученные статистические наборы данных делятся на обучающие и тестовые. Сначала используемый метод тестируется на обучающей выборке путем соответствующей подгонки параметров, а затем на тестовой выборке производится последовательная проверка точности разработанной модели. Главный недостаток такого подхода – тестирование модели на заемщиках, отфильтрованных существующей в кредитном учреждении скоринговой системой, что не позволяет учитывать «серую зону» – клиентов, которые либо никогда не обращались за кредитом, либо были проигнорированы скоринговой системой, что ведет к сокращению пула заемщиков [2].

Для получения более объективных результатов необходимо тестировать скоринговую модель также на заемщиках, не прошедших «фильтр» первоначальной скоринговой системы. Кроме того, параметры любой модели не являются статическими и изменяются под воздействием развития экономической среды – некоторые параметры увеличивают степень своего влияния с течением времени, а другие – становятся незначительными.

Таким образом, традиционные скоринговые модели в кредитных учреждениях подразумевают подгонку параметров к полученной статистике с последующим применением модели к потенциальным заемщикам. Однако, если параметры истинной модели изменяются во времени, такой подход подразумевает применение устаревших значений параметров, что приводит к существенной неэффективности применяемой модели.

Цель исследования заключается в разработке математического подхода к оценке вероятности дефолта заемщика на примере МФО, учитывающего изменяющиеся во времени параметры, что позволит повысить качество скоринговой модели и, соответственно, снизить кредитные риски МФО.

Для достижения данной цели необходимо решить следующие задачи:

- 1) провести литературный обзор по вопросам использования динамического моделирования в системе оценки кредитных рисков;
- 2) разработать математическую модель оценки вероятности дефолта заемщика МФО с изменяющимися во времени параметрами;
- 3) провести апробацию разработанной модели на данных конкретной МФО.

Обзор литературы

Автором данной статьи был проведен литературный обзор отечественных и зарубежных научных источников касательно проблематики кредитного скоринга [3].

Являясь обширной и сложной темой, скоринг включает в себя большое многообразие статистических и математических методов, таких как линейный дискриминантный анализ [4], деревья решений [5], анализ Марковских цепей [6, 7], анализ прибыли [8] и логистическая регрессия [9]. Линейный дискриминантный анализ и логистическая регрессия являются классическими и наиболее распространенными методами в прогнозировании поведения заемщика.

Линейный дискриминантный анализ стал использоваться в задачах скоринга и борьбы с мошенничеством еще в 1941 г. [10]. Далее с внедрением математических моделей в практику банковского аналитика широкое распространение получила модель логистической регрессии. Также свою эффективность показали и непараметрические модели, детально изученные в научном сообществе, такие как деревья классификации [11], нейронные сети [12], модели k -ближайших соседей [13] и др.

С развитием информационных технологий появляются и активно применяются методы машинного обучения и модели ансамблей, не уступающие, а часто даже превосходящие по качеству классификации заемщиков традиционные методы, применяемые аналитиками кредитных организаций.

Методы машинного обучения стали очень популярны в анализе кредитных рисков в начале XXI в. Анализ кредитного риска стал рассматриваться уже в контексте эпохи больших данных [14]. Среди методов машинного обучения самыми распространенными являются деревья решений, которые были рассмотрены в работах Р. Дэвис и др. [15], Х. Фридман и др. [16], С. Чжоу и др. [17], а также искусственные нейронные сети (Artificial Neural Networks), изученные в исследованиях Х. Дженсена [18], Д. Веста и др. [19, 20].

Также наиболее известные методы машинного обучения включают генетические алгоритмы [21] и искусственные иммунные [22]. Что касается ансамблевых методов, то уже в конце XX в. было показано, что они более эффективны, чем частные модели [23]. Методы ансамблей являются интеграцией индивидуальных моделей и выявляют для каждой модели оптимальные переменные. С точки зрения точности прогнозирования данные модели также показали свое превосходство над отдельными моделями, что было продемонстрировано в работах З. Хуанга и др. [24], И. Жу и др. [25], Д. Опитц и др. [26].

Настоящая статья является продолжением статьи [3] и направлена на моделирование вероятности дефолта заемщика с динамически меняющимися параметрами. При этом, как показало ранее проведенное исследование, в научной литературе данная тематика не проработана и представляет собой научную новизну. Как было показано в предыдущем исследовании, в отечественной научной литературе есть статьи, которые содержат обзоры применяемых в скоринге методов, как например статья [27], в которой показан широкий набор современных методов в задаче кредитного скоринга. Однако тема динамически меняющихся коэффициентов в ней не освещается, методы представлены отдельно друг от друга, и не рассматривается их комбинация. Еще в одной отечественной работе [28] динамика кредитного портфеля анализируется с точки зрения анализа выживаемости через случайный лес выживаемости. Такой подход имеет ряд недостатков, связанных с интерпретацией процесса принятия решений, а также базируется на анализе исторических данных, хотя и может давать точные оценки.

Кроме того, в отечественной научной среде предпринималась попытка динамического отбора ансамблевых моделей в задаче кредитного скоринга. Так, в работе [29] производительность ансамблевых моделей в задаче классификации была повышена с помощью методов динамического выбора. Основным недостатком методов динамического выбора заключается в их сложности относительно методов статического выбора. Также в статье [30] была оценена вероятность дефолта не только на первый год жизни кредита, но и для всего срока жизни кредитного портфеля с помощью динамической модели логистической регрессии, учитывающей на каждом новом периоде данные о качестве исполнения кредитного договора заемщиком и фазе макроэкономического цикла. В работе [31] сравнивались модели градиентного бустинга с динамическими параметрами, была получена хорошая точность классификации. В результате кросс-проверки удается улучшить качество построенных моделей, но в то же время уменьшается скорость работы алгоритма. В меняющихся условиях бизнеса часто применяют модели, находящие закономерности в данных, которые не выявляют традиционные методы. Так, например, в статье [32] описана работа технологий «добычи данных», которые базируются на самообучении. Однако и в этом случае необходимость учета меняющихся условий экономической среды не теряет своей актуальности.

Также в исследовании [3] показано, что динамические модели распространены в прогнозировании макроэкономических процессов¹. Динамическое моделирование риска получило широкое распространение в управлении финансовыми рисками. Так, в статье [33] показывается на примере многомерной GARCH, что динамические модели, популярные в академической среде и редко используемые в бизнесе ввиду своей сложности, дают более точные оценки, чем простые статические модели, основанные на исторических данных.

Также в исследованиях анализируется использование многомерных эконометрических моделей для прогнозирования волатильности и динамических корреляций между различными активами. Например, в исследовании [34] используется динамическая многомерная модель обобщенного авторегрессионного скор-процесса (GAS) для анализа и прогнозирования волатильности и динамических корреляций недельных цен на сырое пальмовое масло, кокосовое масло, соевое масло и сырую нефть. Сравниваются результаты данной модели с моделью динамической условной корреляции (DCC-GARCH).

В работе [35] применяется фильтрация Калмана в кажущихся несвязанными моделях регрессии для вычисления оценок изменяющихся во времени параметров (состояний) и функции правдоподобия для ее гиперпараметров. С помощью аппроксимации сглаживания соответствующим решением фильтрации EM-метод (*англ.* Expectation Maximization Method) используется как полностью рекурсивный метод оценки для гиперпараметров на основе теории MINQUE (*англ.* Minimum Norm Quadratic Unbiased Estimator). Проводится имитационное исследование для модели с одним уравнением и демонстрируется эффективность такого подхода.

Однако большинство рассмотренных работ и моделей не включают динамический характер параметров. В литературе по скорингу данная тематика практически не освещается, хотя она очень популярна в прогнозировании временных рядов. Примерами могут служить работы А. Битто и др. [36], Дж. Чан и др. [37], М. Калли и др. [38]. В кредитном скоринге этот подход, как будет показано далее, также может повысить эффективность применяемых моделей, построенных, например, в работах Дж. Орландо и др. [39], А. Аслан и др. [40], Е.В. Орловой [41].

Проведенный обзор научной литературы показал, что в отечественной научной среде поднималась проблема учета динамических факторов в задаче кредитного скоринга, рассматривались методы машинного обучения и «добычи данных», призванные справиться с этой задачей. Однако редко встречаются попытки эконометрического моделирования и разработки соответствующего математического подхода для учета динамических параметров. Не рассматривался вопрос изменяющихся во времени коэффициентов регрессии. Также и в иностранной литера-

¹ Ragnar Nymoen. Chapter 1: Introduction to Dynamic Macroeconometrics. In: Dynamic Econometrics for Empirical Macroeconomic Modelling: For Masters and PhD students in Economics. World Scientific Publishing Company, 2019, pp. 1-29. URL: <https://doi.org/10.1142/11479>

туре данная тематика набирает популярность, но тем не менее не разработаны соответствующие модели, которые можно было бы применить в практике как банковских кредитных организаций, так и МФО.

Математическая модель

Применяемая в данной статье экономико-математическая модель оценки дефолта заемщика с изменяющимися во времени параметрами базируется на методах, включающих корректировку полученных коэффициентов посредством фильтра Калмана в целях получения двух независимых оценок: первая оценка – путем прогнозирования вектора параметров; вторая оценка – с использованием подгонки параметров к накопленной статистике. Данная модель представлена автором в работе [42].

В рамках настоящей модели рассматриваемая выборка данных представляет собой массив следующего вида:

$$\{y_t, X_t : t = 1, \dots, T\}, \quad (1)$$

где $y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{mt})^T$ – бинарная целевая переменная, значение которой равно 1 в случае дефолта заемщика и 0 – в обратной ситуации;

$X_t = (1, x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})$ – набор данных возможных объясняющих переменных, где $x_{it} = (x_{1it}, x_{2it}, \dots, x_{mit})^T$.

Вероятность дефолта заемщика будем моделировать с использованием логистической функции, имеющей следующий вид:

$$p(1 | X_t) = \frac{1}{1 + e^{-X_t \beta_t}}, \quad (2)$$

где β_t – вектор изменяющихся во времени параметров.

Динамику вектора каждого из параметров β_{it} можно смоделировать двумя методами: либо с помощью модели сезонного тренда, либо с помощью некоторой модели класса ARIMA, классическое представление которой описывается следующей формулой:

$$\hat{\beta}_{it} = \alpha_0 + \alpha_1 \hat{\beta}_{i(t-1)} + \dots + \alpha_p \hat{\beta}_{i(t-p)} + \gamma_1 \hat{\varepsilon}_{i(t-1)} + \dots + \gamma_q \hat{\varepsilon}_{i(t-q)} + \hat{\varepsilon}_{it}, \quad (3)$$

где знак «^» соответствует оценкам, полученным из проанализированной выборки.

При этом модель будет более эффективной при использовании в формуле (2) прогнозируемых параметров (в соответствии с формулой (3) вместо полученных:

$$p(1 | X_t) = \frac{1}{1 + e^{-X_t \hat{\beta}_t}}. \quad (4)$$

Кроме того, в каждый период времени при помощи используемой модели можно получить две различные оценки вектора истинных параметров β_t : первая оценка – из формулы прогнозирования (4), вторая оценка – из формулы подгонки модели (2).

Две полученные независимые оценки для получения более точного вектора параметров можно объединить при помощи фильтра Калмана. Функция плотности вероятности для таких параметров вычисляется по формуле:

$$f(\beta_t | \hat{\beta}_{t-1}, \dots, \hat{\beta}_{t-p}, X_t) = \frac{f_1(\beta_t | \hat{\beta}_{t-1}, \dots, \hat{\beta}_{t-p}) f_2(\beta_t | X_t)}{\int_{\mathbb{R}} f_1(\beta_t | \hat{\beta}_{t-1}, \dots, \hat{\beta}_{t-p}) f_2(\beta_t | X_t) d\beta_t}, \quad (5)$$

где $f_1(\beta_t | \hat{\beta}_{t-1}, \dots, \hat{\beta}_{t-p}) = (2\pi)^{-\frac{m+1}{2}} \det(\Sigma_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\beta_t - \hat{\beta}_t)^T \Sigma_t^{-1} (\beta_t - \hat{\beta}_t)}, \quad (6)$

$$f_2(\beta_t | X_t) = (2\pi)^{-\frac{m+1}{2}} \det(\Omega_t)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{2}(\beta_t - \tilde{\beta}_t)^T \Omega_t^{-1} (\beta_t - \tilde{\beta}_t)}. \quad (7)$$

Оценка ковариационной матрицы вектора параметров Ω_t из формулы (7) производится при помощи информационной матрицы Фишера по формуле:

$$\Omega_t = X_t^T \tilde{W} X_t, \quad (8)$$

где $\tilde{W} = \text{diag} \left(\frac{e^{\sum_{j=0}^m \tilde{\beta}_{jt} x_{1jt}}}{\left(1 + e^{\sum_{j=0}^m \tilde{\beta}_{jt} x_{1jt}}\right)^2}, \dots, \frac{e^{\sum_{j=0}^m \tilde{\beta}_{jt} x_{mjt}}}{\left(1 + e^{\sum_{j=0}^m \tilde{\beta}_{jt} x_{mjt}}\right)^2} \right).$ (9)

Оценка ковариационной матрицы вектора параметров Σ_t из формулы (6) производится при помощи незначительно модифицированной модели DCC-GARCH по формуле:

$$\Sigma_t = D_t R_t D_t, \quad (10)$$

где D_t представляет собой матрицу вида:

$$D_t = \begin{bmatrix} \sqrt{h_{1t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{h_{2t}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sqrt{h_{mt}} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где каждый элемент h_{it} определяется дисперсией численно сгенерированной функции плотности вероятности ($pdf_{it}(\beta_{it})$), которая представляет собой среднее значение из N функций плотности вероятности для прогнозируемого значения β_{it} , полученного из формулы (3). В данном случае необходимость численной генерации определяется отсутствием истинных значений β_{it} и получением их оценки с некоторой долей неопределенности. Таким образом, генерирование показателей $\beta_{t-1}, \dots, \beta_{t-p}$ осуществляется на основе их pdf, полученных на предыдущих шагах для достижения соответствия $pd(\beta_{it})$, вычисляемого по формуле:

$$pdf_{it}(\beta_{it}) = \sum_{j=1}^N pdf_{ijt}(\beta_{ijt}) / N \cdot \tag{12}$$

Далее вводится соответствующая корреляционная матрица R_t для вектора β_t , которая имеет следующий вид:

$$R_t = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12t} & \dots & \rho_{1nt} \\ \rho_{21t} & 1 & \ddots & \rho_{2nt} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1t} & \rho_{n2t} & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \tag{13}$$

В соответствии с формулами (11) и (13) каждый элемент Σ_t может быть представлен следующим образом:

$$[\Sigma_t]_{ij} = \sqrt{h_{it} h_{jt}} \rho_{ijt} \cdot \tag{14}$$

Модель изменения корреляционной матрицы R_t раскладывается Q_t^{*-1} и Q_t в целях получения абсолютных значений всех записей равных или меньше 1 и выглядит следующим образом:

$$R_t = Q_t^{*-1} Q_t Q_t^{*-1}, \tag{15}$$

где $Q_t = (1 - a)\bar{\Omega} + a\Omega_{t-1}$, (16)

где $\bar{\Omega} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Omega_t$, (17)

$$Q_t^* = \begin{bmatrix} \sqrt{q_{11t}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sqrt{q_{22t}} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \sqrt{q_{mmt}} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

В рамках настоящей статьи для оценки параметров модели DCC-GARCH, то есть для вычисления скорректированных оценок векторов β_t на основе полученных pdf применяется метод оценки максимального правдоподобия при помощи формулы:

$$\hat{\beta}_t = \underset{\beta_t}{\operatorname{argmax}} f(\beta_t | \hat{\beta}_{t-1}, \dots, \hat{\beta}_{t-m}, X_t). \quad (19)$$

Скорректированные оценки и полученные pdf в дальнейшем используются в формуле прогнозирования (3) в целях получения прогнозов для следующих значений истинных параметров β_{t+1} .

Также следует отметить, что если каждый вектор β_{it} подчиняется нормальному распределению, а элементы Σ_t и Ω_t являются диагональными, то скорректированная плотность вероятности также определяется как нормальная и формула (5) может быть записана явно. Для упрощения дальнейших вычислений в настоящей статье вводятся следующие обозначения:

$$E(\beta_{it} | \hat{\beta}_{it-1}, \dots, \hat{\beta}_{it-m}) = \mu_1, \quad E(\beta_{it} | X_t) = \mu_2;$$

$$\operatorname{var}(\beta_{it} | \hat{\beta}_{it-1}, \dots, \hat{\beta}_{it-m}) = \sigma_1^2, \quad \operatorname{var}(\beta_{it} | X_t) = \sigma_2^2.$$

Таким образом, pdf для β_{it} из формулы (5) можно записать следующим образом:

$$\operatorname{pdf}(\beta_{it}) = \frac{\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{(\beta_{it} - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(\beta_{it} - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}}{\int_{\mathbf{R}} \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{(\beta_{it} - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2} - \frac{(\beta_{it} - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}} d\beta_{it}}. \quad (20)$$

Для определения нормальности pdf необходимо рассмотреть числитель дроби из формулы (20), упрощение которой имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi\delta_1\delta_2} e^{-\frac{(\beta_i - \mu_1)^2}{2\delta_1^2} - \frac{(\beta_i - \mu_2)^2}{2\delta_2^2}} &= \frac{1}{2\pi\delta_1\delta_2} e^{-\frac{\beta_i^2(\delta_1^2 + \delta_2^2) - 2\beta_i(\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2) + \mu_1^2\delta_2^2 + \mu_2^2\delta_1^2}{2\delta_1^2\delta_2^2}} = \\ &= \frac{1}{2\pi\delta_1\delta_2} e^{-\frac{\left(\beta_i - \frac{\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2}{\delta_1^2 + \delta_2^2}\right)^2 + \frac{\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2}{\delta_1^2 + \delta_2^2} - \left(\frac{\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2}{\delta_1^2 + \delta_2^2}\right)^2}{2\frac{\delta_1\delta_2}{\delta_1^2 + \delta_2^2}}}. \end{aligned}$$

При дальнейшем интегрировании знаменателя дроби в формуле (20) и сокращении $\frac{\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2}{\delta_1^2 + \delta_2^2} - \left(\frac{\mu_1\delta_2^2 + \mu_2\delta_1^2}{\delta_1^2 + \delta_2^2}\right)^2$ функция плотности вероятности примет следующий вид:

$$pdf(\beta_{it}) = \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}{\sqrt{2\pi}\sigma_1\sigma_2} e^{-\frac{\left(\beta_{it} - \frac{\mu_1\sigma_2^2 + \mu_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}\right)^2}{2\frac{\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}}}. \quad (22)$$

Таким образом, скорректированный pdf для β_{it} также является нормальным. При этом среднее значение вычисляется по формуле:

$$\mu = \frac{\mu_1\sigma_2^2 + \mu_2\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (23)$$

а дисперсия – по формуле:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad (24)$$

где $\sigma^2 < \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2)$.

Следовательно, использование указанного метода ведет к получению наилучшей оценки вектора β_{it} . Таким образом, формула (5) может быть заменена более простой в вычислении формулой, учитывая справедливость упомянутых предположений.

Предложенный подход к прогнозированию параметров дефолта заемщиков приводит к получению лучшего финансового результата для кредитного учреждения по сравнению с традиционным способом подгонки модели к набору данных, доступному для периода $t-1$ и простого применения полученных параметров для периода t .

Результаты: эмпирическое обоснование метода

Для подтверждения зависимости параметров скоринговой модели от времени приведем результаты эмпирического исследования для отдельной микрофинансовой организации.

В исследовании используются данные реальной МФО по месяцам за 2020–2021 гг.

Для моделирования вероятности дефолта заемщика по целевой переменной $NPL30^2$ на каждой из 24 выборке данных (за каждый месяц исследуемого периода) строилась логистическая регрессия. Для примера в качестве предикторов были взяты пять переменных, рассчитанных на основе кредитных историй заемщиков, полученных из кредитных бюро:

- 1) X_1 – доля долга относительно выданной суммы по микрокредитам;
- 2) X_2 – количество проблемных займов с типом «кредитная карта»;
- 3) X_3 – количество активных кредитов с просрочкой $NPL30$ за последний год;
- 4) X_4 – доля банковских кредитов с просрочкой $NPL30$;
- 5) X_5 – количество запросов в бюро кредитных историй старше года.

Данный набор предикторов является условным, спецификация данной модели не претендует на полную скоринговую модель для оценки кредитных рисков и служит только для иллюстрации эмпирического обоснования предлагаемого метода. Отобранные независимые переменные имеют сильную корреляцию с целевой переменной и не мультиколлинеарны между собой.

На *рис. 1* представлена динамика уровня изменения во времени целевой переменной $NPL30$ и объема выборки для построения модели – количества выданных займов первичным клиентам по продукту PDL, а также их полиномиальных аппроксимаций.

На *рис. 1* виден фактически линейный рост объема выдачи МФО за рассматриваемый период, который отражает естественное развитие компании на рынке. С ежемесячным ростом количества выданных займов нелинейно менялся уровень дефолтности, связанный с изменениями системы принятия решений в МФО и факторами на рынке, влияющими на кредитные риски.

При построении логистических регрессий на данных каждого месяца была получена модель со всеми статистически значимыми пятью коэффициентами (p -значение $< 0,0001$).

² $NPL30$ – показатель, который характеризует величину просроченной задолженности сроком 30 дней в кредитном портфеле МФО.

На *рис. 2* (а–д) представлена динамика полученных регрессионных коэффициентов для каждой независимой переменной за два года. По представленному графику видно, что все коэффициенты не меняли своего знака, что говорит об их стабильности во времени в направлении влияния на уровень кредитного риска. Однако видно циклическое изменение коэффициентов при тестируемых переменных, что доказывает временную зависимость истинных параметров в рамках применяемой модели.

Для обоснования приведенной методики проводился более глубокий анализ временных рядов, представленных на *рис. 2*, для доказательства, что полученные временные ряды коэффициентов не представляют собой процесс «случайного блуждания» или «белого шума». Анализировались графики автокорреляционных и частных автокорреляционных функций, рассчитывался тест Бокса – Льюнга и Бокса – Пирса, тест на единичные корни Дики – Фуллера. Наличие во временных рядах коэффициентов тренда проверялось с помощью непараметрического критерия Манна – Уитни, а анализа тренда дисперсии – при помощи критерия Сиджела – Тьюки.

Практически все примененные тесты во всех рядах коэффициентов показали, что присутствует тренд и дисперсия постоянна. Это свидетельствует о том, что данные ряды не являются «случайным блужданием» или «белым шумом», что подтверждает возможность их прогнозирования.

Следует отметить, что прогнозную модель коэффициентов лучше строить на более длительном периоде от 3 лет, а оптимально – на данных 5 лет. В работе [39] авторы применили предлагаемую модель на имитационном наборе данных для 30 месяцев с объемом генерируемой выборки 100 тыс. наблюдений. Рассчитанная скоринговая модель с динамическими коэффициентами на имитационном наборе данных сравнивалась с обычной логистической регрессией и основными алгоритмами машинного обучения, построенными на общей выборке за весь рассматриваемый период. Предлагаемая модель показала свое преимущество.

Выявленное отсутствие релевантного по отношению как к банковским кредитным учреждениям, так и к МФО экономико-математического метода оценки вероятности дефолта заемщика с учетом динамичности параметров определило актуальность разработки и эмпирического обоснования скоринговой модели с изменяющимися во времени параметрами для оценки кредитных рисков МФО.

Предложенная в данной статье экономико-математическая модель оценки дефолта заемщика с изменяющимися во времени параметрами базируется на методах, включающих корректировку полученных коэффициентов посредством фильтра Калмана в целях получения двух независимых оценок: первой оценки – путем прогнозирования вектора параметров; второй оценки – с использованием подгонки параметров к накопленной статистике.

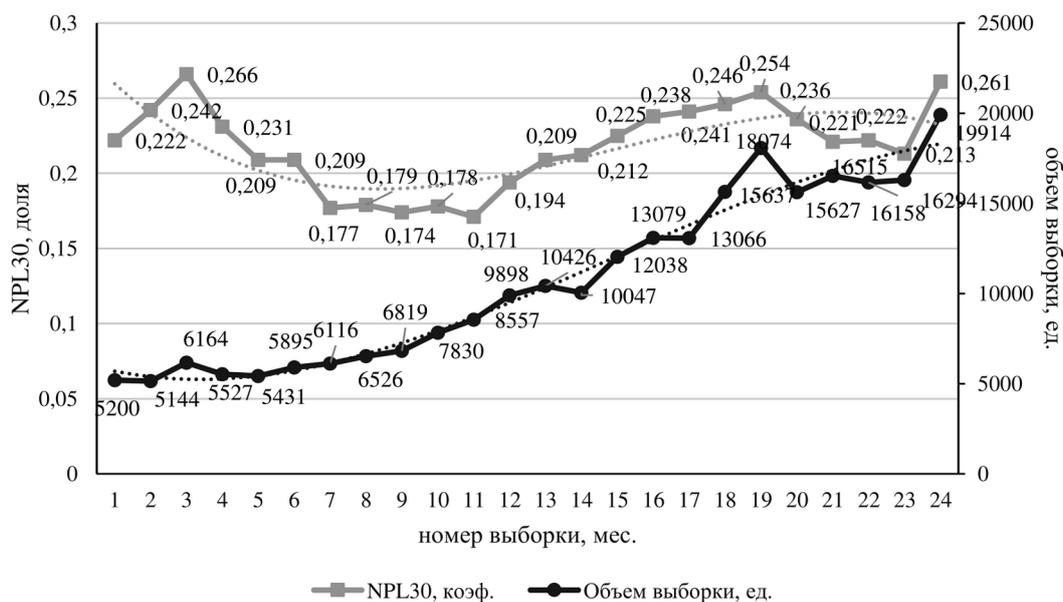
Эмпирическим путем доказано цикличное изменение тестируемых целевой и независимых переменных, что позволяет сделать вывод о временной зависимости истинных параметров в рамках применяемой модели. Таким образом, проведенный эмпирический анализ результатов последовательного построения во времени логистической регрессии показывает, что метод, разработанный в статье, может существенно повысить эффективность скоринговых моделей при внедрении системы анализа кредитных рисков в реальной кредитной организации, в частности МФО.

Рисунок 1

Динамика уровня изменения во времени параметра NPL30 и объема подвыборок

Figure 1

Dynamics of the level of change over time of NPL30 parameter and the volume of subsamples



Источник: авторская разработка

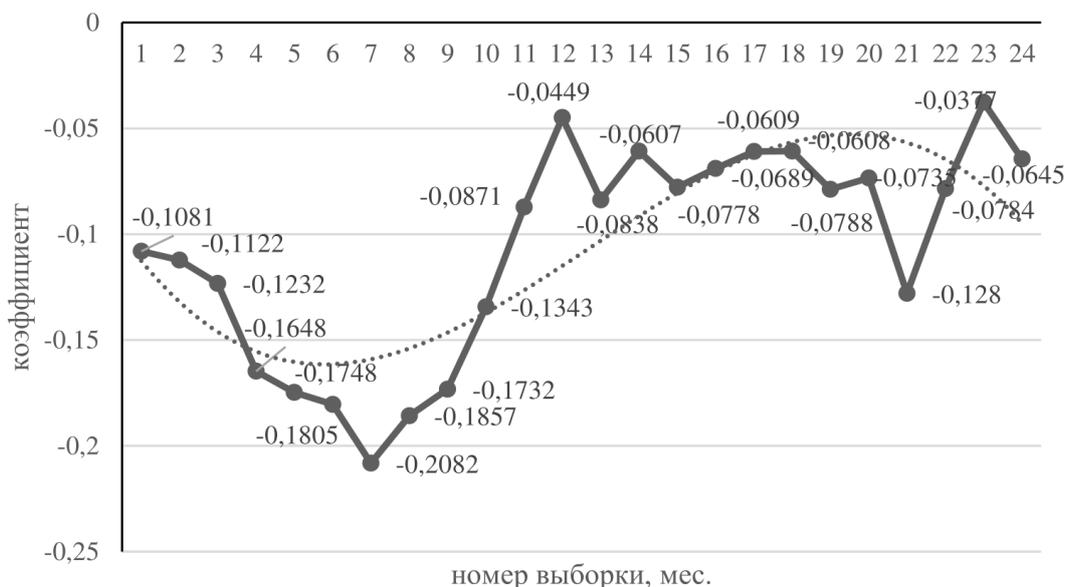
Source: Authoring

Рисунок 2
Динамика изменения независимых переменных

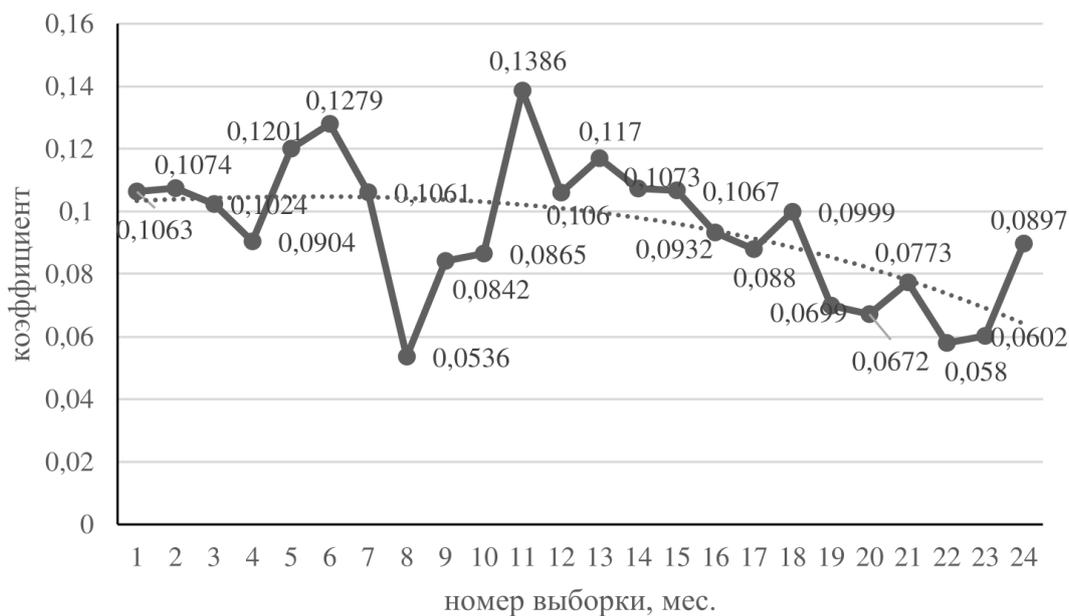
Figure 2
Dynamics of changes in independent variables



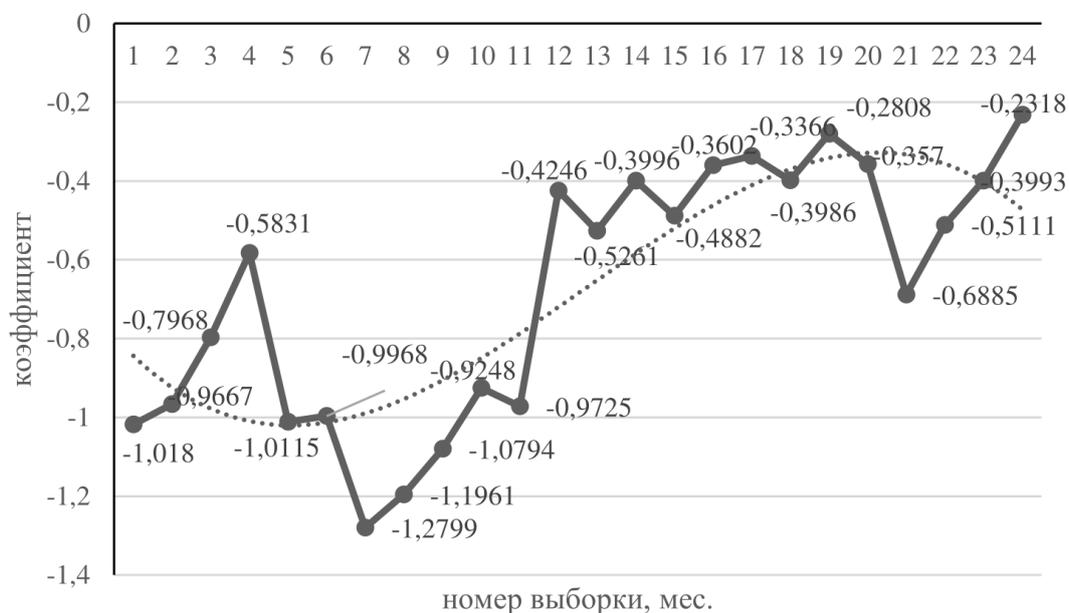
а) Доля долга относительно выданной суммы по микрокредитам



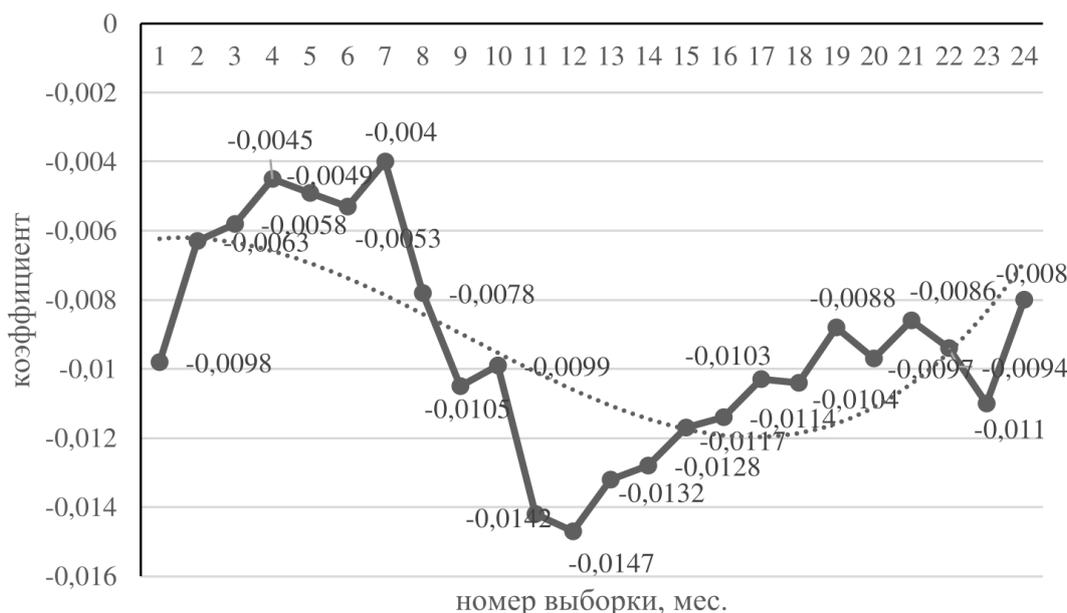
б) Количество проблемных займов с типом «кредитная карта»



в) Количество активных кредитов с просрочкой NPL30 за последний год



г) Доля банковских кредитов с просрочкой NPL30



д) Количество запросов в бюро кредитных историй старше года

Источник: авторская разработка

Source: Authoring

Список литературы

1. Сорокин А.С. Сравнительный анализ использования статистического моделирования и машинного обучения для оценки кредитного риска в микрофинансовых компаниях // Экономический вестник. 2024. Т. 3. № 2. С. 51–65. URL: <https://eb-journal.ru/archives/10096>
2. Сорокин А.С. Разработка алгоритмов применения моделей интеллектуального анализа данных для управления кредитными рисками микрофинансовых организаций // Плехановский научный бюллетень. 2022. № 2. С. 99–108. URL: <https://elibrary.ru/mpwnzx>
3. Сорокин А.С. Модель кредитного риска на основе логистической регрессии с изменяющимися во времени параметрами // Математическое и компьютерное моделирование в экономике, страховании и управлении рисками. 2023. № 8. С. 141–146. URL: <https://elibrary.ru/agaftz>
4. Bansal G., Sinha A.P., Zhao H. Tuning Data Mining Methods for Cost-Sensitive Regression: A Study in Loan Charge-Off Forecasting. *Journal of Management Information Systems*, 2008, vol. 25, no. 3, pp. 315–336. URL: <https://doi.org/10.2753/MIS0742-1222250309>
5. Zhang H., Legro R.S., Zhang J., Zhang L. et al. Decision Trees for Identifying Predictors of Treatment Effectiveness in Clinical Trials and its Application to Ovulation in a Study of Women with Polycystic Ovary Syndrome. *Human*

Reproduction, 2010, vol. 25, iss. 10, pp. 2612–2621.

URL: <https://doi.org/10.1093/humrep/deq210>

6. *Smith L.D., Lawrence E.C.* Forecasting Losses on a Liquidating Long-Term Loan Portfolio. *Journal of Banking & Finance*, 1995, vol. 19, iss. 6, pp. 959–985.
URL: [https://doi.org/10.1016/0378-4266\(94\)00065-B](https://doi.org/10.1016/0378-4266(94)00065-B)
7. *Greenidge K., Grosvenor T.* Forecasting Non-Performing Loans in Barbados. *Journal of Business, Finance and Economics in Emerging Economies*, 2010, vol. 5, pp. 80–108.
8. *Abdou H.A.H., Pointon J.* Credit Scoring, Statistical Techniques and Evaluation Criteria: A Review of the Literature. *Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management*, 2011, vol. 18, no. 2-3, pp. 59–88. URL: <https://doi.org/10.1002/isaf.325>
9. *Darroch J.N., Ratcliff D.* Generalized Iterative Scaling for Log-Linear Models. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1972, vol. 43, iss. 5, pp. 1470–1480.
URL: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177692379>
10. *Durand D.* Risk Elements in Consumer Installment Financing. National Bureau of Economic Research, New York, NY, USA, 1941. URL: <https://www.nber.org/books-and-chapters/risk-elements-consumer-instalment-financing>
11. *Makowski P.* Credit Scoring Branches Out. *The Credit World*, 1985, no. 75, pp. 30–37.
12. *Angelini E., Di Tollo G., Roli A.* A Neural Network Approach for Credit Risk Evaluation. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2008, vol. 48, iss. 4, pp. 733–755. URL: <https://doi.org/10.1016/j.qref.2007.04.001>
13. *Henley W.E., Hand D.J.* A k -Nearest-Neighbour Classifier for Assessing Consumer Credit Risk. *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, 1996, vol. 45, no. 1, pp. 77–95. URL: <https://doi.org/10.2307/2348414>
14. *Hurley M., Adebayo J.* Credit Scoring in the Era of Big Data. *Yale Journal of Law and Technology*, 2017, vol. 18.
URL: <https://openyls.law.yale.edu/handle/20.500.13051/7808>
15. *Davis R.H., Edelman D.B., Gammerman A.J.* Machine-Learning Algorithms for Credit-Card Applications. *IMA Journal of Management Mathematics*, 1992, vol. 4, iss. 1, pp. 43–51. URL: <https://doi.org/10.1093/imaman/4.1.43>
16. *Frydman H., Altman E.I., Kao D.L.* Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress. *The Journal of Finance*, 1985, vol. 40, iss. 1, pp. 269–291. URL: <https://doi.org/10.1111/J.1540-6261.1985.TB04949.X>

17. Zhou S.-R., Zhang D.-Y. A Nearly Neutral Model of Biodiversity. *Ecology*, 2008, vol. 89, iss. 1, pp. 248–258. URL: <https://doi.org/10.1890/06-1817.1>
18. Jensen H.L. Using Neural Networks for Credit Scoring. *Managerial Finance*, 1992, vol. 18, iss. 6, pp. 15–26. URL: <https://doi.org/10.1108/EB013696>
19. West D. Neural Network Credit Scoring Models. *Computers & Operations Research*, 2000, vol. 27, issues 11–12, pp. 1131–1152. URL: [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00149-5](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00149-5)
20. West D., Dellana S., Qian J. Neural Network Ensemble Strategies for Financial Decision Applications. *Computers & Operations Research*, 2005, vol. 32, iss. 10, pp. 2543–2559. URL: [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(04\)00069-3](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(04)00069-3)
21. Finlay S. Are We Modelling the Right Thing? The Impact of Incorrect Problem Specification in Credit Scoring. *Expert Systems with Applications*, 2009, vol. 36, iss. 5, pp. 9065–9071. URL: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.12.016>
22. Kamaloo E., Saniee Abadeh M. Credit Risk Prediction Using Fuzzy Immune Learning. *Advances in Fuzzy Systems*, 2014, vol. 2014, pp. 1–11. URL: <https://doi.org/10.1155/2014/651324>
23. Dietterich T.G. Machine-Learning Research. *AI Magazine*, 1997, vol. 18, no. 4, p. 97. URL: <https://doi.org/10.1609/AIMAG.V18I4.1324>
24. Huang Z., Chen H., Hsu C.-J. et al. Credit Rating Analysis with Support Vector Machines and Neural Networks: A Market Comparative Study. *Decision Support Systems*, 2004, vol. 37, iss. 4, pp. 543–558. URL: [https://doi.org/10.1016/S0167-9236\(03\)00086-1](https://doi.org/10.1016/S0167-9236(03)00086-1)
25. Zhu Y., Xie C., Wang G.-J., Yan X.-G. Comparison of Individual, Ensemble and Integrated Ensemble Machine Learning Methods to Predict China's SME Credit Risk in Supply Chain Finance. *Neural Computing and Applications*, 2017, vol. 28, suppl. 1, pp. 41–50. URL: <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2304-x>
26. Opitz D., Maclin R. Popular Ensemble Methods: An Empirical Study. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1999, vol. 11, pp. 169–198. URL: <https://doi.org/10.1613/jair.614>
27. Волкова Е.С., Гусин В.Б., Соловьев В.И. Современные подходы к применению методов интеллектуального анализа данных в задаче кредитного скоринга // Финансы и кредит. 2017. Т. 23. Вып. 34. С. 2044–2060. URL: <https://doi.org/10.24891/fc.23.34.2044>
28. Широбокова М.А., Лётчиков А.В. Применение случайного леса выживаемости к динамической оценке кредитного риска // Математическое и компьютерное

моделирование в экономике, страховании и управлении рисками. 2019. № 4. С. 113–118. URL: <https://risk.sgu.ru/2019/proc/025.pdf>

29. *Исаев Д.В.* Динамическое ансамблевое обучение для оценки кредитоспособности // *Инновации и инвестиции*. 2022. № 3. С. 74–79. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/dinamicheskoe-ansamblevye-obuchenie-dlya-otsenki-kreditosposobnosti>
30. *Широбокова М.А.* Модель оценки риска дефолта на всем протяжении жизни кредита // *Вестник Удмуртского университета. Серия: Экономика и право*. 2018. Т. 28. Вып. 2. С. 228–233. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/model-otsenki-riska-defolta-na-vsem-protyazhenii-zhizni-kredita>
31. *Гришин А.А., Строев С.П.* Разработка модели поведенческого скоринга с использованием методов градиентного бустинга // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2018. № 9. С. 93–98. URL: <https://elibrary.ru/yllhzud>
32. *Дьяков О.А.* Особенности применения методов Data Mining в скоринговых решениях для коммерческих банков // *Научные записки молодых исследователей*. 2017. № 3. С. 5–11. URL: <https://elibrary.ru/zbgxmh>
33. *Carol Alexander, Yang Han, Xiaochun Meng.* Static and Dynamic Models for Multivariate Distribution Forecasts: Proper Scoring Rule Tests of Factor-Quantile vs. Multivariate GARCH Models. *International Journal of Forecasting*, 2022. URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2004.14108>
34. *Jayanti D., Sadik K., Afendi F.M.* Multivariate Generalized Autoregressive Score Model (Case Study: Vegetable Oils and Crude Oil Price Data). *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, 2021, vol. 1863, no. 1, pp. 1–18. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1863/1/012059>
35. *Schneider W.* Systems of Seemingly Unrelated Regression Equations with Time Varying Coefficients – An Interplay of Kalman Filtering, Scoring, EM- and MINQUE-Method. *Computers & Mathematics with Applications*, 1992, vol. 24, issues 8–9, pp. 1–16. URL: [https://doi.org/10.1016/0898-1221\(92\)90183-i](https://doi.org/10.1016/0898-1221(92)90183-i)
36. *Bitto A., Frühwirth-Schnatter S.* Achieving Shrinkage in a Time-Varying Parameter Model Framework. *Journal of Econometrics*, 2019, vol. 210, iss. 1, pp. 75–97. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2018.11.006>
37. *Chan J.C.C., Eisenstat E.* Bayesian Model Comparison for Time-Varying Parameter VARs with Stochastic Volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 2018, vol. 33, iss. 4, pp. 509–532. URL: <https://doi.org/10.1002/jae.2617>

38. Kalli M., Griffin J.E. Time-Varying Sparsity in Dynamic Regression Models. *Journal of Econometrics*, 2014, vol. 178, no. 2, pp. 779–793.
URL: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2013.10.012>
39. Orlando G., Pelosi R. Non-Performing Loans for Italian Companies: When Time Matters. An Empirical Research on Estimating Probability to Default and Loss Given Default. *International Journal of Financial Studies*, 2020, vol. 8, no. 4, p. 68.
URL: <https://doi.org/10.3390/ijfs8040068>
40. Aslan A., Poppe L., Posch P. Are Sustainable Companies More Likely to Default? Evidence from the Dynamics between Credit and ESG Ratings. *Sustainability*, 2021, vol. 13, no. 15, 8568. URL: <https://doi.org/10.3390/su13158568>
41. Orlova E.V. Methodology and Models for Individuals' Creditworthiness Management Using Digital Footprint Data and Machine Learning Methods. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 15, 1820. URL: <https://doi.org/10.3390/math9151820>
42. Moiseev N., Sorokin A., Zvezdina N. et al. Credit Risk Theoretical Model on the Base of DCC-GARCH in Time-Varying Parameters Framework. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 19, 2423. URL: <https://doi.org/10.3390/math9192423>

Информация о конфликте интересов

Я, автор данной статьи, со всей ответственностью заявляю о частичном и полном отсутствии фактического или потенциального конфликта интересов с какой бы то ни было третьей стороной, который может возникнуть вследствие публикации данной статьи. Настоящее заявление относится к проведению научной работы, сбору и обработке данных, написанию и подготовке статьи, принятию решения о публикации рукописи.

**ASSESSING CREDIT RISKS THROUGH A SCORING MODEL
WITH TIME-VARYING PARAMETERS****Aleksandr S. SOROKIN**Plekhanov Russian University of Economics (PRUE),
Moscow, Russian Federation
alsorokin@statmethods.ru
<https://orcid.org/0000-0002-9328-7017>**Article history:**Article No. 703/2024
Received 7 Nov 2024
Received in revised
form 11 Nov 2024
Accepted 17 Nov 2024
Available online
26 Dec 2024**JEL Classification:**
G21, G32**Keywords:** credit risk,
microfinance
organization, credit risk
management, scoring
model, time-varying
parameter, time series
forecasting**Abstract****Subject.** This article discusses the method of dynamic modeling, namely the building of a scoring model with time-varying parameters.**Objectives.** The article aims to develop a scoring model with time-varying parameters for assessing credit risks using the data of a microfinance organization as a case study.**Methods.** For the study, I used a critical review of the literature on the use of dynamic modeling and a combination of classical logistic regression and time series models**Results.** Based on the analysis of data from a microfinance organization, the article confirms that changes in independent variables may contain a trend. The obtained confirmation is evidence of the temporal dependence of true parameters when using the developed model, which indicates the high efficiency of the scoring model in the framework of assessing the credit risks of a microfinance organization. Cyclical changes in the tested target and independent variables have been empirically proven, which makes it possible to conclude that the true parameters are time-dependent within the framework of the model used.**Conclusions and Relevance.** The empirical experiment shows that the developed method can significantly improve the efficiency of scoring models in the implementation of a credit risk analysis system in financial institutions. A scoring model with time-varying parameters can be used in the risk management system of any financial institutions.

© Publishing house FINANCE and CREDIT, 2024

Please cite this article as: Sorokin A.S. Assessing credit risks through a scoring model with time-varying parameters. *Digest Finance*, 2024, vol. 29, iss. 4, pp. 396–420.
<https://doi.org/10.24891/df.29.4.396>**References**

1. Sorokin A.S. [Comparative analysis of the use of statistical modeling and machine learning for credit risk assessing in microfinance organizations]. *Ekonomicheskii vestnik*, 2024, vol. 3, no. 2, pp. 51–65. (In Russ.)
URL: <https://eb-journal.ru/archives/10096>
2. Sorokin A.S. [Development of algorithms for the application of data mining models for managing credit risks of microfinance organizations]. *Plekhanovskii nauchnyi byulleten'*, 2022, vol. 2, pp. 99–108. (In Russ.) URL: <https://elibrary.ru/mpwnzx>

3. Sorokin A.S. [Credit risk model based on logistic regression with time-varying parameters]. *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie v ekonomike, strakhovanii i upravlenii riskami*, 2023, vol. 8, pp. 141–146. (In Russ.)
URL: <https://elibrary.ru/agaftz>
4. Bansal G., Sinha A.P., Zhao H. Tuning Data Mining Methods for Cost-Sensitive Regression: A Study in Loan Charge-Off Forecasting. *Journal of Management Information Systems*, 2008, vol. 25, no. 3, pp. 315–336.
URL: <https://doi.org/10.2753/MIS0742-1222250309>
5. Zhang H., Legro R.S., Zhang J., Zhang L. et al. Decision Trees for Identifying Predictors of Treatment Effectiveness in Clinical Trials and its Application to Ovulation in a Study of Women with Polycystic Ovary Syndrome. *Human Reproduction*, 2010, vol. 25, iss. 10, pp. 2612–2621.
URL: <https://doi.org/10.1093/humrep/deq210>
6. Smith L.D., Lawrence E.C. Forecasting Losses on a Liquidating Long-Term Loan Portfolio. *Journal of Banking & Finance*, 1995, vol. 19, iss. 6, pp. 959–985.
URL: [https://doi.org/10.1016/0378-4266\(94\)00065-B](https://doi.org/10.1016/0378-4266(94)00065-B)
7. Greenidge K., Grosvenor T. Forecasting Non-Performing Loans in Barbados. *Journal of Business, Finance and Economics in Emerging Economies*, 2010, vol. 5, pp. 80–108.
8. Abdou H.A.H., Pointon J. Credit Scoring, Statistical Techniques and Evaluation Criteria: A Review of the Literature. *Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management*, 2011, vol. 18, no. 2-3, pp. 59–88. URL: <https://doi.org/10.1002/isaf.325>
9. Darroch J.N., Ratcliff D. Generalized Iterative Scaling for Log-Linear Models. *The Annals of Mathematical Statistics*, 1972, vol. 43, iss. 5, pp. 1470–1480.
URL: <https://doi.org/10.1214/aoms/1177692379>
10. Durand D. Risk Elements in Consumer Installment Financing. National Bureau of Economic Research, New York, NY, USA, 1941. URL: <https://www.nber.org/books-and-chapters/risk-elements-consumer-instalment-financing>
11. Makowski P. Credit Scoring Branches Out. *The Credit World*, 1985, no. 75, pp. 30–37.
12. Angelini E., Di Tollo G., Roli A. A Neural Network Approach for Credit Risk Evaluation. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 2008, vol. 48, iss. 4, pp. 733–755. URL: <https://doi.org/10.1016/j.qref.2007.04.001>
13. Henley W.E., Hand D.J. A k -Nearest-Neighbour Classifier for Assessing Consumer Credit Risk. *Journal of the Royal Statistical Society. Series D (The Statistician)*, 1996, vol. 45, no. 1, pp. 77–95. URL: <https://doi.org/10.2307/2348414>

14. Hurley M., Adebayo J. Credit Scoring in the Era of Big Data. *Yale Journal of Law and Technology*, 2017, vol. 18.
URL: <https://openyls.law.yale.edu/handle/20.500.13051/7808>
15. Davis R.H., Edelman D.B., Gammerman A.J. Machine-Learning Algorithms for Credit-Card Applications. *IMA Journal of Management Mathematics*, 1992, vol. 4, iss. 1, pp. 43–51. URL: <https://doi.org/10.1093/imaman/4.1.43>
16. Frydman H., Altman E.I., Kao D.L. Introducing Recursive Partitioning for Financial Classification: The Case of Financial Distress. *The Journal of Finance*, 1985, vol. 40, iss. 1, pp. 269–291. URL: <https://doi.org/10.1111/J.1540-6261.1985.TB04949.X>
17. Zhou S.-R., Zhang D.-Y. A Nearly Neutral Model of Biodiversity. *Ecology*, 2008, vol. 89, iss. 1, pp. 248–258. URL: <https://doi.org/10.1890/06-1817.1>
18. Jensen H.L. Using Neural Networks for Credit Scoring. *Managerial Finance*, 1992, vol. 18, iss. 6, pp. 15–26. URL: <https://doi.org/10.1108/EB013696>
19. West D. Neural Network Credit Scoring Models. *Computers & Operations Research*, 2000, vol. 27, issues 11–12, pp. 1131–1152.
URL: [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00149-5](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00149-5)
20. West D., Dellana S., Qian J. Neural Network Ensemble Strategies for Financial Decision Applications. *Computers & Operations Research*, 2005, vol. 32, iss. 10, pp. 2543–2559. URL: [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(04\)00069-3](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(04)00069-3)
21. Finlay S. Are We Modelling the Right Thing? The Impact of Incorrect Problem Specification in Credit Scoring. *Expert Systems with Applications*, 2009, vol. 36, iss. 5, pp. 9065–9071. URL: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.12.016>
22. Kamaloo E., Saniee Abadeh M. Credit Risk Prediction Using Fuzzy Immune Learning. *Advances in Fuzzy Systems*, 2014, vol. 2014, pp. 1–11.
URL: <https://doi.org/10.1155/2014/651324>
23. Dietterich T.G. Machine-Learning Research. *AI Magazine*, 1997, vol. 18, no. 4, p. 97.
URL: <https://doi.org/10.1609/AIMAG.V18I4.1324>
24. Huang Z., Chen H., Hsu C.-J. et al. Credit Rating Analysis with Support Vector Machines and Neural Networks: A Market Comparative Study. *Decision Support Systems*, 2004, vol. 37, iss. 4, pp. 543–558.
URL: [https://doi.org/10.1016/S0167-9236\(03\)00086-1](https://doi.org/10.1016/S0167-9236(03)00086-1)
25. Zhu Y., Xie C., Wang G.-J., Yan X.-G. Comparison of Individual, Ensemble and Integrated Ensemble Machine Learning Methods to Predict China's SME Credit Risk in Supply Chain Finance. *Neural Computing and Applications*, 2017, vol. 28, suppl. 1, pp. 41–50. URL: <https://doi.org/10.1007/s00521-016-2304-x>

26. Opitz D., Maclin R. Popular Ensemble Methods: An Empirical Study. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1999, vol. 11, pp. 169–198.
URL: <https://doi.org/10.1613/jair.614>
27. Volkova E.S., Gisin V.B., Solov'ev V.I. [Data mining techniques: Modern approaches to application in credit scoring]. *Finansy i kredit = Finance and Credit*, 2017, vol. 23, iss. 34, pp. 2044–2060. (In Russ.) URL: <https://doi.org/10.24891/fc.23.34.2044>
28. Shirobokova M.A., Letchikov A.V. [Application of a survival random forest to dynamic evaluation of credit risk]. *Matematicheskoe i komp'yuternoe modelirovanie v ekonomike, strakhovanii i upravlenii riskami*, 2019, no. 4, pp. 113–118. (In Russ.)
URL: <https://risk.sgu.ru/2019/proc/025.pdf>
29. Isaev D.V. [Dynamic ensemble learning for assessing creditworthiness]. *Innovatsii i investitsii = Innovation and Investment*, 2022, vol. 3, pp. 74–79.
URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/dinamicheskoe-ansamblevoe-obuchenie-dlya-otsenki-kreditosposobnosti> (In Russ.)
30. Shirobokova M.A. [Model of evaluating the default credit risk throughout the whole life of the loan]. *Vestnik Udmurtskogo universiteta. Seriya: Ekonomika i pravo = Bulletin of Udmurt University. Series: Economics and Law*, 2018, vol. 28, iss. 2, pp. 228–233. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/model-otsenki-riska-defolta-na-vsem-protyazhenii-zhizni-kredita> (In Russ.)
31. Grishin A.A., Stroev S.P. [Development of behavioral scoring model using methods of gradient boosting]. *Nauchno-tekhnicheskii vestnik Povolzh'ya = Scientific and Technical Volga Region Bulletin*, 2018, no. 9, pp. 93–98. (In Russ.)
URL: <https://elibrary.ru/ylyhzud>
32. D'yakov O.A. [The specific features of using data mining techniques in scoring solutions for commercial banks]. *Nauchnye zapiski molodykh issledovatelei = Scientific Notes of Young Scientists*, 2017, no. 3, pp. 5–11. (In Russ.)
URL: <https://elibrary.ru/zbgxmh>
33. Carol Alexander, Yang Han, Xiaochun Meng. Static and Dynamic Models for Multivariate Distribution Forecasts: Proper Scoring Rule Tests of Factor-Quantile vs. Multivariate GARCH Models. *International Journal of Forecasting*, 2022.
URL: <https://doi.org/10.48550/arXiv.2004.14108>
34. Jayanti D., Sadik K., Afendi F.M. Multivariate Generalized Autoregressive Score Model (Case Study: Vegetable Oils and Crude Oil Price Data). *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, 2021, vol. 1863, no. 1, pp. 1–18.
URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1863/1/012059>

35. Schneider W. Systems of Seemingly Unrelated Regression Equations with Time Varying Coefficients – An Interplay of Kalman Filtering, Scoring, EM- and MINQUE-Method. *Computers & Mathematics with Applications*, 1992, vol. 24, issues 8–9, pp. 1–16. URL: [https://doi.org/10.1016/0898-1221\(92\)90183-i](https://doi.org/10.1016/0898-1221(92)90183-i)
36. Bitto A., Frühwirth-Schnatter S. Achieving Shrinkage in a Time-Varying Parameter Model Framework. *Journal of Econometrics*, 2019, vol. 210, iss. 1, pp. 75–97. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2018.11.006>
37. Chan J.C.C., Eisenstat E. Bayesian Model Comparison for Time-Varying Parameter VARs with Stochastic Volatility. *Journal of Applied Econometrics*, 2018, vol. 33, iss. 4, pp. 509–532. URL: <https://doi.org/10.1002/jae.2617>
38. Kalli M., Griffin J.E. Time-Varying Sparsity in Dynamic Regression Models. *Journal of Econometrics*, 2014, vol. 178, no. 2, pp. 779–793. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jeconom.2013.10.012>
39. Orlando G., Pelosi R. Non-Performing Loans for Italian Companies: When Time Matters. An Empirical Research on Estimating Probability to Default and Loss Given Default. *International Journal of Financial Studies*, 2020, vol. 8, no. 4, p. 68. URL: <https://doi.org/10.3390/ijfs8040068>
40. Aslan A., Poppe L., Posch P. Are Sustainable Companies More Likely to Default? Evidence from the Dynamics between Credit and ESG Ratings. *Sustainability*, 2021, vol. 13, no. 15, 8568. URL: <https://doi.org/10.3390/su13158568>
41. Orlova E.V. Methodology and Models for Individuals' Creditworthiness Management Using Digital Footprint Data and Machine Learning Methods. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 15, 1820. URL: <https://doi.org/10.3390/math9151820>
42. Moiseev N., Sorokin A., Zvezdina N. et al. Credit Risk Theoretical Model on the Base of DCC-GARCH in Time-Varying Parameters Framework. *Mathematics*, 2021, vol. 9, no. 19, 2423. URL: <https://doi.org/10.3390/math9192423>

Conflict-of-interest notification

I, the author of this article, bindingly and explicitly declare of the partial and total lack of actual or potential conflict of interest with any other third party whatsoever, which may arise as a result of the publication of this article. This statement relates to the study, data collection and interpretation, writing and preparation of the article, and the decision to submit the manuscript for publication.